FICHA IDENTIFICATIVA

Datos de la Asignatura

Código	36591
Nombre	Espacios de Hilbert y series de Fourier
Ciclo	Grado
Créditos ECTS	6.0
Curso académico	2024 - 2025

Titulación(es)

Titulación	Centro	Curso	Periodo
1928 - Doble Grado en Física y Matemáticas	Doble Grado en Física y Matemáticas	3	Segundo cuatrimestre

Materias

Titulación	Materia	Carácter
1928 - Doble Grado en Física y Matemáticas	3 - Tercer Curso (Obligatorio)	Obligatoria

Coordinación

Nombre	Departamento
GALBIS VERDU, ANTONIO	15 - Análisis Matemático

RESUMEN

La primera parte contiene una introducción a la teoría de los espacios de Hilbert, con especial énfasis en el estudio de la proyección ortogonal y los desarrollos de Fourier respecto de un sistema ortonormal. A continuación nos centramos en los desarrollos en serie de Fourier respecto del sistema trigonométrico de funciones periódicas en la recta real. Se estudian los núcleos de Dirichlet y Féjer y se obtienen algunos resultados relativos a la convergencia de las series. La asignatura se completa con el estudio de las propiedades básicas de la transformada de Fourier y el teorema de muestreo de Shannon.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Relación con otras asignaturas de la misma titulación

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

Otros tipos de requisitos

Análisis Matemático I F-M, Análisis matemático II F-M

COMPETENCIAS (RD 1393/2007) // RESULTADOS DEL APRENDIZAJE (RD 822/2021)

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (RD 1393/2007) // SIN CONTENIDO (RD 822/2021)

Comprender los fundamentos de la teoría de espacios de Hilbert y saber utilizar las propiedades básicas de los espacios clásicos de funciones y sucesiones. Conocer el desarrollo en serie de Fourier de una función periódica, así como condiciones que permitan recuperar una función peródica a partir de su serie de Fourier. Conocer las propiedades básicas de la transformada de Fourier, en particular la relación con la convolución, la transformada de una gaussiana y la fórmula de inversión.

DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

1. Espacios de Hilbert

Espacio prehilbertiano. Desigualdades de Cauchy-Schwartz y Minkowski. Norma asociada. Identidad del paralelogramo. Espacios l2 y L2(omega)

2. Aproximación óptima

Distancia de un punto a un conjunto convexo cerrado. Proyección ortogonal y descomposición ortogonal. Teorema de representación de Riesz. Teoremas de Stampacchia y Lax-Milgram.

3. Sistemas ortonormales

El sistema trigonométrico en L2(T). Desigualdad de Bessel. Método de Gram-Schmidt. Sistemas ortonormales maximales. Identidad de Parseval. Coeficientes de Fourier. Teorema de Riesz-Fisher.

4. Series de Fourier en L1(T)

Núcleos de Dirichlet y Fejér. Convergencia de las medias Césaro en C(T). Lema de Riemann-Lebesgue. Completitud del sistema trigonométrico. Convergencia puntual de una serie de Fourier: teorema de localización de Riemann y convergencia a la media del salto cuando hay límites y derivadas laterales.

5. Transformada de Fourier en L1(Rn)

Los operadores de traslación y modulación. Transformada y convolución. La transformada de una gaussiana. Aproximantes de la identidad. Delta de Dirac y función de Heaviside. Fórmula de inversión. Teorema del muestreo de Shannon: ancho de banda de una señal y frecuencia de Nyquist.

VOLUMEN DE TRABAJO

ACTIVIDAD	Horas	% Presencial
Clases de teoría	30,00	100
Prácticas en aula	22,50	100
Otras actividades	7,50	100
Elaboración de trabajos individuales	10,00	0
Preparación de actividades de evaluación	40,00	0
Preparación de clases de teoría	10,00	0
Preparación de clases prácticas y de problemas	30,00	0
TOTAL	**150,00**	

METODOLOGÍA DOCENTE

Se introducirá gradualmente y se desarrollará el contenido teórico y práctico de cada tema y las herramientas adecuadas para la resolución de problemas.

En las clases prácticas se aplicarán los conceptos expuestos en las clases teóricas, para abordar cuestiones o resolver problemas.

Se propondrán colecciones de resultados, cuestiones y problemas para su estudio. Este estudio será tutelado y evaluado. En las clases de problemas preferentemente se resolverán y corregirán los ejercicios propuestos.

EVALUACIÓN

Cada estudiante deberá demostrar el conocimiento de los conceptos básicos y la adquisición de las competencias de la materia mediante la realización de exámenes teórico-prácticos. También se valorará su capacidad para abordar las cuestiones o resolver los problemas propuestos por el profesorado.

Se realizará la evaluación mediante:

1. Un examen a final de curso, que consistirá en una parte teórica y otra práctica que supondrán cada una el cincuenta por ciento de la nota, y se hará la media siempre que cada nota supere los tres puntos sobre diez. Un el examen teórico se medirá tanto la adquisición de conocimientos como la capacidad de redacción y de rigor en las demostraciones, así como la resolución de cuestiones. En el examen práctico se evaluará la capacidad de resolución de problemas y ejercicios.

2. Se valorará la participación en las tareas o controles propuestos por el profesorado (10% de la nota), siempre que la nota de los exámenes supere un mínimo de cuatro puntos.

3. Se valorará la participación en los seminarios (10% de la nota), siempre que la nota de los exámenes supere un mínimo de cuatro puntos.

REFERENCIAS

Básicas

- J. Cerdá ; Intoducció a lAnàlisi Funcional. Publicacions i Edicions de la Universitat de Barcelona, 2005.
- K. Saxe; Beginning functional analysis. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 2002.
- E.M. Stein, R. Shakarchi; Fourier Analysis: an Introduction, Princeton Lectures on Analysis, 2003.
- J. Duoandikoetxea; Lecciones sobre las series y las transformadas de Fourier. https://www.ugr.es/~acanada/docencia/matematicas/analisisdefourier/Duoandikoetxeafourier.pdf
- G.B. Folland; Fourier analysis and its applications; Brooks/Cole Publishing, 1992.

Complementarias

- T.W. Körner, Fourier Analysis, Cambridge University Press, 1988.
- B. Cascales, J.M. Mira, J. Orihuela, M. Raja; Análisis functional. Ediciones Electolibris, 2012.