

**FITXA IDENTIFICATIVA****Dades de l'Assignatura**

Codi	36586
Nom	Anàlisi matemàtica II F-M
Cicle	Grau
Crèdits ECTS	12.0
Curs acadèmic	2023 - 2024

Titulació/titulacions

Titulació	Centre	Curs	Període
1928 - Programa de doble Grau Física-Matemàtiques	Doble Grau en Física i Matemàtiques	2	Anual

Matèries

Titulació	Matèria	Caràcter
1928 - Programa de doble Grau Física-Matemàtiques	2 - Segon Curs (Obligatori)	Obligatòria

Coordinació

Nom	Departament
MOLL CEBOLLA, JOSE SALVADOR	15 - Anàlisi Matemàtica

RESUM

El domini del càlcul diferencial i integral de les funcions de diverses variables reals és una de les bases de la formació matemàtica. Un dels objectius del segon curs del Grau ha de ser la comprensió dels conceptes i la fluència en l'ús de les tècniques bàsiques d'aquesta matèria. L'assignatura es divideix en dues parts, cadascuna s'estudia en un quadrimestre. En la primera part s'estudia el Càlcul diferencial, que es desenvolupa per a funcions definides entre espais euclidians de dimensió finita. La segona part del curs es dedica a l'estudi de la integral de Lebesgue



CONEIXEMENTS PREVIS

Relació amb altres assignatures de la mateixa titulació

No heu especificat les restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

Altres tipus de requisits

Àlgebra Lineal i Geometria I F-M, Anàlisi Matemàtica I F-M

COMPETÈNCIES

RESULTATS DE L'APRENTATGE

- Calcular límits de funcions de diverses variables i identificar les funcions diferenciables.
- Manejar les derivades parcials mitjançant la regla de la cadena i el teorema de la funció implícita.
- Conèixer la formulació d'equacions de la física matemàtica per mitjà de derivades parcials.
- Estudiar extrems locals i extrems condicionats de funcions de diverses variables.
- Saber aplicar els teoremes de la funció inversa i implícita a problemes concrets.
- Entendre el concepte de convergència d'integrals impròpies i conèixer els principals criteris de convergència.
- Saber identificar les funcions integrables de Lebesgue.
- Saber aplicar els principals teoremes de convergència.
- Conèixer la formulació dels teoremes de Fubini, del canvi de variable, i saber-los aplicar per tal de calcular integrals.
- Relacionar la noció de mesura amb la d'integració.
- Resoldre problemes que impliquen el plantejament d'integrals (longituds, àrees, volums i centres de gravetat).

DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS

1. Espais euclidians de dimensió finita

1.1 $\mathbb{R}^n$ como a espai euclidià, normat i mètric.

Producte escalar i norma euclidiana en $\mathbb{R}^n$. Norma en $\mathbb{R}^n$. Distància en $\mathbb{R}^n$: Conceptes topològics. Distància dun punt a un conjunt. Distància entre conjunts. Conjunts fitats.

1.2 Convergència en $\mathbb{R}^n$.

Successions convergents. Caracterització successional dels punts adherents i acumulació dun conjunt.

1.3 Compacitat en $\mathbb{R}^n$.

Subconjunts compactes, relativament compactes i fitats.



2. Funcions contínues de diverses variables

2.1 Funcions entre espais euclidians de dimensió finita. Límits de funcions. Definició de límit duna funció en un punt d'acumulació del domini. Caracterització successional del límit.

Projeccions. Funcions coordenades. Propietats aritmètiques dels límits. Continuïtat duna funció en un punt i en un conjunt. Aplicacions lineals.

2.2 Funcions complexes. Continuïtat. Branques uniformes de largument.

2.3 Continuïtat uniforme: Definició, teorema de Heine-Cantor

3. Diferenciació de funcions.

3.1 Derivades direccionals i diferencial. Unicitat de la diferencial. Relació entre la continuïtat, la diferenciabilitat i l'existència de las derivades direccionals. Matriu Jacobiana i vector gradient.

3.2 Diferenciabilitat complexa. Equacions de Cauchy-Riemann.

3.3 La regla de la cadena: funcions de variable real i de variable complexa.

3.4 El teorema del valor mitjà i conseqüències.

4. Derivades d'ordre superior.

4.1 Derivades parcials d'ordre superior. Funcions de classe C^k . Una condició suficient de diferenciabilitat. Teoremes de las derivades creuades.

4.2 La fórmula de Taylor: Desenvolupaments de Taylor. Acotació del residu de Taylor. Aplicacions.

4.3 Extrems locals de funcions de diverses variables. Punts crítics. Condicions suficients per a extrems relatius. Matriu Hessiana.

5. Els teoremes de la funció inversa i implícita

5.1 Funcions amb Jacobiana no nul.

5.2 Teorema de la funció inversa: funcions de variable real i de variable complexa. Difeomorfismes.

5.3 Teorema de la funció implícita

6. Extrems condicionats i multiplicadors de Lagrange. Aplicacions.

7. Funcions integrables Lebesgue

7.1 Conjunts nuls: Rectangles en $\mathbb{R}^n$. Mesura dun rectangle. Conjunts nuls: Exemples.

7.2 Funcions esglaonades: Funció característica dun conjunt. Funcions esglaonades. La integral de Lebesgue per a funcions esglaonades. Propietats.

7.3 Funcions superiors. Integral duna funció superior.

7.4 Funcions integrables Lebesgue. Propietats.

7.5 Caracterització de les funcions integrables Riemann. Teorema de Lebesgue-Vitali. Integral impròpia de Riemann.



8. Teoremes de convergència

- 8.1 Teorema de convergència monòtona.
- 8.2 Teorema de convergència dominada.
- 8.3 Lema de Fatou.

9. Teorema de Fubini i aplicacions

10. Funcions mesurables i mesura de Lebesgue

- 10.1 Funcions mesurables: Exemples i propietats.
- 10.2 Criteri d'integrabilitat de Tonelli-Hobson.
- 10.3 Conjunts mesurables. La mesura de Lebesgue en $\mathbb{R}^n$: Propietats.
- 10.4 Mesurabilitat dels conjunts oberts.
- 10.5 Exemple d'un conjunt no mesurable.
- 10.6 Integració paramètrica.
- 10.7 Funcions eulerianes.

11. Transformació d'integrals

- 11.1 Transformació de coordenades.
- 11.2 Fórmula del canvi de variable.

12. Mesura exterior de Lebesgue

- 12.1 Mesura exterior i regularitat.
- 12.2 Teoremes d'Egorov i de Luzin.
- 12.3 Caracterització de les funcions mesurables.
- 12.4 Teorema del recobriment de Vitali.

**VOLUM DE TREBALL**

ACTIVITAT	Hores	% Presencial
Classes de teoria	60,00	100
Pràctiques en aula	45,00	100
Altres activitats	15,00	100
Elaboració de treballs en grup	25,00	0
Estudi i treball autònom	50,00	0
Lectures de material complementari	5,00	0
Preparació d'activitats d'avaluació	60,00	0
Preparació de classes de teoria	10,00	0
Preparació de classes pràctiques i de problemes	30,00	0
TOTAL	300,00	

METODOLOGIA DOCENT

1. S'introduirà gradualment i es desenvoluparà el contingut teòric de cada tema i les eines adequades per a la resolució de problemes.
2. En les classes pràctiques s'aplicaran els conceptes exposats a les classes teòriques, per abordar qüestions o resoldre problemes.
3. Es proposaran col·leccions de resultats, qüestions i problemes per al seu estudi. Aquest estudi serà tutelat i avaluat. A les classes de problemes preferentment es faran i corregiran els exercicis proposats.
4. Utilitzarem un paquet informàtic de càlcul simbòlic que ajude tant en la comprensió conceptual i visualització, com en la resolució de determinats problemes, i que alhora servisca de mètode d'experimentació per proporcionar coneixement intuïtiu.

AVALUACIÓ

Cada estudiant haurà de demostrar el coneixement dels conceptes bàsics i l'adquisició de les competències de la matèria mitjançant la realització d'exàmens teòric-pràctics. També es valorarà la seva capacitat per abordar les qüestions o resoldre els problemes proposats pel professorat.

Es realitzarà l'avaluació mitjançant:

1. Exàmens teòrics escrits en què es mesurarà tant l'adquisició de coneixements com la capacitat de redacció i de rigor en les demostracions, així com la resolució de qüestions. Exàmens pràctics escrits en què s'avaluarà la capacitat de resolució de problemes i exercicis. Hi haurà dos exàmens al



llarg del curs (meitat i final de curs). A cada examen hi haurà una part teòrica i una altra pràctica que suposaran cadascuna el cinquanta per cent de la nota, i es farà la mitjana sempre que cada nota supere els tres punts sobre deu. La compensació entre parcials es farà sempre que la nota de cada un d'ells siga major o igual a quatre punts sobre deu.

2. Es valorarà la participació en les tasques o controls proposats pel professorat (10% de la nota), sempre que la nota dels exàmens supere un mínim de quatre punts.
3. Es valorarà la participació en els seminaris (10% de la nota), sempre que la nota dels exàmens supere un mínim de quatre punts.

REFERÈNCIES

Bàsiques

- Referència b1: Mazón, J. M, Cálculo diferencial: Teoría y problemas, Publicacions de la Universitat de València, 2008.

Referència b2: Mazón, J. M, La integral de Lebesgue en $\mathbb{R}^n$. Teoría y problemas, Publicacions de la Universitat de València, 2017.

Complementàries

- Referència c1: Apostol, T.M., Análisis Matemático, Editorial Reverté, 1977.

Referència c2: De Burgos, J. ,Cálculo infinitesimal de varias variables. Ed. McGraw-Hill, 1995.

Referència c3: Del Castillo, F. Análisis Matemático II. Ed. Alhambra, 1989.

Referència c4: Ortega, J. M. Introducció a l'Anàlisi Matemàtica. Manuals de la Universitat Autònoma de Barcelona, 1993.

Referència c5: Tao, T. Analysis II, Third Edition, Texts and Readings in Mathematics, Springer, 2016

Referència c6: Weir, A.J. Lebesgue Integration and Measure, Cambridge University Press, 1973.