

**FICHA IDENTIFICATIVA****Datos de la Asignatura**

<b>Código</b>	44076
<b>Nombre</b>	Fundamentos de matemática avanzada
<b>Ciclo</b>	Máster
<b>Créditos ECTS</b>	6.0
<b>Curso académico</b>	2017 - 2018

**Titulación(es)**

<b>Titulación</b>	<b>Centro</b>	<b>Curso</b>	<b>Periodo</b>
2183 - M.U. en Investigación Matemática 13-V.1	Facultad de Ciencias Matemáticas	1	Primer cuatrimestre

**Materias**

<b>Titulación</b>	<b>Materia</b>	<b>Caracter</b>
2183 - M.U. en Investigación Matemática 13-V.1	7 - Fundamentos de matemática avanzada	Obligatoria

**Coordinación**

<b>Nombre</b>	<b>Departamento</b>
GALBIS VERDU, ANTONIO	15 - Análisis Matemático
MACIA JUAN, OSCAR	363 - Matemáticas
RUEDA SEGADO, MARIA PILAR	15 - Análisis Matemático

**RESUMEN**

La asignatura constará este curso de dos partes: Geometría y grupos y Teoría de la medida

Geometría y Grupos:

Las estructuras geométricas como métricas o estructuras complejas son objetos importantes en geometría diferencial, pero frecuentemente es difícil encontrar ejemplos concretos que satisfagan las ecuaciones



particulares que nos interesan. Trabajar en espacios con simetrías adicionales simplifica dramáticamente estos problemas y si en particular el espacio subyacente es un grupo de Lie, muchas de las cuestiones geométricas se reducen a simple álgebra (multi-)lineal.

El objetivo de esta parte del curso es introducir la geometría de los grupos de Lie desde el punto de vista del álgebra lineal. En última instancia, como veremos en la última parte del curso, estos métodos pueden utilizarse para proporcionar un cierto número de construcciones concretas de métricas de Einstein, y para dar una clasificación de otras estructuras interesantes en dimensión baja.

En la parte de Teoría de la medida se procederá a:

. Justificar y construir de manera rigurosa la medida de Lebesgue en varias dimensiones, así como la medida de Lebesgue-Stieltjes, desde la formalización general de las nociones de  $\sigma$ -álgebra de conjuntos y medidas definidas en  $\sigma$ -álgebras abstractas,

. Realizar el estudio de las funciones medibles e integrables respecto a medidas generales en el contexto general,

. Demostrar, como objetivo final, el importante teorema de Radon-Nikodym de representación de medidas absolutamente continuas respecto a una dada.

## CONOCIMIENTOS PREVIOS

### Relación con otras asignaturas de la misma titulación

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.



### Otros tipos de requisitos

Se requiere el conocimiento previo de la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias.

## COMPETENCIAS

### 2183 - M.U. en Investigación Matemática 13-V.1

- Que los/las estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- Que los/las estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de alguna de las áreas específicas de las Matemáticas.
- Que los estudiantes sean capaces de aplicar los resultados y técnicas aprendidas para la resolución de problemas complejos de alguna de las áreas de las Matemáticas, en contextos académicos o profesionales.
- Que los estudiantes tengan capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos lógico-matemáticos e identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Que los estudiantes sean capaces de construir, interpretar, analizar y validar modelos matemáticos avanzados que simulen situaciones reales.
- Que los estudiantes sean capaces de comprender de manera autónoma artículos de investigación o innovación en alguna de las áreas de las Matemáticas.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Al final de la sección sobre Geometría y Grupos, el estudiante debería poseer los siguientes resultados de aprendizaje:
  - - Reproducir resultados clave sobre estructuras geométricas en grupos de Lie y conocer la idea tras las demostraciones de las mismas,
  - - aplicar los conceptos y las técnicas básicas del curso a ejemplos concretos y mostrar como conducen a ciertos resultados de clasificación.
  - - combinar conceptos de geometría y algebra lineal, y
  - - dar una presentación oral consistente sobre algún tema del curso.



## DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

### 1. Bloque GEOMETRÍA Y GRUPOS

- Contenidos conceptuales:
- -Grupos matriciales como ejemplos de grupos de Lie.
- -Grupos nilpotentes y resolubles.
- -Diferenciales exteriores.
- -Métricas invariantes y curvatura.
- -Construcciones de métricas de Einstein.
- -Estructuras complejas, Hermitianas, simplécticas, de contacto, y otras estructuras geométricas en grupos de Lie.
- - Clasificación en dimensión baja.
- Temario detallado:
- El temario detallado del bloque Geometría y Grupos contendría las siguientes secciones / Lecciones
- 1. Grupos matriciales.
- 2. Álgebras de Lie.
- 3. Cordenadas locales en grupos matriciales.
- 4. Conexiones y curvatura.
- 5. Clasificación general de las álgebras de Lie.
- 6. Más resultados sobre la curvatura.
- 7. Estructuras Hermitianas en álgebras de Lie.
- 8. Métricas SKT en álgebras de Lie nilpotentes.
- 9. Representaciones.
- 10. Cuaterniones, el grupo simpléctico y rotaciones.
- 11. Dimensión 4.
- 12. Dimensión 5: Estructuras Hypo.

### 2. Medida abstracta.

- Medidas exteriores
- Extensión de medidas
- Medidas de Fourier-Stieltjes
- Conjuntos medibles y no medibles

### 3. Funciones medibles y funciones integrables

- 
- Funciones medibles
- Algunos tipos de convergencia
- Funciones integrables.

**4. Medida producto y teorema de Fubini**

- La medida producto
- El teorema de Fubini
- Aplicaciones

**5. El teorema de Radon-Nikodym**

- Medidas complejas y reales
- El teorema de Radon-Nikodym
- Aplicaciones

**VOLUMEN DE TRABAJO**

ACTIVIDAD	Horas	% Presencial
Clases de teoría	60,00	100
Elaboración de trabajos individuales	30,00	0
Estudio y trabajo autónomo	30,00	0
Lecturas de material complementario	10,00	0
Preparación de clases de teoría	10,00	0
Preparación de clases prácticas y de problemas	10,00	0
<b>TOTAL</b>	<b>150,00</b>	

**METODOLOGÍA DOCENTE**

Se introducirán paulatinamente los conceptos y las demostraciones necesarias para la comprensión de la teoría, intercalando ejemplos y ejercicios para clarificar los puntos que necesiten mayor detalle.

**EVALUACIÓN**

En la parte de geometría y grupos: breve presentación oral (no más de 25 minutos) de los contenidos y conceptos de una de las secciones del bloque, previamente asignado por el profesor con tiempo suficiente para que el estudiante pueda prepararla con la bibliografía necesaria. En la parte de teoría de la medida: se evaluará mediante la presentación de problemas y cuestiones relativos a la materia propuestos de manera individualizada, o bien mediante la exposición en pizarra de una parte del curso por parte del alumno. También se propondrán trabajos realizados individualmente o en grupo y su correspondiente exposición en clase.



## REFERENCIAS

### Básicas

- Bartle, R. The elements of integration and Lebesgue measure. Wiley classics Library. Edition 1995.
- W. Rudin, Analisis real y complejo. Mac Graw-Hill, 1988.
- George, C. Exercices et problems of integration. Gauthier-Villars, Paris, 1980.
- M. Freibert, Th.B. Madsen, A.F.Swann, ¿Geometry on groups¿ (online).
- ¿Matrix Groups. An introduction to Lie group Theory¿, Springer  
¿

### Complementarias

- Besse, A., ¿Einstein Manifolds¿, Springer-Verlag
- a first course¿, Springer-Verlag
- ¿