FICHA IDENTIFICATIVA

Datos de la Asignatura

Código	44076
Nombre	Fundamentos de matemática avanzada
Ciclo	Máster
Créditos ECTS	6.0
Curso académico	2018 - 2019

Titulación(es)

Titulación	Centro	Curso	Periodo
2183 - M.U. en Investigación Matemática 13-V.1	Facultad de Ciencias Matemáticas	1	Primer cuatrimestre

Materias

Titulación	Materia	Caracter
2183 - M.U. en Investigación Matemática 13-V.1	7 - Fundamentos de matemática avanzada	Obligatoria

Coordinación

Nombre	Departamento
MACIA JUAN, OSCAR	363 - Matemáticas
MOLL CEBOLLA, JOSE SALVADOR	15 - Análisis Matemático
SEGURA DE LEON, SERGIO	15 - Análisis Matemático

RESUMEN

Bloque de Geometría “Introducción a las Superficies de Riemann”

El objetivo de esta parte del curso es el estudio introductorio de las superficies de Riemann compactas consideradas desde el punto de vista diferenciable.

Históricamente la teoría de las superficies de Riemann representa la culminación de gran parte del cálculo, y tiene profundas conexiones con

la geometría y la aritmética. Por esta razón, ocupa un puesto muy especial en la Matemática.

Además, es una parte extremadamente útil de la Matemática y conocimiento necesario para especialistas en muchas otras áreas incluyendo Topología Diferencial, Análisis Global, Geometría Algebraica, Geometría Riemanniana e incluso Física Matemática.

El desarrollo de la geometría compleja en varias dimensiones en el siglo XX ha introducido una cantidad importante de técnicas con aplicación en áreas muy dispares. Estas potentes técnicas pueden estudiarse en un contexto sencillo al restringirse a las superficies de Riemann (es decir, en dimensión 1). Así, aparte de introducir al estudiante a las superficies de Riemann por su interés intrínseco es nuestra intención presentar algunas de estas técnicas avanzadas en el caso de una única variable, donde los resultados son más simples y más completos.

Desarrollaremos los conceptos necesarios (variedades, haces, o cohomología) ab initio es decir, sin presuponer ningún conocimiento previo, y sólo se desarrollan en la extensión en que sean imprescindibles dentro del caso que nos ocupa.

Bloque de Análisis “Introducción a espacios de Sobolev y su aplicación a EDP elípticas lineales”

El marco actual para el estudio de las ecuaciones en derivadas parciales es el que proporcionan los espacios de Sobolev. Los espacios de Sobolev son uno de los ejemplos más claros de aplicación del Análisis Funcional a las ecuaciones en derivadas parciales. Estos espacios permiten utilizar gradientes generalizados y asignar valores en la frontera. Nuestro estudio de los espacios de Sobolev se centra casi exclusivamente en las propiedades de los mismos que necesitamos para desarrollar el estudio de los problemas de contorno de las ecuaciones elípticas lineales.

En los cursos introductorios a las EDP, apenas se estudia la ecuación de Poisson y se hace en dominios muy regulares, como las bolas, y con datos muy simples. Nuestro propósito es extender este estudio al problema de Dirichlet homogéneo para ecuaciones en los que aparezcan coeficientes variables, con datos muy generales y en cualquier abierto acotado. Como no podemos esperar obtener siempre soluciones clásicas, es necesario reformular la noción de solución y considerar soluciones débiles del problema (a las que se asocia un problema de minimización). Para esta formulación es imprescindible que los gradientes de las soluciones sean integrables, y esta condición conduce al estudio de los espacios de Sobolev.

El objetivo de este curso de posgrado es el de introducir al alumno en la teoría de los espacios de Sobolev y su aplicación a las ecuaciones elípticas lineales en forma de divergencia.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Relación con otras asignaturas de la misma titulación

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

Otros tipos de requisitos

En la parte de análisis: Conocimientos básicos sobre Análisis funcional, Integración de Lebesgue en espacios euclídeos de dimensión finita y ecuaciones en derivadas parciales

COMPETENCIAS

2183 - M.U. en Investigación Matemática 13-V.1

- Que los/las estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- Que los/las estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de alguna de las áreas específicas de las Matemáticas.

- Que los estudiantes sean capaces de aplicar los resultados y técnicas aprendidas para la resolución de problemas complejos de alguna de las áreas de las Matemáticas, en contextos académicos o profesionales.
- Que los estudiantes tengan capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos lógico-matemáticos e identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Que los estudiantes sean capaces de construir, interpretar, analizar y validar modelos matemáticos avanzados que simulen situaciones reales.
- Que los estudiantes sean capaces de comprender de manera autónoma artículos de investigación o innovación en alguna de las áreas de las Matemáticas.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Al final de la sección sobre Superficies de Riemann, el estudiante deberia poseer los siguientes resultados de apredizaje:
- - Reproducir resultados clave sobre las superficies de Riemann y conocer las ideas básicas tras las demostraciones de las mismas,
- - aplicar los conceptos y las tecnicas básicas del curso a ejemplos concretos.
- - combinar conceptos de geometría y análisis complejo, y
- - dar una presentacion oral consistente sobre algún tema del curso.
- Al final de la sección sobre Espacios de Sobolev, el estudiante manejará con soltura los conceptos y resultados fundamentales de los espacios de Sobolev, como por ejemplo los teoremas de inmersión continua y compacta.
- El estudiante profundizará en su formación en Análisis Funcional con algunas nociones básicas de espacios separables y reflexivos.
- El estudiante tratará, de manera muy básica, una parte de la investigación actual en Ecuaciones en Derivadas Parciales.

DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

1. Definiciones Fundamentales

- Variedades. Estructura analítica compleja. Superficies de Riemann. Funciones holomorfas. Aplicaciones holomorfas. Ejemplos: Esferas. Toros.

2. Haces

- Haces. Pre-haces. Ejemplos. Homomorfismos de haces.

3. Cohomología

- Cohomología de un recubrimiento. Cohomología de un espacio. Secuencias de cohomología exactas. Haces finos. Teorema de Dolbeaut. Teorema de Leray.

4. Divisores

- Divisores. Fibrados de linea. Teoremas de finitud.

5. Formas diferenciables

- Formas diferenciables. Introducción al teorema de dualidad de Serre. El fibrado canónico.

6. Teorema de dualidad de Serre

- Distribuciones. Teoremas de regularidad. Distribuciones en una superficie de Riemann. Demostración del teorema.

7. Teorema de Riemann-Roch

- Clases características. Teorema de Riemann-Roch. Fibrados de puntos. Puntos de Weirestrass.

8. Espacios de Sobolev

- Se introducen los espacios de Sobolev y se dan algunas de sus propiedades fundamentales, como son la aproximación de las funciones de los espacios de Sobolev por funciones diferenciables

9. Teoremas de inmersión continua y compacta

- Dichos teoremas son una de las herramientas fundamentales para la aplicación de los espacios de Sobolev a las Ecuaciones en Derivadas Parciales

10. Problemas variacionales abstractos

- Se establece los Teoremas de Lax-Milgram y de Stampacchia que son los resultados abstractos básicos para el estudio de los problemas de contorno elípticos.

11. Formulación variacional de problemas de contorno elípticos

- Se formulan los problemas de contorno elípticos como problemas variacionales en los espacios de Sobolev y se resuelven usando el Teorema de Lax-Milgram.

VOLUMEN DE TRABAJO

ACTIVIDAD	Horas	% Presencial
Clases de teoría	60,00	100
Elaboración de trabajos individuales	30,00	0
Estudio y trabajo autónomo	30,00	0
Lecturas de material complementario	30,00	0
TOTAL	**150,00**	

METODOLOGÍA DOCENTE

Bloque: Superficies de Riemann:

En las 15 Lecciones correspondientes al bloque de Superficies de Riemann el profesor introducirá paulatinamente los conceptos y las demostraciones necesarias para la comprensión de la teoría, intercalando ejemplos y ejercicios para clarificar los puntos que necesiten mayor detalle.

Bloque espacios de Sobolev:

Clases magistrales y resolución de problemas

EVALUACIÓN

Bloque: Superficies de Riemann:

Breve presentación oral (10-25 minutos) de (parte de) los contenidos y conceptos de una de las unidades del bloque, previamente asignado por el profesor con tiempo suficiente para que el estudiante pueda prepararla con la bibliografía necesaria.

Bloque espacios de Sobolev:

La evaluación se realizará en función de la resolución de problemas por el alumno

REFERENCIAS

Básicas

- Gunning, R.C.,
  Lectures on Riemann Surfaces, Princeton Ac. Press, 1966
- Donaldson, S.K.,
  Riemann Surfaces, Oxford Ac. Press, 2011.
  (existe una versión reducida (2004) en la web del autor)
- H. Brezis, Análisis Funcional, Alianza Editorial, Madrid, 1984.
- L. C. Evans, Partial differential equations (2nd edition), Amer. Math. Soc., 2010.

Complementarias

- Ahlfors, L., Complex Analysis, 1966.
- Forster, O.,
  Lectures on Riemann Surfaces, Springer, 1999.
- D. Gilbarg, N.S. Trudinger
  Elliptic Partial Differential Equations of Second Order (reimpresión de la edición de 1998)
  Springer. 2001