

**COURSE DATA****Data Subject**

<b>Code</b>	44086
<b>Name</b>	Geometric principles of computer design
<b>Cycle</b>	Master's degree
<b>ECTS Credits</b>	3.0
<b>Academic year</b>	2022 - 2023

**Study (s)**

<b>Degree</b>	<b>Center</b>	<b>Acad. Period</b>
2183 - M.D. in Mathematical Research	Faculty of Mathematics	1 First term

**Subject-matter**

<b>Degree</b>	<b>Subject-matter</b>	<b>Character</b>
2183 - M.D. in Mathematical Research	5 - Specialty in applied mathematics	Optional

**Coordination**

<b>Name</b>	<b>Department</b>
MONTERDE GARCIA-POZUELO, JUAN LUIS	363 - Mathematics

**SUMMARY**

En el ámbito del diseño de curvas y superficies con ordenador la geometría diferencial clásica ofrece métodos potentes para generar eficientemente objetos con propiedades particulares.

En esta asignatura se introduce al estudiante en una de las técnicas de generación de curvas y superficies y se estudian algunas de las aplicaciones de la geometría diferencial en este contexto.

**PREVIOUS KNOWLEDGE**



### Relationship to other subjects of the same degree

There are no specified enrollment restrictions with other subjects of the curriculum.

### Other requirements

No son necesarios, aunque se utilizará el paquete informático "Mathematica" y se recordarán las definiciones necesarias de la geometría diferencial clásica.

## OUTCOMES

### 2183 - M.D. in Mathematical Research

- Students can apply the knowledge acquired and their ability to solve problems in new or unfamiliar environments within broader (or multidisciplinary) contexts related to their field of study.
- Students are able to integrate knowledge and handle the complexity of formulating judgments based on information that, while being incomplete or limited, includes reflection on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgments.
- Students have the learning skills that will allow them to continue studying in a way that will be largely self-directed or autonomous.
- Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos y habilidades adquiridas planificando el tiempo y los recursos disponibles.
- Que los estudiantes sean capaces de aplicar los resultados y técnicas aprendidas para la resolución de problemas complejos de alguna de las áreas de las Matemáticas, en contextos académicos o profesionales.
- Que los estudiantes sean capaces de construir, interpretar, analizar y validar modelos matemáticos avanzados que simulen situaciones reales.
- Que los estudiantes sean capaces de comprender de manera autónoma artículos de investigación o innovación en alguna de las áreas de las Matemáticas.
- Que los estudiantes sepan elegir y utilizar herramientas informáticas adecuadas para abordar problemas relacionados con las Matemáticas y sus aplicaciones.
- Que los estudiantes sean capaces de diseñar, desarrollar e implementar programas informáticos eficientes para abordar problemas relacionados con las Matemáticas y sus aplicaciones.
- Que los estudiantes sean capaces de validar e interpretar los resultados obtenidos, comparando con visualizaciones, medidas experimentales y/o requisitos funcionales del correspondiente sistema físico.

## LEARNING OUTCOMES



- Conocer una de las técnicas más utilizadas de generación de curvas y superficies por ordenador.
- Ser capaz de construir virtualmente algún objeto utilizando herramientas informáticas.
- Saber utilizar técnicas de geometría diferencial en la generación de curvas y superficies con algunas propiedades.

## DESCRIPTION OF CONTENTS

### 1. Polinomios de Bernstein

- . Definición
- . Propiedades
- . Relación con la base de potencias
- . Elevación del grado
- . La demostración de Bernstein del teorema de convergencia de Weierstrass
- . Funciones generatrices de los polinomios de Bernstein
- . La envolvente de los polinomios de Bernstein
- . Ejercicios

### 2. Curvas de Bézier

- . Algoritmo de De Casteljau
- . Curvas de Bézier mediante polinomios de Bernstein
- . Propiedades de las curvas de Bézier
- . Derivadas de las curvas de Bézier
- . Subdivisiones de las curvas de Bézier
- . Cambio de base
- . Ejercicios

### 3. Ajuste mediante curvas de Bézier

- Ajuste de puntos mediante curvas de Bézier
- Ajuste de una semicircunferencia
- Elección de los valores del parámetro
- Ajuste de formas
- Ejercicios

### 4. Curvas de Bézier racionales

- . Introducción
- . La parametrización racional estándar de la circunferencia
- . Definición
- . Efecto sobre la curva de Bézier, racional de un cambio en un peso
- . Curvas de Salkowski
- . Ejercicios



## 5. Superficies de Bézier

- . Definición y primeras propiedades
- . Propiedades de la superficies de Bézier
- . Derivadas parciales de una superficie de Bézier
- . El vector normal
- . El plano tangente a lo largo de la frontera
- . Superficies de Bézier racionales
- . Las superficies de Richmond y de Henneberg
- . Ejercicios

## 6. Dos aplicaciones al diseño de curvas

- . Triedros móviles asociados a una curva en el espació.
- . Triedro a lo largo de una curva que minimizan la rotación.
- . Ejercicios
- . Curvas polinómicas de hodógrafo pitagórico. Definición.
- . Curvas polinómicas de hodógrafo pitagórico. Construcción.
- . Curvas polinómicas de hodógrafo pitagórico con triedro de Frenet asociado racional.
- . Ejercicios

## 7. Superficies de Bézier armónicas y biarmónicas

- . Superficies polinómicas armónicas: soluciones explícitas
- . Superficies de Bézier armónicas: soluciones explícitas
- . Grados pequeños
- . Superficies de Bézier bicuadráticas armónicas
- . Superficies de Bézier bicúbicas armónicas
- . Superficies polinómicas biarmónicas: soluciones explícitas
- . Superficies de Bézier biarmónicas: soluciones explícitas
- . Grados pequeños
- . Superficies de Bézier bicuadráticas biarmónicas
- . Superficies de Bézier bicúbicas biarmónicas
- . Ejercicios

**WORKLOAD**

ACTIVITY	Hours	% To be attended
Theory classes	30,00	100
Development of group work	15,00	0
Development of individual work	5,00	0
Study and independent work	15,00	0
Readings supplementary material	5,00	0
Resolution of case studies	5,00	0
<b>TOTAL</b>	<b>75,00</b>	

**TEACHING METHODOLOGY**

Clases magistrales y simultáneamente online síncrono para estudiantes con dispensa de asistencia.

Clases en laboratorio de informática.

**EVALUATION**

Entrega de trabajos y colecciones de ejercicios.

**REFERENCES****Basic**

- G. Farin, J. Hoschek and M.-S. Kim, eds. Handbook of Computer Aided Geometric Design, Ed. North-Holland Elsevier (2002)
- Rida T. Farouki, Pythagorean-Hodograph Curves. Algebra and Geometry inseparable, Springer, Berlin (2008).G. Farin,

**Additional**

- Gray, A., Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, Second edition, CRC Press (1998).