



## COURSE DATA

## Data Subject

|               |                                  |
|---------------|----------------------------------|
| Code          | 44078                            |
| Name          | Seminar on mathematical analysis |
| Cycle         | Master's degree                  |
| ECTS Credits  | 3.0                              |
| Academic year | 2019 - 2020                      |

## Study (s)

| Degree                               | Center                 | Acad. year | Period     |
|--------------------------------------|------------------------|------------|------------|
| 2183 - M.D. in Mathematical Research | Faculty of Mathematics | 1          | First term |

## Subject-matter

| Degree                               | Subject-matter                           | Character |
|--------------------------------------|------------------------------------------|-----------|
| 2183 - M.D. in Mathematical Research | 4 - Specialty in fundamental mathematics | Optional  |

## Coordination

| Name                  | Department                 |
|-----------------------|----------------------------|
| GALINDO PASTOR, PABLO | 15 - Mathematical Analysis |
| GARCIA FALSET, JESUS  | 15 - Mathematical Analysis |

## SUMMARY

El ámbito en que se desarrolla la investigación en Análisis Matemático es, en la mayor parte de los casos, el de los espacios de Banach. Éstos son introducidos en los estudios de grado y es necesario completar los principios básicos que son los teoremas de Hahn-Banach y de la gráfica cerrada y el principio de acotación uniforme. Otro instrumento esencial es la llamada topología débil. Se desarrollarán los ejemplos fundamentales de espacios de Banach.

La determinación de puntos críticos, eventualmente extremos, de funcionales reales definidos en ciertos espacios de funciones está en la raíz de muchos problemas de economía, mecánica, hidrodinámica,



elasticidad, etc. El Cálculo de variaciones clásico estudia funcionales de tipo integral. Tiene su origen en determinados problemas físicos planteados en el siglo XVII.

El objetivo del Cálculo Variacional es el estudio de la posible existencia de extremos de funcionales de tipo integral, así como, en su caso el cálculo efectivo o la aproximación de éstos. Estamos ante una extensa área dentro del Análisis Funcional no Lineal.

Los objetivos del curso que nos ocupa son:

Conocimiento de algunas de las técnicas básicas del tema, que sean accesibles desde los cursos de la licenciatura, con especial hincapié en el Teorema de Euler-Lagrange, y sus pre-requisitos.

Familiaridad con la resolución de algunos de los ejemplos clásicos (braquistócrona, problemas de líneas más cortas etc.). Capacidad de modelizar otros problemas físicos sencillos.

Conocimiento de algunas de las conexiones de los problemas de desigualdades variacionales con otros teoremas de existencia clásicos en Análisis.

## PREVIOUS KNOWLEDGE

### Relationship to other subjects of the same degree

There are no specified enrollment restrictions with other subjects of the curriculum.

### Other requirements

Como requisitos para cursar la asignatura, se asumirá que el estudiante conoce las nociones básicas de Análisis Funcional, así como el contenido de las materias obligatorias y troncales de Análisis que se imparten en un grado en Matemáticas. Entre ellos, los contenidos de cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables y de límites de sucesiones y series.



## OUTCOMES

### 2183 - M.D. in Mathematical Research

- Students should apply acquired knowledge to solve problems in unfamiliar contexts within their field of study, including multidisciplinary scenarios.
- Students should be able to integrate knowledge and address the complexity of making informed judgments based on incomplete or limited information, including reflections on the social and ethical responsibilities associated with the application of their knowledge and judgments.
- Students should demonstrate self-directed learning skills for continued academic growth.
- Capacidad de integrar conocimientos y formular juicios.
- Students should possess and understand foundational knowledge that enables original thinking and research in the field.
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de áreas transversales de las Matemáticas.
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de alguna de las áreas específicas de las Matemáticas.
- Que los estudiantes sean capaces de aplicar los resultados y técnicas aprendidas para la resolución de problemas complejos de alguna de las áreas de las Matemáticas, en contextos académicos o profesionales.
- Que los estudiantes tengan capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos lógico-matemáticos e identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Que los estudiantes posean la capacidad para enunciar y verificar proposiciones en alguna de las áreas de las Matemáticas y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos, oralmente y por escrito.
- Que los estudiantes sean capaces de comprender de manera autónoma artículos de investigación o innovación en alguna de las áreas de las Matemáticas.

## LEARNING OUTCOMES

- Asimilación de los tres principios básicos del Análisis Funcional y las consecuencias que de ellos se derivan.
- Manejo de los resultados básicos del Cálculo Diferencial en espacios de Banach de dimensión no finita, y capacidad para obtener las extremales asociadas a la optimización de Funcionales de Lagrange y su discusión en casos representativos (geodésicas, braquistócronas, problemas isoperimétricos etc.)



## DESCRIPTION OF CONTENTS

### 1. Generalidades sobre espacios de Banach

- Se introducen o se recuerdan las nociones básicas de espacios normados y de Banach. Se describen los ejemplos más relevantes de la teoría como los espacios de sucesiones, funciones integrables y funciones derivables.

### 2. Principios básicos del Análisis Funcional

- Se demuestran los tres principios fundamentales: teoremas de Hahn-Banach, de la gráfica cerrada y de Banach-Steinhaus. Se presentan sus consecuencias más importantes.

### 3. Topología débil.

- Se define la topología débil en un espacio de Banach y se estudian sus propiedades más importantes con especial atención a los conjuntos débil compactos.

### 4. Complementos de Cálculo Diferencial.

- Se introducen las nociones de diferencial de Gateaux y de Frechet, se estudiará su relación y también se darán aplicaciones de dichos conceptos

### 5. Ecuaciones de Euler-Lagrange. Aplicación. Lemas Variacionales

- Se obtendrán las condiciones necesarias para minimizar un funcional integral, viendo que éstas conducen a las ecuaciones de Euler-Lagrange. Se estudiarán, entre otros, los problemas clásicos de la Braquistócrona y de la determinación de geodésicas sobre una esfera.

### 6. Extremos condicionados: Teorema de Euler-Lagrange

- Se considera el estudio del problema de optimización condicionada en espacios funcionales. Aplicaremos el teorema de Euler-Lagrange para el estudio de problemas isoperimétricos, así como determinados problemas de optimización que se pueden reformular como problemas de desigualdades variacionales.

**WORKLOAD**

| ACTIVITY                        | Hours        | % To be attended |
|---------------------------------|--------------|------------------|
| Theory classes                  | 30,00        | 100              |
| Development of individual work  | 15,00        | 0                |
| Study and independent work      | 15,00        | 0                |
| Readings supplementary material | 15,00        | 0                |
| <b>TOTAL</b>                    | <b>75,00</b> |                  |

**TEACHING METHODOLOGY**

Exposición tradicional, combinada con la realización por parte del alumno de prácticas consistentes fundamentalmente en la resolución de ejercicios temáticos y problemas.

**EVALUATION**

Se valorará la solución por parte de cada uno de los estudiantes de una colección individualizada de ejercicios, así como la exposición oral de alguno de estos ejercicios.

**REFERENCES****Basic**

- E. Giusti, Direct Methods in the Calculus of Variations, World. Scientific, 2003.
- J. L. Troutman, Variational Calculus with Elementary Convexity, Springer-Verlag, 1983
- Conway, John B. A course in functional analysis. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 96. Springer-Verlag, New York, 1990.



- Megginson, Robert E. An introduction to Banach space theory. Graduate Texts in Mathematics, 183. Springer-Verlag, New York, 1998

#### **Additional**

- E. Zeidler, Applied Functional Análisis, Main Principles and their applicatoions, Col. Applied Mathematical Sciences, vols. 108 y 109, Springer Verlag, 1995.
- E. Zeidler, Nonlinear Functional Analysis and its Aplicacions III, Variational Methods and Optimization, Springer Verlag, 1984.
- Jameson, G. J. O. Topology and normed spaces. Chapman and Hall, London; Halsted Press [John Wiley & Sons], New York, 1974

#### **ADDENDUM COVID-19**

**This addendum will only be activated if the health situation requires so and with the prior agreement of the Governing Council**

**English version is not available**