

**FITXA IDENTIFICATIVA****Dades de l'Assignatura**

Codi	36591
Nom	Espais de Hilbert i sèries de Fourier
Cicle	Grau
Crèdits ECTS	6.0
Curs acadèmic	2022 - 2023

Titulació/titulacions

Titulació	Centre	Curs	Període
1928 - Programa de doble Grau Física-Matemàtiques	Doble Grau en Física i Matemàtiques	3	Segon quadrimestre

Matèries

Titulació	Matèria	Caràcter
1928 - Programa de doble Grau Física-Matemàtiques	3 - Tercer Curs (Obligatori)	Obligatòria

Coordinació

Nom	Departament
GALBIS VERDU, ANTONIO	15 - Anàlisi Matemàtica

RESUM

La primera part conté una introducció a la teoria dels espais de Hilbert, amb especial èmfasi en l'estudi de la projecció ortogonal i els desenvolupaments de Fourier respecte d'un sistema ortonormal. A continuació ens centrem en els desenvolupaments en sèrie de Fourier respecte del sistema trigonomètric de funcions periòdiques en la recta real. S'estudien els nuclis de Dirichlet i Fejér i s'obtenen alguns resultats relatius a la convergència de les sèries. L'assignatura es completa amb l'estudi de les propietats bàsiques de la transformada de Fourier i el teorema de mostreig de Shannon.

CONEIXEMENTS PREVIS



Relació amb altres assignatures de la mateixa titulació

No heu especificat les restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

Altres tipus de requisits

Anàlisi matemàtica I F-M, Anàlisi Matemàtica II F-M

COMPETÈNCIES

RESULTATS DE L'APRENTATGE

Comprendre els fonaments de la teoria d'espais de Hilbert i saber utilitzar les propietats bàsiques dels espais clàssics de funcions i successions. Conèixer el desenvolupament en sèrie de Fourier d'una funció periòdica, així com condicions que permeten recuperar una funció periòdica a partir de la seua sèrie de Fourier. Conèixer les propietats bàsiques de la transformada de Fourier, en particular la relació amb la convolució, la transformada d'una gaussiana i la fórmula d'inversió.

DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS

1. Espais de Hilbert

Espai prehilbertià. Desigualtats de Cauchy-Schwarz i Minkowski. Norma associada. Identitat del paral·lelogram. Espais ℓ_2 y $\ell_2(\omega)$

2. Aproximació òptima

Distància d'un punt a un conjunt convex tancat. Projectió ortogonal i descomposició ortogonal. Teorema de representació de Riesz. Teoremes de Stampacchia i Lax-Milgram.

3. Sistemes ortonormals

El sistema trigonomètric en $\ell_2(T)$. Desigualtat de Bessel. Mètode de Gram-Schmidt. Sistemes ortonormals maximals. Identitat de Parseval. Coeficients de Fourier. Teorema de Riesz-Fisher.

4. Sèries de Fourier en $\ell_1(T)$

Nuclis de Dirichlet i Féjer. Convergència de les mitjanes Césaro en $C(T)$. Lema de Riemann-Lebesgue. Completesa del sistema trigonomètric. Convergència puntual d'una sèrie de Fourier: teorema de localització de Riemann i convergència a la mitjana del salt quan hi ha límits i derivades laterals.

**5. Transformada de Fourier en $L^1(\mathbb{R}^n)$**

Els operadors de translació i modulació. Transformada i convolució. La transformada d'una gaussiana. Aproximants de la identitat. Delta de Dirac i funció de Heaviside. Fórmula d'inversió. Teorema del mostreig de Shannon: ample de banda d'un senyal i freqüència de Nyquist.

VOLUM DE TREBALL

ACTIVITAT	Hores	% Presencial
Classes de teoria	30,00	100
Pràctiques en aula	22,50	100
Altres activitats	7,50	100
Elaboració de treballs individuals	10,00	0
Preparació d'activitats d'avaluació	40,00	0
Preparació de classes de teoria	10,00	0
Preparació de classes pràctiques i de problemes	30,00	0
TOTAL	150,00	

METODOLOGIA DOCENT

S'introduirà gradualment i es desenvoluparà el contingut teòric de cada tema i les eines adequades per a la resolució de problemes.

En les classes pràctiques s'aplicaran els conceptes exposats a les classes teòriques, per abordar qüestions o resoldre problemes.

Es proposaran col·leccions de resultats, qüestions i problemes per al seu estudi. Aquest estudi serà tutelat i avaluat. A les classes de problemes preferentment es faran i corregiran els exercicis proposats.

AVALUACIÓ

Cada estudiant haurà de demostrar el coneixement dels conceptes bàsics i l'adquisició de les competències de la matèria mitjançant la realització d'exàmens teòric-pràctics. També es valorarà la seva capacitat per abordar les qüestions o resoldre els problemes proposats pel professorat.

Es realitzarà l'avaluació mitjançant:

1. Un exàmen a final de curs, que consistirà en una part teòrica i una altra pràctica que suposaran cadascuna el cinquanta per cent de la nota, i es farà la mitjana sempre que cada nota supere els tres punts sobre deu. Un l'exàmen teòric es mesurarà tant l'adquisició de coneixements com la capacitat de redacció i de rigor en les demostracions, així com la resolució de qüestions. En l'exàmen pràctic s'avaluarà la capacitat de resolució de problemes i exercicis.



2. Es valorarà la participació en les tasques o controls proposats pel professorat (10% de la nota), sempre que la nota dels exàmens supere un mínim de quatre punts.

3. Es valorarà la participació en els seminaris (10% de la nota), sempre que la nota dels exàmens supere un mínim de quatre punts.

REFERÈNCIES

Bàsiques

- J. Cerdà ; Introducció a l'Anàlisi Funcional. Publicacions i Edicions de la Universitat de Barcelona, 2005.
- K. Saxe; Beginning functional analysis. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 2002.
- E.M. Stein, R. Shakarchi; Fourier Analysis: an Introduction, Princeton Lectures on Analysis, 2003.
- J. Duoandikoetxea; Lecciones sobre las series y las transformadas de Fourier.
<https://www.ugr.es/~acanada/docencia/matematicas/analisisdefourier/Duoandikoetxeafourier.pdf>
- G.B. Folland; Fourier analysis and its applications; Brooks/Cole Publishing, 1992.

Complementàries

- T.W. Körner, Fourier Analysis, Cambridge University Press, 1988.
- B. Cascales, J.M. Mira, J. Orihuela, M. Raja; Análisis funcional. Ediciones Electolibris, 2012.