

**FICHA IDENTIFICATIVA****Datos de la Asignatura**

Código	36586
Nombre	Análisis matemático II F-M
Ciclo	Grado
Créditos ECTS	12.0
Curso académico	2021 - 2022

Titulación(es)

Titulación	Centro	Curso	Periodo
1928 - Programa de doble Grado Física-Matemáticas	Doble Grado en Física y Matemáticas	2	Anual

Materias

Titulación	Materia	Caracter
1928 - Programa de doble Grado Física-Matemáticas	2 - Segundo Curso (Obligatorio)	Obligatoria

Coordinación

Nombre	Departamento
MOLL CEBOLLA, JOSE SALVADOR	15 - Análisis Matemático

RESUMEN

El dominio del cálculo diferencial e integral de las funciones de varias variables reales es una de las bases de la formación matemática. Un objetivo del segundo curso del Grado en Matemáticas ha de ser la comprensión de los conceptos y la fluidez en el uso de las técnicas básicas de esta materia.

La asignatura se divide en dos partes, cada una de ellas impartida en un cuatrimestre y sirve de base e instrumento para el estudio de otros temas más avanzados tanto en Análisis Matemático como en Geometría, Matemática Aplicada y en Estadística, que se abordan en cursos posteriores. En la primera parte se estudia el Cálculo Diferencial, que se desarrolla para funciones definidas entre espacios euclídeos de dimensión finita. La segunda parte del curso se dedica al estudio de la Integral de Lebesgue.



CONOCIMIENTOS PREVIOS

Relación con otras asignaturas de la misma titulación

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

Otros tipos de requisitos

Álgebra Lineal y Geometría I F-M, Análisis Matemático I F-M

COMPETENCIAS

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Calcular límites de funciones de varias variables e identificar las funciones diferenciables.
- Manejar las derivadas parciales mediante la regla de la cadena y el teorema de la función implícita.
- Conocer la formulación de ecuaciones de la física matemática por medio de derivadas parciales.
- Estudiar extremos locales y extremos condicionados de funciones de varias variables.
- Saber aplicar los teoremas de la función inversa e implícita a problemas concretos.
- Entender el concepto de convergencia de integrales impropias y conocer los principales criterios de convergencia.
- Saber identificar las funciones integrables Lebesgue.
- Saber aplicar los principales teoremas de convergencia.
 - Conocer la formulación de los teoremas de Fubini, del cambio de variable, y saber aplicarlos para calcular integrales.
- Relacionar la noción de medida con la de integración.
- Resolver problemas que impliquen el planteamiento de integrales (longitudes, áreas, volúmenes y centros de gravedad).

DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

1. Espacios euclídeos de dimensión finita

1.1 \mathbb{R}^n como espacio euclídeo, normado y métrico.

Producto escalar y norma euclídea en \mathbb{R}^n . Norma en \mathbb{R}^n . Distancia en \mathbb{R}^n . Conceptos topológicos. Distancia de un punto a un conjunto. Distancia entre conjuntos. Conjuntos acotados.

1.2 Convergencia en \mathbb{R}^n .

Sucesiones convergentes. Caracterización sucesional de los puntos adherentes y de acumulación de un conjunto.

1.3 Compacidad en \mathbb{R}^n .

Subconjuntos compactos, relativamente compactos y acotados.



2. Funciones continuas de varias variables.

2.1 Funciones entre espacios euclídeos de dimensión finita. Límites de funciones. Definición de límite de una función en un punto de acumulación de su dominio. Caracterización sucesional del límite. Proyecciones. Funciones coordenadas. Propiedades aritméticas de los límites. Continuidad de una función en un punto y en un conjunto. Aplicaciones lineales.

2.2 Funciones complejas. Continuidad. Ramas uniformes del argumento.

2.3 Continuidad uniforme: Definición, teorema de Heine-Cantor

3. Diferenciación de funciones.

3.1 Derivadas direccionales i diferencial. Unicidad de la diferencial. Relació entre la continuïtat, la diferenciabilitat i l'existència de las derivadas direccionals. Matriu Jacobiana i vector gradient.

3.2 Diferenciabilidad compleja. Ecuaciones de Cauchy-Riemann.

3.3 La regla de la cadena: funciones de variable real i de variable compleja.

3.4 El teorema del valor mitjà i conseqüències.

4. Derivadas de orden superior

4.1 Derivadas parciales de orden superior. Funciones de clase C^k . Una condición suficiente de diferenciabilidad. Teoremas de las derivadas cruzadas.

4.2 La fórmula de Taylor: Desarrollos de Taylor. Acotación del resto de Taylor. Aplicaciones.

4.3 Extremos locales de funciones de varias variables. Puntos críticos. Condiciones suficientes para extremos relativos. Matriz Hessiana.

5. Los teoremas de la función inversa y la función implícita

5.1 Funciones con Jacobiano no nulo.

5.2 Teorema de la función inversa: funciones de variable real y de variable compleja. Difeomorfismos.

5.3 Teorema de la función implícita

6. Extremos condicionados y multiplicadores de Lagrange. Aplicaciones

7. Funciones integrables Lebesgue

7.1 Conjuntos nulos: Rectángulos en \mathbb{R}^n . Medida de un rectángulo. Conjuntos nulos: Ejemplos.

7.2 Funciones escalonadas: Función característica de un conjunto. Funciones escalonadas. Integral de Lebesgue para funciones escalonadas. Propiedades.

7.3 Funciones superiores. Integral de una función superior.

7.4 Funciones integrables Lebesgue. Propiedades.

7.5 Caracterización de las funciones integrables Riemann. Teorema de Lebesgue-Vitali. Integral impropia de Riemann.



8. Teoremas de convergencia

- 8.1 Teorema de convergencia monótona.
- 8.2 Teorema de convergencia dominada.
- 8.3 Lema de Fatou.

9. Teorema de Fubini y aplicaciones.

10. Funciones medibles y medida de Lebesgue

- 10.1 Funciones medibles: Ejemplos y propiedades.
- 10.2 Criterio de integrabilidad de Tonelli-Hobson.
- 10.3 Conjuntos medibles. La medida de Lebesgue en \mathbb{R}^n : Propiedades.
- 10.4 Medibilidad de los conjuntos abiertos.
- 10.5 Ejemplo de un conjunto no medible.
- 10.6 Integración paramétrica.
- 10.7 Funciones eulerianas.

11. Transformación de integrales

- 11.1 Transformación de coordenadas.
- 11.2 Fórmula del cambio de variable.

12. Medida exterior de Lebesgue

- 12.1 Medida exterior y regularidad.
- 12.2 Teoremas de Egorov y de Luzin.
- 12.3 Caracterización de las funciones medibles.
- 12.4 Teorema del recubrimiento de Vitali.

**VOLUMEN DE TRABAJO**

ACTIVIDAD	Horas	% Presencial
Clases de teoría	60,00	100
Prácticas en aula	45,00	100
Otras actividades	15,00	100
Elaboración de trabajos en grupo	25,00	0
Estudio y trabajo autónomo	50,00	0
Lecturas de material complementario	5,00	0
Preparación de actividades de evaluación	60,00	0
Preparación de clases de teoría	10,00	0
Preparación de clases prácticas y de problemas	30,00	0
TOTAL	300,00	

METODOLOGÍA DOCENTE

1. Se introducirá gradualmente y se desarrollará el contenido teórico y práctico de cada tema y las herramientas adecuadas para la resolución de problemas.
2. En las clases prácticas se aplicarán los conceptos expuestos en las clases teóricas, para abordar cuestiones o resolver problemas.
3. Se propondrán colecciones de resultados, cuestiones y problemas para su estudio. Este estudio será tutelado y evaluado. En las clases de problemas preferentemente se resolverán y corregirán los ejercicios propuestos.
4. Utilizaremos un paquete informático de cálculo simbólico que ayude en la comprensión conceptual y visualización, así como en la resolución de determinados problemas y que sirva como método de experimentación para proporcionar conocimiento intuitivo.

EVALUACIÓN

Cada estudiante tendrá que demostrar el conocimiento de los conceptos básicos y la adquisición de las competencias de la materia mediante la realización de exámenes teórico-prácticos. También se valorará su capacidad para abordar las cuestiones o resolver los problemas propuestos por el profesorado.

Se realizará la evaluación mediante:

1. Exámenes teóricos escritos en los que se medirá tanto la adquisición de conocimientos como la capacidad de redacción y de rigor en las demostraciones, así como la resolución de cuestiones. Exámenes prácticos escritos en los que se evaluará la capacidad de resolución de problemas y ejercicios. Habrá dos exámenes a lo largo del curso (mitad y final de curso). En cada examen habrá



una parte teórica y otra práctica que supondrán cada una el cincuenta por ciento de la nota, y se hará la media siempre que cada nota supere los tres puntos sobre diez. La compensación entre parciales se hará siempre que la nota de cada uno de ellos sea mayor o igual a cuatro puntos sobre diez.

2. Se valorará la participación en las tareas o controles propuestos por el profesorado (10% de la nota), siempre que la nota de los exámenes supere un mínimo de cuatro puntos.
3. Se valorará la participación en los seminarios (10% de la nota), siempre que la nota de los exámenes supere un mínimo de cuatro puntos.

REFERENCIAS

Básicas

- Referencia b1: Mazón, J. M, Cálculo diferencial: Teoría y problemas, Publicacions de la Universitat de València, 2008.

Referencia b2: Mazón, J. M, La integral de Lebesgue en \mathbb{R}^n . Teoría y problemas, Publicacions de la Universitat de València, 2017.

Complementarias

- Referencia c1: Apostol, T.M., Análisis Matemático, Editorial Reverté, 1977.

Referencia c2: De Burgos, J. ,Cálculo infinitesimal de varias variables. Ed. McGraw-Hill, 1995.

Referencia c3: Del Castillo, F. Análisis Matemático II. Ed. Alhambra, 1989.

Referencia c4: Ortega, J. M. Introducció a l'Anàlisi Matemàtica. Manuals de la Universitat Autònoma de Barcelona, 1993.

Referencia c5: Tao, T. Analysis II, Third Edition, Texts and Readings in Mathematics, Springer, 2016

Referencia c6: Weir, A.J. Lebesgue Integration and Measure, Cambridge University Press, 1973.



ADENDA COVID-19

Esta adenda solo se activará si la situación sanitaria lo requiere y previo acuerdo del Consejo de Gobierno

En caso de que se produzca un cierre de las instalaciones debido a la situación sanitaria, y si eso afectara total o parcialmente a las clases de la asignatura, estas serán sustituidas por clases donde la presencialidad física será sustituida por clases síncronas online siguiendo los horarios establecidos, y con trabajo asíncrono desde casa.

En caso de que se produzca un cierre de las instalaciones debido a la situación sanitaria, y si eso afectara a alguna de las pruebas presenciales de la asignatura, estas serán sustituidas por pruebas de naturaleza similar pero en modalidad virtual a través de las herramientas informáticas soportadas por la Universitat de València. Los porcentajes de evaluación permanecerán igual que los establecidos en la guía.