

**FITXA IDENTIFICATIVA****Dades de l'Assignatura**

Codi	44078
Nom	Seminari d'anàlisi matemàtica
Cicle	Màster
Crèdits ECTS	3.0
Curs acadèmic	2022 - 2023

Titulació/titulacions

Titulació	Centre	Curs	Període
2183 - M.U. en Investigació Matemàtica 13-V.1	Facultat de Ciències Matemàtiques	1	Primer quadrimestre

Matèries

Titulació	Matèria	Caràcter
2183 - M.U. en Investigació Matemàtica 13-V.1	4 - Intensificació matemàtica fonamental	Optativa

Coordinació

Nom	Departament
GARCIA FALSET, JESUS	15 - Anàlisi Matemàtica
RUEDA SEGADO, MARIA PILAR	15 - Anàlisi Matemàtica

RESUM

El ámbito en que se desarrolla la investigación en Análisis Matemático es, en la mayor parte de los casos, el de los espacios de Banach. Éstos son introducidos en los estudios de grado y es necesario completar los principios básicos que son los teoremas de Hahn-Banach y de la gráfica cerrada y el principio de acotación uniforme. Otro instrumento esencial es la llamada topología débil. Se desarrollarán los ejemplos fundamentales de espacios de Banach.

La determinación de puntos críticos, eventualmente extremos, de funcionales reales definidos en ciertos espacios de funciones está en la raíz de muchos problemas de economía, mecánica, hidrodinámica,



elasticidad, etc. El Cálculo de variaciones clásico estudia funcionales de tipo integral. Tiene su origen en determinados problemas físicos planteados en el siglo XVII.

El objetivo del Cálculo Variacional es el estudio de la posible existencia de extremos de funcionales de tipo integral, así como, en su caso el cálculo efectivo o la aproximación de éstos. Estamos ante una extensa área dentro del Análisis Funcional no Lineal.

Los objetivos del curso que nos ocupa son:

Conocimiento de algunas de las técnicas básicas del tema, que sean accesibles desde los cursos de la licenciatura, con especial hincapié en el Teorema de Euler-Lagrange, y sus pre-requisitos.

Familiaridad con la resolución de algunos de los ejemplos clásicos (braquistócrona, problemas de líneas más cortas etc.). Capacidad de modelizar otros problemas físicos sencillos.

Conocimiento de algunas de las conexiones de los problemas de desigualdades variacionales con otros teoremas de existencia clásicos en Análisis.

CONEIXEMENTS PREVIS

Relació amb altres assignatures de la mateixa titulació

No heu especificat les restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

Altres tipus de requisits

Como requisitos para cursar la asignatura, se asumirá que el estudiante conoce las nociones básicas de Análisis Funcional, así como el contenido de las materias obligatorias y troncales de Análisis que se imparten en un grado en Matemáticas. Entre ellos, los contenidos de cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables y de límites de sucesiones y series.



COMPETÈNCIES

2183 - M.U. en Investigació Matemàtica 13-V.1

- Que els estudiants sàpiguen aplicar els coneixements adquirits i la seua capacitat de resolució de problemes en entorns nous o poc coneguts dins de contextos més amplis (o multidisciplinaris) relacionats amb la seua àrea d'estudi.
- Que els estudiants siguen capaços d'integrar coneixements i afrontar la complexitat de formular judicis a partir d'una informació que, sent incompleta o limitada, incloga reflexions sobre les responsabilitats socials i ètiques vinculades a l'aplicació dels seus coneixements i judicis.
- Que els estudiants posseïsquen les habilitats d'aprenentatge que els permeten continuar estudiant d'una forma que haurà de ser en gran manera autodirigida o autònoma.
- Capacitat per integrar coneixements i formular judicis.
- Posseir i comprendre coneixements que aportin una base o oportunitat de ser originals en el desenvolupament i / o aplicació d'idees, sovint en un context de recerca.
- Que els estudiants compreguen els conceptes i les demostracions rigoroses de teoremes fonamentals d'àrees transversals de les Matemàtiques.
- Que els estudiants compreguen els conceptes i les demostracions rigoroses de teoremes fonamentals d'alguna de les àrees específiques de les Matemàtiques.
- Que els estudiants siguen capaços d'aplicar els resultats i tècniques apreses per a la resolució de problemes complexos d'alguna de les àrees de les Matemàtiques, en contextos acadèmics o professionals.
- Que els estudiants tinguen capacitat per a elaborar i desenvolupar raonaments logic/matemàtics i identificar errors en raonaments incorrectes.
- Que els estudiants posseïsquen la capacitat per a enunciar i verificar proposicions en alguna de les àrees de les Matemàtiques i per a transmetre els coneixements matemàtics adquirits, oralment i per escrit.
- Que els estudiants siguen capaços de comprendre de manera autònoma articles d'investigació o innovació en alguna de les àrees de les Matemàtiques.

RESULTATS DE L'APRENTATGE

- Asimilación de los tres principios básicos del Análisis Funcional y las consecuencias que de ellos se derivan.
- Manejo de los resultados básicos del Cálculo Diferencial en espacios de Banach de dimensión no finita, y capacidad para obtener las extremales asociadas a la optimización de Funcionales de Lagrange y su discusión en casos representativos (geodésicas, braquistócronas, problemas isoperimétricos etc.)



DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS

1. Generalidades sobre espacios de Banach

- Se introducen o se recuerdan las nociones básicas de espacios normados y de Banach. Se describen los ejemplos más relevantes de la teoría como los espacios de sucesiones, funciones integrables y funciones derivables.

2. Principios básicos del Análisis Funcional

- Se demuestran los tres principios fundamentales: teoremas de Hahn-Banach, de la gráfica cerrada y de Banach-Steinhaus. Se presentan sus consecuencias más importantes.

3. Topología débil.

- Se define la topología débil en un espacio de Banach y se estudian sus propiedades más importantes con especial atención a los conjuntos débil compactos.

4. Complementos de Cálculo Diferencial.

- Se introducen las nociones de diferencial de Gateaux y de Frechet, se estudiará su relación y también se darán aplicaciones de dichos conceptos

5. Ecuaciones de Euler-Lagrange. Aplicación. Lemas Variacionales

- Se obtendrán las condiciones necesarias para minimizar un funcional integral, viendo que éstas conducen a las ecuaciones de Euler-Lagrange. Se estudiarán, entre otros, los problemas clásicos de la Braquistócrona y de la determinación de geodésicas sobre una esfera.

6. Extremos condicionados: Teorema de Euler-Lagrange

- Se considera el estudio del problema de optimización condicionada en espacios funcionales. Aplicaremos el teorema de Euler-Lagrange para el estudio de problemas isoperimétricos, así como determinados problemas de optimización que se pueden reformular como problemas de desigualdades variacionales.

**VOLUM DE TREBALL**

ACTIVITAT	Hores	% Presencial
Classes de teoria	30,00	100
Elaboració de treballs individuals	15,00	0
Estudi i treball autònom	15,00	0
Lectures de material complementari	15,00	0
TOTAL	75,00	

METODOLOGIA DOCENT

Exposición tradicional, combinada con la realización por parte del alumno de prácticas consistentes fundamentalmente en la resolución de ejercicios temáticos y problemas.

AVALUACIÓ

Se valorará la solución por parte de cada uno de los estudiantes de una colección individualizada de ejercicios, así como la exposición oral de alguno de estos ejercicios.

REFERÈNCIES**Bàsiques**

- E. Giusti, Direct Methods in the Calculus of Variations, World. Scientific, 2003.
- J. L. Troutman, Variational Calculus with Elementary Convexity, Springer-Verlag, 1983
- Conway, John B. A course in functional analysis. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 96. Springer-Verlag, New York, 1990.



- Megginson, Robert E. An introduction to Banach space theory.
Graduate Texts in Mathematics, 183. Springer-Verlag, New York, 1998

Complementàries

- E. Zeidler, Applied Functional Anàlisis, Main Principles and their applicatoions, Col. Applied Mathematical Sciences, vols. 108 y 109, Springer Verlag, 1995.
- E. Zeidler, Nonlinear Functional Analysis and its Aplicacions III, Variational Methods and Optimization, Springer Verlag, 1984.
- Jameson, G. J. O. Topology and normed spaces. Chapman and Hall, London; Halsted Press [John Wiley & Sons], New York, 1974