

**FITXA IDENTIFICATIVA****Dades de l'Assignatura**

Codi	44080
Nom	Seminari de geometria i topologia
Cicle	Màster
Crèdits ECTS	3.0
Curs acadèmic	2024 - 2025

Titulació/titulacions

Titulació	Centre	Curs	Període
2183 - Màster Universitari en Investigació Matemàtica	Facultat de Ciències Matemàtiques	1	Segon quadrimestre

Matèries

Titulació	Matèria	Caràcter
2183 - Màster Universitari en Investigació Matemàtica	4 - Intensificació matemàtica fonamental	Optativa

Coordinació

Nom	Departament
MIQUEL MOLINA, VICENTE FELIPE	363 - Matemàtiques

RESUM

Aquesta assignatura serà una introducció a l'estudi del problema isoperimètric en superfícies. Mentre s'estudien diversos mètodes per abordar la solució del problema, el curs aprofundirà en diferents aspectes de les matemàtiques corresponents: càlcul variacional, mesura de longituds i àrees, superfícies de Cartan-Hadamard i algunes qüestions d'equacions en derivades parcials. Sovint es diu que les coses s'aprenen quan s'usen en problemes concrets, i aquest curs confia en aquesta afirmació, amb la intenció de posar-la en pràctica. Començarà amb una revisió ràpida (sense massa tecnicismes) de la geometria diferencial de superfícies, el teorema de la divergència, els principis de mínim i la definició de perímetre.

La part principal del curs se centrarà en l'estudi de la desigualtat isoperimètrica en superfícies de \mathbb{R}^3 i superfícies de Cartan-Hadamard (que, per tenir la topologia del pla, no requereixen el concepte de varietat abstracta).



Els teoremes estrella seran els de la determinació del perfil isoperimètric en algunes superfícies completes i, per tant, l'existència i unicitat de regions isoperimètriques.

CONEIXEMENTS PREVIS

Relació amb altres assignatures de la mateixa titulació

No heu especificat les restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

Altres tipus de requisits

Com a requisits mínims, l'estudiant ha de conèixer els conceptes bàsics d'Àlgebra Lineal i funcions de diverses variables, i hauria de tenir certa soltesa per tractar-los. Convé (encara que no siga estrictament necessari) que tinga alguns coneixements elementals de la teoria de corbes al pla i superfícies a \mathbb{R}^3 , així com dels teoremes bàsics d'equacions diferencials.

COMPETÈNCIES (RD 1393/2007) // RESULTATS DE L'APRENENTATGE (RD 822/2021)

2183 - Màster Universitari en Investigació Matemàtica

- Que els estudiants sàpiguen aplicar els coneixements adquirits i la seua capacitat de resolució de problemes en entorns nous o poc coneguts dins de contextos més amplis (o multidisciplinaris) relacionats amb la seua àrea d'estudi.
- Que els estudiants posseïsquen les habilitats d'aprenentatge que els permeten continuar estudiant d'una forma que haurà de ser en gran manera autodirigida o autònoma.
- Que els estudiants compreguen els conceptes i les demostracions rigoroses de teoremes fonamentals d'àrees transversals de les Matemàtiques.
- Que els estudiants compreguen els conceptes i les demostracions rigoroses de teoremes fonamentals d'alguna de les àrees específiques de les Matemàtiques.
- Que els estudiants siguen capaços d'aplicar els resultats i tècniques apreses per a la resolució de problemes complexos d'alguna de les àrees de les Matemàtiques, en contextos acadèmics o professionals.
- Que els estudiants tinguen capacitat per a elaborar i desenvolupar raonaments logic/matemàtics i identificar errors en raonaments incorrectes.
- Que els estudiants posseïsquen la capacitat per a enunciar i verificar proposicions en alguna de les àrees de les Matemàtiques i per a transmetre els coneixements matemàtics adquirits, oralment i per escrit.
- Que els estudiants siguen capaços de comprendre de manera autònoma articles d'investigació o innovació en alguna de les àrees de les Matemàtiques.



RESULTATS D'APRENTATGE (RD 1393/2007) // SENSE CONTINGUT (RD 822/2021)

- Conèixer què és el perfil isoperimètric, les dificultats i tècniques per determinar-lo, i descobrir la necessitat de donar un concepte precís de perímetre.
- Adquirir, al mateix temps, unes nocions pràctiques de Geometria Diferencial i d'EDP, especialment de problemes variacionals.

DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS

1. Revisió de superfícies

- 1.1 Primera forma fonamental, àrea de la superfície i volum tancat per la mateixa. Repàs dels diferents tipus de curvatura. Ús del teorema de la divergència.
- 1.2 Curvatura geodèsica, longitud i àrea tancada per una corba en una superfície. Ús del teorema de la divergència en superfícies.
- 1.3 La fórmula de la coàrea.
- 1.4 Primera i segona fórmula de variació del volum.

2. Conceptes bàsics relatius al problema isoperimètric

- 2.1 Conjunts de perímetre finit
- 2.2 Contingut de Minkowski
- 2.3 Mesura de Hausdorff
- 2.4 Perfil isoperimètric

3. El problema isoperimètric en superfícies

- 3.1 El mètode de les paral·leles internes.
- 3.2 L'aproximació de Bandle.

4. El flux de retallament de corbes en el problema isoperimètric

- 4.1 Resultats bàsics del flux de retallament de corbes
- 4.2 El principi de separació
- 4.3 Aplicacions al problema isoperimètric



5. Aproximació variacional

- 5.1 Corbes amb curvatura geodèsica constant en superfícies de revolució
- 5.2 Plans i esferes de revolució amb superfície de Gauss monòtona
- 5.3 Superfícies amb singularitats

6. Superfícies completes amb curvatura no negativa

- 6.1 Existència de regions isoperimètriques en aquestes superfícies
- 6.2 Conseqüències per al perfil isoperimètric

VOLUM DE TREBALL

ACTIVITAT	Hores	% Presencial
Classes de teoria	30,00	100
Elaboració de treballs en grup	10,00	0
Elaboració de treballs individuals	10,00	0
Estudi i treball autònom	15,00	0
Preparació d'activitats d'avaluació	10,00	0
TOTAL	75,00	

METODOLOGIA DOCENT

Classes a pissarra i resolució de problemes. Algunes classes seran impartides pels alumnes després de proporcionar-los material adequat.

AVALUACIÓ

Avaluació contínua, aprofitant les intervencions dels estudiants a classe i exàmens orals que serveixen, al mateix temps, d'avaluació i d'instrucció.

REFERÈNCIES



Bàsiques

- Manuel Ritoré: Isoperimetric inequalities in Riemannian manifolds, Birkhäuser, 2023
- Catherine Bandle: Isoperimetric inequalities and applications, Pitman, 1980
- Y. D. Burago, V.A. Zalgaller: Geometric inequalities Springer, 1988
- D. Burago, Y. Burago, S. Ivanov: A Course in Metric Geometry, American Mathematical Society, Providence, RI, 2001)