

**COURSE DATA****Data Subject**

Code	43485
Name	Research in didactics of advanced mathematics
Cycle	Master's degree
ECTS Credits	7.0
Academic year	2019 - 2020

Study (s)

Degree	Center	Acad. year	Period
2157 - M.D. in Research in Subject Didactics	Faculty of Teacher Training	1	First term

Subject-matter

Degree	Subject-matter	Character
2157 - M.D. in Research in Subject Didactics	8 - Research in didactics of mathematics	Optional
3112 - Specific Didactics	1 - Complementos de Formación	Optional

Coordination

Name	Department
ARNAU VERA, DAVID	85 - Mathematics Education
MONFORT PAÑEGO, MANUEL	95 - Didactics of Physical, Artistic and Music Education

SUMMARY

Esta asignatura está destinada a profundizar en las principales líneas de investigación que se están desarrollando en Didáctica de las Matemáticas y a aplicar los marcos teóricos generales estudiados en otra asignatura con el fin de caracterizar las investigaciones en este área. Los contenidos de esta asignatura buscan completar la formación especializada en la investigación en cada temática, que se profundizará mediante el estudio de investigaciones específicas centradas en la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas superiores.



Lograr los objetivos y las competencias que esta asignatura debe proporcionar situará a los estudiantes en condiciones de desarrollar y completar una investigación para su Trabajo Fin de Máster

PREVIOUS KNOWLEDGE

Relationship to other subjects of the same degree

There are no specified enrollment restrictions with other subjects of the curriculum.

Other requirements

Para el adecuado desarrollo de esta asignatura, los estudiantes tendrán que utilizar algunos conocimientos estudiados previamente en las asignaturas 43472, 43473, 43474, 43492 y 43483.

OUTCOMES

2157 - M.D. in Research in Subject Didactics

- Students should apply acquired knowledge to solve problems in unfamiliar contexts within their field of study, including multidisciplinary scenarios.
- Students should be able to integrate knowledge and address the complexity of making informed judgments based on incomplete or limited information, including reflections on the social and ethical responsibilities associated with the application of their knowledge and judgments.
- Students should communicate conclusions and underlying knowledge clearly and unambiguously to both specialized and non-specialized audiences.
- Students should demonstrate self-directed learning skills for continued academic growth.
- Elegir el marco metodológico más adecuado para intentar contestar las preguntas de investigación y dominar las técnicas metodológicas necesarias.
- Use appropriate bibliographical references that are relevant scientific background to the proposed research.
- Students should possess and understand foundational knowledge that enables original thinking and research in the field.
- Analyse and synthesise the main current research agendas in Specific Didactics.
- Conduct quality research in the scientific field of Specific Didactics using the methodologies, techniques and procedures of this discipline.
- Integrate ethical values and responsibility associated with research tasks into one's own research.
- Create spaces for research and learning with special attention to equity, emotional and values education, equal rights and opportunities between men and women, citizenship training and respect for human rights that facilitate life in society, decision-making and the construction of a sustainable future.



- Evaluate current research problems on teaching or learning in the fields of knowledge characteristic of Specific Didactics.
- Synthesise historical, epistemological and ontological aspects associated with the emergence and evolution of research in Specific Didactics.
- Evaluate the relevance of a research project, its quality and future projection, with scientific criteria appropriate to the international standards of the studied speciality.
- Synthesise relevant research problems on learning or teaching in the disciplines belonging to Specific Didactics.
- Search and synthesise information on research results in bibliographic, material, virtual, etc. repertoires useful to support a new research project.
- Critically analyse, from the point of view of research in Specific Didactics, the performance of teaching, good practice and guidance using quality indicators.
- Understand and apply specialised research procedures in Specific Didactics.
- Identify, analyse and evaluate national or international research publications in the field of Specific Didactics.
- Decide, with objective criteria, which methodological paradigm quantitative, qualitative or mixed best fits the objectives of your own research.
- Plantear preguntas de investigación pertinentes sobre un tema de investigación actual.
- Adequately analyse and evaluate the partial and final results of one's own research and contrast, refute or modify the first hypotheses.

LEARNING OUTCOMES

La asignatura Investigación en Didáctica de las Matemáticas Superiores debe proporcionar a los estudiantes el máximo nivel de especialización en su formación investigadora. Los estudiantes deben completar la adquisición de los conocimientos didácticos y metodológicos obtenidos en otras asignaturas con los conocimientos más especializados necesarios para poder abordar con éxito las diferentes tareas que comporta la realización de un proyecto de investigación centrado en contenidos o currículos de matemáticas superiores.

Se espera que los estudiantes de esta asignatura hayan conseguido al finalizar el curso, siempre refiriéndose a la investigación en Didáctica de las Matemáticas:

- Conocer elementos específicos de las principales líneas de investigación actuales sobre didáctica de las matemáticas superiores.
- Conocer con detalle los principales marcos teóricos específicos de la didáctica de las matemáticas superiores.
- Utilizar los conocimientos adquiridos en esta y otras asignaturas para poder analizar de manera crítica publicaciones de resultados de investigaciones.



- Presentar los resultados de sus estudios, análisis de literatura, etc. de manera sintética, completa y adecuada para una audiencia de investigadores.
- Conocer elementos de la historia de las matemáticas que pueden ser útiles como soporte para investigaciones didácticas centradas en las matemáticas superiores.
- Realizar reflexiones de contenido epistemológico sobre las matemáticas formales, las matemáticas escolares y las concepciones de los estudiantes.
- Plantear cuestiones susceptibles de servir como base para diseños de investigaciones didácticas centradas en contenidos matemáticos superiores y seleccionar marcos teóricos y herramientas metodológicas adecuados para dar respuestas a tales cuestiones.

DESCRIPTION OF CONTENTS

1. Investigación en didáctica del álgebra superior

1. Panorama de la investigación sobre enseñanza y aprendizaje del álgebra.
2. El sistema de signos del álgebra.
3. Resolución de problemas aritmético-algebraicos.
4. Resolución de problemas de modelización.
5. Generalización y demostración en álgebra.
6. Investigación sobre el uso de entornos tecnológicos en la enseñanza-aprendizaje del álgebra.
7. Diseño de sistemas inteligentes para la enseñanza-aprendizaje de la resolución algebraica de problemas verbales.

2. Investigación en didáctica de la geometría superior

1. El modelo de razonamiento matemático de Van Hiele. Evaluación de la adquisición de los niveles. Diseño de tests.
2. La investigación sobre enseñanza y aprendizaje en entornos de software de geometría dinámica. El modelo de la génesis instrumental. Entornos de geometría dinámica espacial. Los niveles de Van Hiele y la geometría dinámica.
3. La visualización en la investigación sobre didáctica de la geometría. La visualización en entornos de geometría dinámica espacial. Los niveles de Van Hiele y la visualización.
4. La investigación sobre el aprendizaje de la demostración matemática. Tipos de demostraciones de estudiantes. El modelo de Toulmin. Demostraciones en entornos de geometría dinámica.

3. Investigación en pensamiento numérico avanzado

1. Modelos de competencia de modelización y modelos de enseñanza consecuentes con ellos de los conceptos aritméticos superiores:
 - Ampliación de los conceptos numéricos. El desarrollo de la aritmética del número racional, los conceptos y problemas multiplicativos, y las competencias que son comunes a los currícula de la enseñanza secundaria en relación con la razón y proporción.



- Aspectos varios del conocimiento de la aritmética que tienen que ver con las dificultades en los primeros aprendizajes del álgebra y con las ideas acerca de los distintos tipos de números, en particular la idea de negativo y de irracional.

4. Profundización en investigación en Didáctica de la Probabilidad y de la Estadística

1. Investigaciones sobre problemas ternarios de probabilidad condicional.
2. Investigaciones sobre la resolución de problemas de probabilidad condicional y la formación de maestros y profesores de educación secundaria.
3. Investigaciones sobre recursos y métodos en resolución de problemas de probabilidad.
4. Investigaciones sobre variabilidad en los datos.
5. Investigaciones sobre distribuciones de probabilidad.
6. Investigaciones sobre la ley de los grandes números y el teorema central del límite.

WORKLOAD

ACTIVITY	Hours	% To be attended
Theory classes	42,00	100
Development of group work	40,00	0
Development of individual work	40,00	0
Study and independent work	40,00	0
Readings supplementary material	13,00	0
TOTAL	175,00	

TEACHING METHODOLOGY

Se podrán aplicar diversas metodologías de enseñanza y de trabajo de los estudiantes, dependiendo del tipo de actividad que se tenga que realizar. Podrá emplearse:

- Exposición magistral de contenidos por los profesores (generalmente en las clases teóricas).
- Discusión entre estudiantes bajo la observación del profesor, con o sin la intervención de éste (generalmente en los seminarios).
- Trabajo tutelado o autónomo, individual o en pequeños grupos para la realización de proyectos, elaboración de materiales, búsquedas de información, etc. (generalmente en el laboratorio o como actividades no presenciales).
- Tiempo de estudio individual autónomo o tutelado (generalmente para elaborar trabajos o para preparar pruebas de evaluación).
- Presentación de los trabajos realizados ante profesores y/o otros estudiantes (generalmente en los seminarios).



- Reuniones individuales con el profesor tutor para hacer un seguimiento del progreso del estudiante.

EVALUATION

La evaluación se basará en la valoración de evidencias de aprendizaje, que se podrán recoger por uno o más de los siguientes medios:

- Seguimiento sistemático del progreso de los estudiantes tanto en las clases teóricas y seminarios como en las tutorías.
- Evaluación de los trabajos encomendados.
- Valoración de la participación individual y de grupo en las actividades realizadas durante las clases teóricas y los seminarios (presentaciones de los propios trabajos, participación en discusiones, etc.).
- Realización de exámenes u otras pruebas diseñados para valorar el grado de dominio de las competencias del módulo por los estudiantes.

Cada profesor será responsable de la evaluación y calificación de la parte de la asignatura que haya impartido. Para ello se tendrán en cuenta:

- Las actividades realizadas por los estudiantes durante las sesiones de clases presenciales (con un valor máximo del 40%). Estas actividades se contabilizarán únicamente cuando el estudiante haya asistido al menos al 80% de las clases presenciales.
- Los trabajos no presenciales encomendados durante el curso u otros procedimientos de evaluación que el profesor pueda determinar (con un valor mínimo del 60%).

Al comienzo del curso cada profesor informará del procedimiento de evaluación que aplicará y de la distribución de porcentajes que considerará.

La nota final de la asignatura será la media aritmética ponderada de las calificaciones de los diferentes profesores. Para aprobar la asignatura es necesario que las calificaciones de todos los profesores sean iguales o superiores a 3'5 puntos sobre 10 y que la nota final de la asignatura sea igual o superior a 5 puntos sobre 10.

REFERENCES

Basic

- Tema 1:
Arnau, D., Arevalillo-Herráez, M., Puig, L., & González-Calero, J. A. (2013). Fundamentals of the design and the operation of an intelligent tutoring system for the learning of the arithmetical and algebraic way of solving word problems. *Computers & Education*, 63(0), 119 - 130.
Booth, L. R. (1984). *Algebra: Children's Strategies and Errors. A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. Windsor, Berkshire: NFER-NELSON.
Fillooy, E., Puig, L., & Rojano, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 26(3), pp. 327-342.



- Filloy, E., Rojano, T., & Puig, L. (2008). Educational Algebra: A theoretical and empirical approach. New York: Springer.
- Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht: Reidel.
- Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. En A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future (pp.11-49). Sense Publishers.
- Heffernan, N. T. & Koedinger, K. R. (2000). Intelligent Tutoring Systems are Missing the Tutor: Building a More Strategic Dialog-Based Tutor. En C. P. Rose & R. Freedman (Eds.), Building Dialogue Systems for Tutorial Applications, Papers of the 2000 AAAI Fall Symposium (pp. 14-19). Menlo Park, CA: AAAI Press.
- Hoyles, C. & Lagrange, J.-B. (2010). Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain. The 17th ICMI Study. New York: Springer.
 - Koedinger, K. R. & Aleven, V. (2007). Exploring the Assistance Dilemma in Experiments with Cognitive Tutors. Educational Psychology Review, 19, 239-264.
 - Koedinger, K. R. & Nathan, M. J. (2004). The Real Story behind Story Problems: Effects of Representations on Quantitative Reasoning. The Journal of the Learning Sciences, 13(2), 129-164.
 - Küchemann, D. (1981). Algebra. En K. Hart (Ed.), Children's understanding of mathematics: 11-16 (pp. 102-119). London: John Murray.
 - Mathematics. Models. Procedia Social and Behavioral Sciences, 8, pp. 3-16.
 - Nathan, M. J. (1998). Knowledge and Situational Feedback in a Learning Environment for Algebra Story Problem Solving. Interactive Learning Environments, 5(1), 135-159.
 - Newell, A. & Simon, H. (1972). Human problem solving. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
 - Noss, R., Poulouvasilis, A., Geraniou, E., Gutierrez-Santos, S., Hoyles, C., Kahn, K., Magoulas, G. D., & Mavrikis, M. (2012). The design of a system to support exploratory learning of algebraic generalisation. Computers & Education, 59(1), 63 - 81.
 - Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico, (Coord.) La educación matemática en la enseñanza secundaria (pp. 61-94). Barcelona: Horsori/ICE.
 - Puig, L. (2008). Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. PNA, Vol. 2, núm. 3, pp. 87-107.
 - Puig, L. (2010). Researching (algebraic) problem solving from the perspective of Local Theoretical VanLehn, K. (2011). The Relative Effectiveness of Human Tutoring, Intelligent Tutoring Systems, and Other Tutoring Systems. Educational Psychologist, 46(4), 197-221.
 - Puig, L. y Monzó, O. (2013). Fenómenos y ajustes. Un modelo de enseñanza del proceso de modelización y los conceptos de parámetro y familia de funciones. En Rojano, T. (Ed.) Las tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas (pp. 9-36) México: Trillas.
 - Wagner, S. & Kieran, C. (1989). An Agenda for Research on the Learning and Teaching of Algebra. En S. Wagner & C. Kieran (Eds.), Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra (pp. 220-237). Reston, Virginia: Lawrence Erlbaum Associates and National Council of Teachers of
 - Tema 2:
 - Alba, F. J. (2012). Dificultades de interpretación y de uso de los arrastres en Cabri 3D por estudiantes de ESO (memoria de Trabajo Fin de Máster no publicada). Valencia: U. de Valencia.
 - Arzarello, F., et al. (1998). A model for analysing the transition to formal proofs in geometry, Proceedings of the 22th PME Conference 2, 24-31.



- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils practice of school mathematics, en Pimm, D. (ed.), Mathematics, teachers and children (pp. 216-235). Londres: Hodder & Stoughton.
- Clements, M. A., Bishop, A. J., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Leung, F. K. S. (Eds.) (2013). Third international handbook of mathematics education. Nueva York (EE.UU.): Springer.
- De Villiers, M. (1991). Pupils needs for conviction and explanation within the context of geometry, Pythagoras 26, 18-27.
- De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas, Epsilon 26, 15-29.
- Drijvers, P., & Trouche, L. (2008). From Artifacts to Instruments: A Theoretical framework Behind the Orchestra Metaphor. En G. W. Blume & M. K. Heid (eds.), Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Cases and perspectives (vol. 2, pp. 363-391). Charlotte, NC, EE.UU.: NCTM & Information Age Publ.
- Guillén, G. (1997). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos. Observación de procesos de aprendizaje (tesis doctoral). Valencia: U. de València.
- Gutiérrez, A. (1992 a). Exploring the links between Van Hiele Levels and 3-dimensional geometry, Structural Topology 18, 31-48.
- Gutiérrez, A. (1996 c). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework, Proceedings of the 20th PME Conference 1, 3-19.
- Gutiérrez, A., y Boero, P. (Eds.) (2006). Handbook of research on the psychology of mathematics education. Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.
- Gutiérrez, A., y Jaime, A. (1998). On the Assessment of the Van Hiele Levels of Reasoning, Focus on Learning Problems in Mathematics 20(2/3), 27-46.
- Gutiérrez, A., Jaime, A., y Fortuny, J. M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the Van Hiele levels, Journal for Research in Mathematics Education 21(3), pp. 237-251.
- Harel, G., y Sowder, L. (1998). Students proof schemes: Results from exploratory studies. En Schoenfeld, A. H. et al. (Eds.), Research in collegiate mathematics education, III (pp. 234-283). Providence, EE.UU.: American Mathematical Society.
- Jaime, A. (1993). Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento (tesis doctoral). Valencia: Univ. de Valencia.
- Marrades, R., y Gutiérrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment, Educational Studies in Mathematics 44(1/2), 87125.
- - Zbiek, R. M., et al. (2007). Research on technology in mathematics education. En F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 1169-1207). Reston, VA, EE.UU.: NCTM.
- Tema 3:
Memorias de tesis doctoral y trabajos de fin de master relacionados con los temas estudiados.
- - Tema 4:
Carles, M.; y Huerta, M. P. (2007). Conditional probability problems and contexts. The diagnostic test context. En D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.) Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 702-710.
- Carles, M.; y otros (2009). Influencia de la estructura y el contexto en las dificultades de los problemas de probabilidad condicional de nivel N0. Un estudio exploratorio con estudiantes sin enseñanza previa. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (eds.) Investigación en Educación Matemática XIII, 173-



185. Santander: SEIEM.

Carles, M.; y Huerta, M. P. (2007). El mundo de los problemas de probabilidad condicional en el contexto del test de diagnóstico. En M. Camacho, P. Flores y P. Bolea (Eds.), Investigación en Educación Matemática XI, pp. 249-260. Tenerife: SEIEM.

Cerdán, F.; Huerta, M. P. (2007). Problemas ternarios de probabilidad condicional y grafos trinomiales. Educación Matemática, 19 (1), 27-62.

Edo P.; Huerta, M. P. y Cerdán, F. (2011). Análisis de las resoluciones de problemas de probabilidad condicional mediante grafos. Un ejemplo. En Margarita Marín, Gabriel Fernández, Lorenzo J. Blanco & Mercedes Paralea (Eds.) Investigación en Educación Matemática XV, pp. 337-350. Ciudad Real: Univ. de Castilla-La Mancha,

- Edo, P; y Huerta, M. P: (2010). Estudios sobre los problemas ternarios de probabilidad condicional de nivel N0. Comunicación presentada en el grupo de Probabilidad y Estadística. Lleida: SEIEM. Edición en CD.

Freudenthal, H. (1970). The aims of teaching probability. En L. Rade (Ed.), The teaching of probability and statistics, 151-168. Stockholm: Almqvist & Wiksell.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an Educational task. Dordrecht: Kluwer Academic Press.

Freudenthal, H. (1974). The crux of course design in probability. Educational Studies in Mathematics 5, 261-277.

Freudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht: Kluwer Academic Press.

Gal, I. (2005). Towards probability literacy for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En Graham A. Jones (Ed.), Exploring probability in School: Challenge for teaching and learning. MEL, Springer, 39-63.

Henry, M. (2005). Modélisation en Probabilités conditionnelles. En M. Henry (Ed.) Autour de la modelisation en probabilités. IREM de Franche-Comté, (6) 173 -185.

Huerta, M. P. (2009). On Conditional Probability Problem Solving Research Structures and Context, en M. Borovcnik & R. Kapadia (2009), Special issue on Research and Developments in Probability Education. International Electronic Journal of Mathematics Education, 4 (3), 163-194.

- Huerta, M. P. y Cerdán, F. (2010). El cálculo de probabilidades en la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En: SIMPOSIO DE LA SOCIEDAD DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA XIV. Lleida, España, 2010. Actas, Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. p. 353-364.

Huerta, M. P. y Lonjedo, M. A. (2006). The nature of the quantities in a conditional probability problem. Its influence on the problem solving behaviour. En M. Bosch (Ed.), European Research in Mathematics Education IV. Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4), 528-538.

Huerta, M. P.; Cerdán, F. ; Lonjedo, M. A. y Edo, P. (2011). Assessing difficulties of conditional probability problems. En Marta Pytlak; Tim Rowland & Ewa Swoboda (Eds.) Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 807-817. University of Rzeszów, Poland.

Huerta, M.P. (2013). Researching conditional probability problem solving. En Chernoff, Egan J.; Shiraman Bharath (Eds.) Probabilistic Thinking (Presenting plural perspective). New York: Springer.



- - Huerta, M.P. y Lonjedo, M.A. (2007). The same problem in three presentation formats: Different percentages of success and thinking processes, En D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.) Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 5), 732-741.
- Jones, G. A (Ed.) (2005). Exploring probability in School: Challenge for teaching and learning. New York: Springer.
- Jones, G. A.; Langrall, C. W.; Mooney, E. S. (2007). Research in Probability (Responding to Classroom Realities). En F. Lester (Ed.), Second Handbook of Research on mathematic teaching and learning, 909-956. NCTM.
- Kapadia, R. & Borovcnik, M. (1991). Chance Encounters: Probability in Education. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions. En D. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: MacMillan Publishing Company, 465-494.

ADDENDUM COVID-19

This addendum will only be activated if the health situation requires so and with the prior agreement of the Governing Council

English version is not available