



## FICHA IDENTIFICATIVA

## Datos de la Asignatura

Código	44079
Nombre	Análisis matemático y aplicaciones
Ciclo	Máster
Créditos ECTS	3.0
Curso académico	2023 - 2024

## Titulación(es)

Titulación	Centro	Curso	Periodo
2183 - M.U.Invest.Matemática	Facultad de Ciencias Matemáticas	1	Segundo cuatrimestre

## Materias

Titulación	Materia	Carácter
2183 - M.U.Invest.Matemática	4 - Intensificación matemática fundamental	Optativa

## Coordinación

Nombre	Departamento
MAZON RUIZ, JOSE M	15 - Análisis Matemático

## RESUMEN

Uno de los problemas más importantes del Análisis de la última parte del siglo XIX, el cual ha sido motor del desarrollo del Análisis en el siglo XX, es el llamado “problema de Dirichlet”, i.e., el problema de la existencia de una función armónica en un dominio  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^N$  que toma unos valores prefijados en su frontera. En 1850, usando una observación de Gauss, Dirichlet demuestra la existencia de solución del problema, admitiendo lo que hoy en día se conoce con el nombre de “principio de Dirichlet”, principio que afirma que la solución  $u$  del problema de Dirichlet, es de todas las funciones  $v$  que toman los valores prefijados en la frontera, la que minimiza la integral de energía (también llamada “integral de Dirichlet”)

$$\int_{\Omega} |\nabla v|^2$$

En 1911, el matemático polaco E. Zaremba, fue el primero en encontrar un dominio para el cual el problema de Dirichlet no tiene solución. En 1913, Lebesgue dio un ejemplo más relevante de la imposibilidad del problema de Dirichlet. Estos resultados dieron lugar a un concepto de solución más amplio, el concepto de “solución débil, en este contexto generalizado el problema de Dirichlet es equivalente a un problema variacional en un espacio de Hilbert de funciones. Los espacios de Hilbert de funciones adecuados para este nuevo planteamiento del problema de Dirichlet son los llamados “espacios



de Sobolev”. Sobolev introdujo estos espacios en 1936 como el marco funcional adecuado para obtener un teorema de existencia para el problema de Cuachy asociado a una ecuación en derivadas parciales hiperbólica. Desde entonces, los espacios Sobolev son el marco funcional donde hoy en día se plantean los problemas de existencia y unicidad de ecuaciones en derivadas parciales. El objetivo de este curso es el estudio de los espacios de Sobolev, así como dar algunas aplicaciones de los mismos a las ecuaciones en derivadas parciales elípticas.

## CONOCIMIENTOS PREVIOS

### Relación con otras asignaturas de la misma titulación

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

### Otros tipos de requisitos

El/La estudiante deberá conocer las herramientas básicas de cálculo diferencial e integral de varias variables

## COMPETENCIAS (RD 1393/2007) // RESULTADOS DEL APRENDIZAJE (RD 822/2021)

### 2183 - M.U.Invest.Matemática

- Que los/las estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- Que los/las estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo
- Capacidad de integrar conocimientos y formular juicios.
- Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de alguna de las áreas específicas de las Matemáticas.
- Que los estudiantes sean capaces de aplicar los resultados y técnicas aprendidas para la resolución de problemas complejos de alguna de las áreas de las Matemáticas, en contextos académicos o profesionales.
- Que los estudiantes tengan capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos lógico-matemáticos e identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Que los estudiantes posean la capacidad para enunciar y verificar proposiciones en alguna de las áreas de las Matemáticas y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos, oralmente y por escrito.



- Que los estudiantes sean capaces de comprender de manera autónoma artículos de investigación o innovación en alguna de las áreas de las Matemáticas.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE (RD 1393/2007) // SIN CONTENIDO (RD 822/2021)

Conocer los resultados teóricos de la teoría de los espacios de Sobolev y sus aplicaciones a las ecuaciones en derivadas parciales elípticas.

## DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

### 1. Espacios de Sobolev

### 2. El espacio $W_0^{m,p}(\Omega)$

### 3. Extensión de funciones

### 4. Inmersión continua

### 5. Inmersión compacta

### 6. Teoría de la traza

### 7. Desigualdades de tipo Poincaré

### 8. Problemas de contorno elípticos

**VOLUMEN DE TRABAJO**

ACTIVIDAD	Horas	% Presencial
Clases de teoría	30,00	100
Elaboración de trabajos individuales	15,00	0
Estudio y trabajo autónomo	15,00	0
Lecturas de material complementario	5,00	0
Preparación de clases de teoría	5,00	0
Preparación de clases prácticas y de problemas	5,00	0
<b>TOTAL</b>	<b>75,00</b>	

**METODOLOGÍA DOCENTE**

Se impartirán clases en pizarra, intentando que sea el alumno el que participe y se desarrollarán ejercicios variados sobre los temas tratados.

**EVALUACIÓN**

Se evaluará mediante la presentación de problemas y cuestiones relativos a la materia propuestos de manera individualizada, o bien mediante la exposición en pizarra de una parte del curso por parte del alumno. También se propondrán trabajos realizados individualmente o en grupo y su correspondiente exposición en clase.

**REFERENCIAS****Básicas**

- Referencia b1: H. Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. Universitext, Springer, 2010.
- Referencia b2: L. C. Evans, Partial Differential Equations.} Graduate Studies in Math. Vol 19, Amer. Math. Soc 1998
- Referencia b3: S. Kesavan, Topics in Functional Analysis and Applications. John Wiley and Sons, 1989.
- Referencia b4: J.M. Mazón, Elementos de Análisis Funcional. Amazon, 2021.
- Referencia b5: W. P. Ziemer, Weakly Differentiable Functions. Springer-Verlag, 1989.



### Complementarias

- Referencia c1: C. Bennet, R, Sharpley, Interpolation of operators. Academic Press. 1988.
- Referencia c2: I. Daubechies, Ten Lectures on Wavelets. SIAM, 1999.
- Referencia c3: J.M. Mazón, Elementos de Análisis Funcional. Independently published, 2021.

