

**FITXA IDENTIFICATIVA****Dades de l'Assignatura**

Codi	44087
Nom	Seminari de matemàtica aplicada
Cicle	Màster
Crèdits ECTS	3.0
Curs acadèmic	2022 - 2023

Titulació/titulacions

Titulació	Centre	Curs	Període
2183 - M.U. en Investigació Matemàtica 13-V.1	Facultat de Ciències Matemàtiques	1	Primer quadrimestre

Matèries

Titulació	Matèria	Caràcter
2183 - M.U. en Investigació Matemàtica 13-V.1	5 - Intensificació matemàtica aplicada	Optativa

Coordinació

Nom	Departament
MARCO MONTORO, LUIS	255 - Matemàtica Aplicada
MULET MESTRE, PEP	255 - Matemàtica Aplicada

RESUM

Els sistemes hiperbòlics de lleis de conservació consten d'equacions en derivades parcials de primer ordre amb una estructura especial, que fa admissibles solucions (febles) discontinües a problemes de Cauchy associats. Aquests sistemes apareixen en molts models científics per a expressar la conservació de certes magnituds rellevants dels models esmentats.

Aquestes equacions es poden resoldre de forma tancada en molt pocs casos, per la qual cosa és necessari l'ús de mètodes numèrics per a l'aproximació d'aquestes solucions. El repte que afronten aquests mètodes numèrics és l'aproximació de solucions amb discontinuïtats a



partir de tècniques clàssiques que suposen la suavitat de la solució.

En aquest curs s'estudia el problema de Riemann per a una llei de conservació escalar amb flux concau o convex. S'estudia l'estructura de les seues solucions febles: la condició de Rankine-Hugoniot, shocks, ones de rarefacció, solucions entròpiques. També s'estudien els sistemes lineals i algun sistema de dues equacions, com pot ser el sistema de les equacions de Saint-Venant per al flux d'aigües somes.

En la segona part s'estudien esquemes en diferències finites per a l'aproximació de les solucions dels sistemes de lleis de conservació i es donen eines bàsiques per a la seua anàlisi (error, local, estabilitat segons von Neumann, condició de Courant-Friedrichs-Lewy). Es demostra el Teorema de Lax-Wendroff, que afirma que els mètodes conservatius proporcionen una aproximació adequada. S'introdueixen els mètodes en volumens finits basats en resolvedors de Riemann exactes, com el mètode de Godunov, y en resolvedors de Riemann aproximats, com el mètode de Roe.

En la tercera part s'observen els avantatges dels mètodes de major ordre, tals com el mètode de Lax-Wendroff, i es demostra que esquemes lineals d'ordre major que u desenvolupen algun tipus d'oscil·lacions espúries. Això motiva la introducció d'esquemes amb limitadors de flux o pendent.

CONEIXEMENTS PREVIS

Relació amb altres assignatures de la mateixa titulació

No heu especificat les restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

Altres tipus de requisits

Conocimientos básicos sobre métodos en diferencias finitas para ecuaciones diferenciales.

COMPETÈNCIES



2183 - M.U. en Investigació Matemàtica 13-V.1

- Que els estudiants compreguen els conceptes i les demostracions rigoroses de teoremes fonamentals d'alguna de les àrees específiques de les Matemàtiques.
- Que els estudiants tinguin capacitat per a elaborar i desenvolupar raonaments logic/matemàtics i identificar errors en raonaments incorrectes.
- Que els estudiants siguen capaços de construir, interpretar, analitzar i validar models matemàtics avançats que simulen situacions reals.
- Que els estudiants siguen capaços de comprendre de manera autònoma articles d'investigació o innovació en alguna de les àrees de les Matemàtiques.
- Que els estudiants sàpien triar i utilitzar ferramentes informàtiques adequades per a abordar problemes relacionats amb les Matemàtiques i les seues aplicacions.
- Que els estudiants siguen capaços de dissenyar, desenvolupar i implementar programes informàtics eficients per a abordar problemes relacionats amb les Matemàtiques i les seues aplicacions.
- Que els estudiants siguen capaços de seleccionar un conjunt de tècniques numèriques, llenguatges i ferramentes matemàtiques adequades per a resoldre un model matemàtic que simule un problema real.
- Que els estudiants siguen capaços de validar i interpretar els resultats obtinguts, comparant amb visualitzacions, mesures experimentals i/o requisits funcionals del corresponent sistema físic.

RESULTATS DE L'APRENTATGE

- Reconocer el carácter hiperbólico de sistemas de leyes de conservación
- Encontrar la solución de problemas de Riemann para leyes de conservación escalares con flujo cóncavo o convexo.
- Reconocer la convergencia de un método numérico a la solución de un problema de valores iniciales asociado a una ley de conservación escalar.
- Valorar las ventajas en eficiencia de los métodos de mayor orden para obtener mayor resolución.
- Programar métodos numéricos básicos para leyes de conservación escalares.

DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS

1. Sistemas hiperbólicos de leyes de conservación

- Problema de Riemann para una ley de conservación escalar con flujo cóncavo o convexo.
- Soluciones débiles: la condición de Rankine-Hugoniot, shocks, ondas de rarefacción, soluciones entrópicas.
- Sistemas lineales.
- Sistemas de dos ecuaciones: ecuaciones de Saint-Venant para el flujo de aguas someras.

**2. Métodos numéricos para leyes de conservación escalares**

- Esquemas en diferencias finita: método de Lax-Friedrichs, error local, estabilidad von Neumann, condición Courant-Friedrichs-Lewy.
- Métodos conservativos: Teorema de Lax-Wendroff.
- Métodos en volúmenes finitos.
- Resolvedores de Riemann exactos: método de Godunov
- Resolvedores de Riemann aproximados: método de Roe.

3. Métodos de alto orden para leyes de conservación escalares

- Método de Lax-Wendroff
- Teorema de Godunov
- Métodos de alto orden basados en limitadores de flujo
- Métodos de alto orden basados en limitadores de pendiente

VOLUM DE TREBALL

ACTIVITAT	Hores	% Presencial
Classes de teoria	30,00	100
Elaboració de treballs individuals	15,00	0
Estudi i treball autònom	15,00	0
Lectures de material complementari	5,00	0
Preparació de classes de teoria	5,00	0
Preparació de classes pràctiques i de problemes	5,00	0
TOTAL	75,00	

METODOLOGIA DOCENT

Combinación de clase magistral, exposiciones por parte de los alumnos de algunas partes seleccionadas y prácticas en aulas de informática.

AVALUACIÓ

La evaluación se basa en la exposición de los temas seleccionados y en las prácticas de informática.



REFERÈNCIES

Bàsiques

- R. LeVeque, 'Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations, Steady State and Time Dependent Problems'. SIAM 2007
- R. LeVeque 'Numerical Methods for Conservation Laws'. Lectures in Mathematics, ETG-Zurich (1990)
- J. Strikwerda, 'Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations', Wadsworth & Brooks/Cole (1989)

Complementàries

- E. F. Toro, 'Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics', 3rd edition, Springer, 2009.
- E. Godlewski, P.A. Raviart, 'Numerical Approximation of Hyperbolic Systems of Conservation Laws', Springer, 1996.