

**COURSE DATA****Data Subject**

Code	44076
Name	Fundamentals of advanced mathematics
Cycle	Master's degree
ECTS Credits	6.0
Academic year	2017 - 2018

Study (s)

Degree	Center	Acad. year	Period
2183 - M.D. in Mathematical Research	Faculty of Mathematics	1	First term

Subject-matter

Degree	Subject-matter	Character
2183 - M.D. in Mathematical Research	7 - Fundamentals of advanced mathematics	Obligatory

Coordination

Name	Department
GALBIS VERDU, ANTONIO	15 - Mathematical Analysis
MACIA JUAN, OSCAR	363 - Mathematics
RUEDA SEGADO, MARIA PILAR	15 - Mathematical Analysis

SUMMARY

La asignatura constará este curso de dos partes: Geometría y grupos y Teoría de la medida

Geometría y Grupos:

Las estructuras geométricas como métricas o estructuras complejas son objetos importantes en geometría diferencial, pero frecuentemente es difícil encontrar ejemplos concretos que satisfagan las ecuaciones



particulares que nos interesan. Trabajar en espacios con simetrías adicionales simplifica dramáticamente estos problemas y si en particular el espacio subyacente es un grupo de Lie, muchas de las cuestiones geométricas se reducen a simple algebra (multi-)lineal.

El objetivo de esta parte del curso es introducir la geometría de los grupos de Lie desde el punto de vista del algebra lineal. En ultima instancia, como veremos en la última parte del curso, estos métodos pueden utilizarse para proporcionar un cierto numero de construcciones concretas de metricas de Einstein, y para dar una clasificacion de otras estructuras interesantes en dimension baja.

En la parte de Teoría de la medida se procederá a:

- . Justificar y construir de manera rigurosa la medida de Lebesgue en varias dimensiones, así como la medida de Lebesgue-Stieltjes, desde la formalización general de las nociones de sigma-álgebra de conjuntos y medidas definidas en sigma-álgebras abstractas,

- . Realizar el estudio de las funciones medibles e integrables respecto a medidas generales en el contexto general,

- . Demostrar, como objetivo final, el importante teorema de Radon-Nikodym de representación de medidas absolutamente continuas respecto a una dada.

PREVIOUS KNOWLEDGE

Relationship to other subjects of the same degree

There are no specified enrollment restrictions with other subjects of the curriculum.



Other requirements

Se requiere el conocimiento previo de la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias.

OUTCOMES

2183 - M.D. in Mathematical Research

- Students should apply acquired knowledge to solve problems in unfamiliar contexts within their field of study, including multidisciplinary scenarios.
- Students should be able to integrate knowledge and address the complexity of making informed judgments based on incomplete or limited information, including reflections on the social and ethical responsibilities associated with the application of their knowledge and judgments.
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de alguna de las áreas específicas de las Matemáticas.
- Que los estudiantes sean capaces de aplicar los resultados y técnicas aprendidas para la resolución de problemas complejos de alguna de las áreas de las Matemáticas, en contextos académicos o profesionales.
- Que los estudiantes tengan capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos lógico-matemáticos e identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Que los estudiantes sean capaces de construir, interpretar, analizar y validar modelos matemáticos avanzados que simulen situaciones reales.
- Que los estudiantes sean capaces de comprender de manera autónoma artículos de investigación o innovación en alguna de las áreas de las Matemáticas.

LEARNING OUTCOMES

- Al final de la sección sobre Geometría y Grupos, el estudiante debería poseer los siguientes resultados de aprendizaje:
 - Reproducir resultados clave sobre estructuras geométricas en grupos de Lie y conocer la idea tras las demostraciones de las mismas,
 - aplicar los conceptos y las técnicas básicas del curso a ejemplos concretos y mostrar como conducen a ciertos resultados de clasificación.
 - combinar conceptos de geometría y álgebra lineal, y
 - dar una presentación oral consistente sobre algún tema del curso.

DESCRIPTION OF CONTENTS



1. Bloque GEOMETRÍA Y GRUPOS

- Contenidos conceptuales:
 - Grupos matriciales como ejemplos de grupos de Lie.
 - Grupos nilpotentes y resolubles.
 - Diferenciales exteriores.
 - Métricas invariantes y curvatura.
 - Construcciones de métricas de Einstein.
 - Estructuras complejas, Hermitianas, simplécticas, de contacto, y otras estructuras geométricas en grupos de Lie.
 - Clasificación en dimensión baja.
- Temario detallado:
 - El temario detallado del bloque Geometría y Grupos contendría las siguientes secciones / Lecciones
 - 1. Grupos matriciales.
 - 2. Álgebras de Lie.
 - 3. Coordenadas locales en grupos matriciales.
 - 4. Conexiones y curvatura.
 - 5. Clasificación general de las álgebras de Lie.
 - 6. Más resultados sobre la curvatura.
 - 7. Estructuras Hermitianas en álgebras de Lie.
 - 8. Métricas SKT en álgebras de Lie nilpotentes.
 - 9. Representaciones.
 - 10. Cuaterniones, el grupo simpléctico y rotaciones.
 - 11. Dimensión 4.
 - 12. Dimensión 5: Estructuras Hypo.

2. Medida abstracta.

- Medidas exteriores
- Extensión de medidas
- Medidas de Fourier-Stieltjes
- Conjuntos medibles y no medibles

3. Funciones medibles y funciones integrables

-
- Funciones medibles
- Algunos tipos de convergencia
- Funciones integrables.

**4. Medida producto y teorema de Fubini**

- La medida producto
- El teorema de Fubini
- Aplicaciones

5. El teorema de Radon-Nikodym

- Medidas complejas y reales
- El teorema de Radon-Nikodym
- Aplicaciones

WORKLOAD

ACTIVITY	Hours	% To be attended
Theory classes	60,00	100
Development of individual work	30,00	0
Study and independent work	30,00	0
Readings supplementary material	10,00	0
Preparing lectures	10,00	0
Preparation of practical classes and problem	10,00	0
TOTAL	150,00	

TEACHING METHODOLOGY

Se introducirán paulatinamente los conceptos y las demostraciones necesarias para la comprensión de la teoría, intercalando ejemplos y ejercicios para clarificar los puntos que necesiten mayor detalle.

EVALUATION

En la parte de geometría y grupos: breve presentación oral (no más de 25 minutos) de los contenidos y conceptos de una de las secciones del bloque, previamente asignado por el profesor con tiempo suficiente para que el estudiante pueda prepararla con la bibliografía necesaria. En la parte de teoría de la medida: se evaluará mediante la presentación de problemas y cuestiones relativos a la materia propuestos de manera individualizada, o bien mediante la exposición en pizarra de una parte del curso por parte del alumno. También se propondrán trabajos realizados individualmente o en grupo y su correspondiente exposición en clase.



REFERENCES

Basic

- Bartle, R. The elements of integration and Lebesgue measure. Wiley classics Library. Edition 1995.
- W. Rudin, Analisis real y complejo. Mac Graw-Hill, 1988.
- George, C. Exercices et problems of integration. Gauthier-Villars, Paris, 1980.
- M. Freibert, Th.B. Madsen, A.F.Swann, ¿Geometry on groups¿ (online).
- ¿Matrix Groups. An introduction to Lie group Theory¿, Springer
¿

Additional

- Besse, A., ¿Einstein Manifolds¿, Springer-Verlag
- a first course¿, Springer-Verlag
- ¿