COURSE DATA

Data Subject	
Code	44087
Name	Seminar on applied mathematics
Cycle	Master's degree
ECTS Credits	3.0
Academic year	2018 - 2019

Study (s)

Degree	Center	Acad. year	Period
2183 - M.D. in Mathematical Research	Faculty of Mathematics	1	First term

Subject-matter

Degree	Subject-matter	Character
2183 - M.D. in Mathematical Research	5 - Specialty in applied mathematics	Optional

Coordination

Name	Department
MARCO MONTORO, LUIS	255 - Applied Mathematics

SUMMARY

Los sistemas hiperbólicos de leyes de conservación constan de ecuaciones en derivadas parciales de primer orden con una estructura especial, que hace admisibles soluciones (débiles) discontinuas a problemas de Cauchy asociados. Estos sistemas aparecen en muchos modelos científicos para expresar la conservación de ciertas magnitudes relevantes de dichos modelos.

Estas ecuaciones se pueden resolver de forma cerrada en muy pocos casos, por lo que es necesario el uso de métodos numéricos para la aproximación de estas soluciones. El reto que afrontan estos métodos numéricos es la aproximación de soluciones con discontinuidades a partir de técnicas clásicas que suponen la suavidad de la solución.

En este curso se estudia el problema de Riemann para una ley de conservación escalar con flujo cóncavo o convexo. Se estudia la estructura de sus soluciones débiles: la condición de Rankine-Hugoniot, shocks, ondas de rarefacción, soluciones entrópicas. También se estudian los sistemas lineales y algún sistema de dos ecuaciones, como puede ser el sistema de las ecuaciones de Saint-Venant para el flujo de aguas someras.

En una segunda parte se estudian esquemas en diferencias finitas para la aproximación de las soluciones de los sistemas de leyes de conservación y se dan las herramientas básicas para su análisis (error local, estabilidad von Neumann, condición Courant-Friedrichs-Lewy). Se demuestra el teorema de Lax-Wendroff, que afirma que los métodos conservativos proporcionan una aproximación adecuada. Se introducen los métodos en volúmenes finitos basados en resolvedores de Riemann exactos, con el método de Godunov como prototipo y en resolvedores de Riemann aproximados, como el método de Roe.

En la tercera parte se observan las ventajas de los métodos de mayor orden, tales como el método de Lax-Wendroff, y se demuestra que esquemas lineales de orden mayor que uno desarrollan algún tipo de oscilaciónes espúreas. Esto motiva la introducción de esquemas con limitadores de flujo o pendiente.

PREVIOUS KNOWLEDGE

Relationship to other subjects of the same degree

There are no specified enrollment restrictions with other subjects of the curriculum.

Other requirements

Conocimientos básicos sobre métodos en diferencias finitas para ecuaciones diferenciales.

OUTCOMES

2183 - M.D. in Mathematical Research

- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de alguna de las áreas específicas de las Matemáticas.
- Que los estudiantes tengan capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos lógico-matemáticos e identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Que los estudiantes sean capaces de construir, interpretar, analizar y validar modelos matemáticos avanzados que simulen situaciones reales.
- Que los estudiantes sean capaces de comprender de manera autónoma artículos de investigación o innovación en alguna de las áreas de las Matemáticas.
- Que los estudiantes sepan elegir y utilizar herramientas informáticas adecuadas para abordar problemas relacionados con las Matemáticas y sus aplicaciones.
- Que los estudiantes sean capaces de diseñar, desarrollar e implementar programas informáticos eficientes para abordar problemas relacionados con las Matemáticas y sus aplicaciones.
- Que los estudiantes sean capaces de seleccionar un conjunto de técnicas numéricas, lenguajes y herramientas matemáticas adecuadas para resolver un modelo matemático que simule un problema real.
- Que los estudiantes sean capaces de validar e interpretar los resultados obtenidos, comparando con visualizaciones, medidas experimentales y/o requisitos funcionales del correspondiente sistema físico.

LEARNING OUTCOMES

- Reconocer el carácter hiperbólico de sistemas de leyes de conservación
- Encontrar la solución de problemas de Riemann para leyes de conservación escalares con flujo cóncavo o convexo.
- Reconocer la convergencia de un método numérico a la solución de un problema de valores iniciales asociado a una ley de conservación escalar.
- Valorar las ventajas en eficiencia de los métodos de mayor orden para obtener mayor resolución.
- Programar métodos numéricos básicos para leyes de conservación escalares.

DESCRIPTION OF CONTENTS

1. Sistemas hiperbólicos de leyes de conservación

- Problema de Riemann para una ley de conservación escalar con flujo cóncavo o convexo.
- Soluciones débiles: la condición de Rankine-Hugoniot, shocks, ondas de rarefacción, soluciones entrópicas.
- Sistemas lineales.
- Sistemas de dos ecuaciones: ecuaciones de Saint-Venant para el flujo de aguas someras.

2. Métodos numéricos para leyes de conservación escalares

- Esquemas en diferencias finita: método de Lax-Friedrichs, error local, estabilidad von Neumann, condición Courant-Friedrichs-Lewy.
- Métodos conservativos: Teorema de Lax-Wendroff.
- Métodos en volúmenes finitos.
- Resolvedores de Riemann exactos: método de Godunov
- Resolvedores de Riemann aproximados: método de Roe.

3. Métodos de alto orden para leyes de conservación escalares

- Método de Lax-Wendroff
- Teorema de Godunov
- Métodos de alto orden basados en limitadores de flujo
- Métodos de alto orden basados en limitadores de pendiente

WORKLOAD

ACTIVITY	Hours	% To be attended
Theory classes	30,00	100
Development of individual work	15,00	0
Study and independent work	15,00	0
Readings supplementary material	5,00	0
Preparing lectures	5,00	0
Preparation of practical classes and problem	5,00	0
TOTAL	**75,00**	

TEACHING METHODOLOGY

Combinación de clase magistral, exposiciones por parte de los alumnos de algunas partes seleccionadas y prácticas en aulas de informática.

EVALUATION

La evaluación se basa en la exposición de los temas seleccionados y en las prácticas de informática.

REFERENCES

Basic

- R. LeVeque, 'Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations, Steady State and Time Dependent Problems'. SIAM 2007
- R. LeVeque 'Numerical Methods for Conservation Laws'. Lectures in Mathematics, ETG-Zurich (1990)
- J. Strikwerda, 'Finite Difference Schems and Partial Differential Equations', Wadsworth &Brooks/Cole (1989)

Additional

- E. F. Toro, 'Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics', 3rd edition, Springer, 2009.
- E. Godlewski, P.A. Raviart, 'Numerical Approximation of Hyperbolic Systems of Conservation Laws', Springer, 1996.