

**FICHA IDENTIFICATIVA****Datos de la Asignatura**

Código	34180
Nombre	Geometría Diferencial
Ciclo	Grado
Créditos ECTS	6.0
Curso académico	2023 - 2024

Titulación(es)

Titulación	Centro	Curso	Periodo
1107 - Grado de Matemáticas	Facultad de Ciencias Matemáticas	4	Primer cuatrimestre

Materias

Titulación	Materia	Caracter
1107 - Grado de Matemáticas	18 - Seminario de Topología y Geometría Diferencial	Optativa

Coordinación

Nombre	Departamento
MIQUEL MOLINA, VICENTE FELIPE	205 - Geometría y Topología

RESUMEN

Introducción a la geometría de Riemann: métricas, longitudes, ángulos, volúmenes, conexión de Levi-Civita, geodésicas, curvatura, relación de la curvatura con la geometría y la topología. Especial énfasis en los ejemplos, en como los conceptos y teoremas se realizan en ejemplos modelo de la Geometría o la Física, con enfoques que pueden ser más analíticos o más algebraicos.

Para una exposición para el no matemático de lo que es la Geometría de Riemann, se recomienda la página de Cristina Sormani : <http://comet.lehman.cuny.edu/sormani/research/riemgeom.html>



CONOCIMIENTOS PREVIOS

Relación con otras asignaturas de la misma titulación

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

Otros tipos de requisitos

El curso comenzará desde cero, por lo que no es necesario haber aprobado la asignatura de Geometría Diferencial Clásica (GDC), aunque se puede disfrutar más esta optativa si, al menos, ya se ha cursado GDC o se cursa simultáneamente. Otras asignatura relacionada es el Análisis III, no todo, sino la parte que se refiere a la integración en variedades, porque en ella se explica lo que son la subvariedades de un espacio euclídeo, que son ejemplos inmediatos de variedades de Riemann.

Naturalmente es necesari

COMPETENCIAS

1107 - Grado de Matemáticas

- Tener capacidad de análisis y síntesis.
- Tener capacidad de crítica.
- Resolver problemas que requieran el uso de herramientas matemáticas.
- Saber trabajar en equipo.
- Aprender de manera autónoma.
- Poseer y comprender los conocimientos matemáticos.
- Saber aplicar los conocimientos al mundo profesional.
- Expresarse matemáticamente de forma rigurosa y clara.
- Conocer el momento y el contexto histórico en que se han producido las grandes contribuciones de mujeres y hombres al desarrollo de las matemáticas.
- Visualizar e interpretar las soluciones que se obtengan.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

a) descubrimiento de la infinita cantidad de geometrías no euclídeas que, sin embargo, es posible estudiar con facilidad: el espacio euclídeo no es el espacio más común,

b) capacidad para concretar en los ejemplos los teoremas abstractos y universales



- c) mejorar el uso de la bibliografía para la realización de trabajos,
- d) contribuir a la comprensión de que no basta con manejar bibliografía: hay que hacerlo pensando simultáneamente en el problema que se trata de resolver
- e) uso del análisis y el álgebra en otros campos,
- f) entender algo de la presencia de la Geometría en la vida cotidiana,
- g) conocimiento introductorio de la existencia de un amplio espectro de temas y de investigación en Geometría y de la mezcla de áreas en muchos campos de trabajo en Matemáticas.

DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

0. Geometría Diferencial

Capítulo 0 - Preliminares:

- 0.1 Visión práctica de lo que es una variedad diferenciable y una aplicación diferenciable entre variedades
- 0.2 Los campos vectoriales sobre una variedad y sus curvas integrales desde un punto de vista conceptual y práctico.

1. Métricas Riemannianas.

Motivación: métricas sobre el plano y el toro llano. Métrica sobre una variedad. Longitudes, ángulos y volúmenes. Existencia de métricas de Riemann. Ejemplos.

3. Geodésicas.

Geodésicas bien y mal parametrizadas Coordenadas normales y coordenadas geodésicas esféricas. Lema de Gauss.

4. Curvatura

Tensor curvatura. Curvatura seccional. Formalismo de Cartan. Ecuación de Gauss de una subvariedad.

5. Curvatura de Ricci y variedades de Einstein.

Curvatura de Ricci y curvatura escalar. Curvatura seccional constante. Espacios de Einstein.

**6. Campos de Jacobi.**

Interpretación geométrica de la curvatura. Puntos conjugados. Teorema de Cartan de determinación de la métrica por la curvatura a través de los campos de Jacobi.

7. Variedades completas.

Distancia asociada a la métrica de Riemann. Completitud geodésica. Teorema de Hopf-Rinow. Completitud de los ejemplos.

VOLUMEN DE TRABAJO

ACTIVIDAD	Horas	% Presencial
Clases de teoría	30,00	100
Otras actividades	15,00	100
Prácticas en aula	15,00	100
Preparación de actividades de evaluación	10,00	0
Preparación de clases de teoría	20,00	0
Preparación de clases prácticas y de problemas	60,00	0
TOTAL	150,00	

METODOLOGÍA DOCENTE

Clases teóricas presenciales con asistencia no obligatoria. Se fomentará la participación del alumno, tratando de corregir dos defectos que suelen tener los alumnos: miedo a preguntar y miedo a quedar en ridículo por haber dado una respuesta falsa.

Clases prácticas presenciales dadas por los propios alumnos. Consistirán en la exposición detallada de los ejemplos que habrán preparado previamente de modo individual bajo la guía del profesor.

Seminarios de discusión sobre los ejemplos explicados por los alumnos, con preguntas, sugerencias y correcciones por parte de los alumnos que no han explicado ese ejemplo y por parte del profesor.

EVALUACIÓN

La evaluación se llevará a cabo mediante:



- Evaluación de la exposición de los ejemplos por parte de los alumnos en las clases prácticas y en los seminarios. La proporción en que ésta prueba influirá en la nota final será del 50%, del que el 75% (es decir, el 37,5% del total) corresponderá a la exposición en las clases prácticas y el 25% (es decir, el 12,5% del total) corresponderá a la exposición en los seminarios. Estos porcentajes se corresponden con los porcentajes de clases prácticas y seminarios.
- Examen teórico-práctico teniendo en cuenta la exposición de los ejemplos hecha por cada alumno. La proporción en que ésta prueba influirá en la nota final será del 50%.

REFERENCIAS

Básicas

- Referencia b1: John M. Lee, Introduction to Riemannian Manifolds, Springer-Verlag, 2018. Acceso libre desde la UV en dirección: <https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-319-91755-9>
- Referencia b2: M. P. do Carmo, Riemannian Geometry, Birkhauser, 1992.
- Referencia b3: N. J. Hicks, Notes on Differential Geometry, Van Nostrand, 1965.
- Referencia b4 B. O'Neill, Semi-Riemannian Geometry with applications to relativity, Pure Appl. Math., 103. Academic Press, New York-London, 1983.
- Referencia b5: S. Sternberg, Semi-Riemann Geometry and General Relativity http://www.math.harvard.edu/~shlomo/docs/semi_riemannian_geometry.pdf
- Referencia c1: I. Chavel, Riemannian geometry, a modern introduction, Cambridge Tracts in Mathematics, 108. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- Referencia c2: S. Sternberg, Curvature in Mathematics and Physics Dover, 2012
- Referencia c3: P. Petersen, Riemannian Geometry Springer, 2006
- Referencia c4: M. Spivak, A comprehensive introduction to Differential Geometry vol. 1 a 5, Publish or Perish 1975, 1999.
- Referencia c5: T. Sakai, Riemannian Geometry, American Math. Soc., 1996



Referencia c6: M. Berger, A Panoramic View of Riemannian Geometry, Springer, 2003

Referencia c7: M. Berger, P. Gauduchon, E. Mazet, Le spectre d'une variété riemannienne, Springer, 1971

Referencia c8: Lee, Jeffrey M., Manifolds and differential geometry, American Mathematical Society, 2009, Biblioteca de Ciencias

Complementarias

- (las v1 a v6 se refieren a complementos sobre variedades, la i1 es un libro que sirve como buena introducción simultánea a la Geometría Diferencial y a la Relatividad General)

Referencia v1: Lee, John M., Introduction to smooth manifolds Acceso libre desde la UV <https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-1-4419-9982-5>

Referencia v2: Warner, Frank W. Foundations of differentiable manifolds and lie groups Springer-Verlag 1983

Referencia v3: Jacques Lafontaine, "An introduction to Differential Manifolds" , Springer 2015, libro electrónico accesible de la biblioteca <https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-319-20735-3>

Referencia v4: Lee, John M., Introduction to Topological Manifolds, Springer-Verlag, Acceso libre desde la UV <https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-1-4419-7940-7>

Referencia v5: Berger, Marcel; Gostiaux, Bernard : Differential Geometry: Manifolds, Curves, and Surfaces, Springer Verlag, 1988

Referencia v6: Matsushima, Yozo, Differentiable manifolds, Marcel Dekker, 1972, Biblioteca de Ciencias

Referencia i1: Iva Stavrov, Curvature of Space and Time, with an Introduction to Geometric Analysis, American Mathematical Society , 2021