

**FITXA IDENTIFICATIVA****Dades de l'Assignatura**

Codi	34180
Nom	Geometria diferencial
Cicle	Grau
Crèdits ECTS	6.0
Curs acadèmic	2022 - 2023

Titulació/titulacions

Titulació	Centre	Curs	Període
1107 - Grau de Matemàtiques	Facultat de Ciències Matemàtiques	4	Primer quadrimestre

Matèries

Titulació	Matèria	Caràcter
1107 - Grau de Matemàtiques	18 - Seminario de Topología y Geometría Diferencial	Optativa

Coordinació

Nom	Departament
MIQUEL MOLINA, VICENTE FELIPE	205 - Geometria i Topologia

RESUM

Introducció a la geometria de Riemann : mètriques, longituds, angles, volums, connexió de Levi-Civita; geodèsiques, curvatura, relació de la curvatura amb la geometria i la topologia. Especial èmfasi en els exemples, en com els conceptes i teoremes es realitzen en exemples model de la geometria o la Física, amb enfocaments que poden ser més analítics o més algebraics.

Per a una exposició pel no matemàtic del que és la Geometria de Riemann, es recomana la pàgina de Cristina Sormani : <http://comet.lehman.cuny.edu/sormani/research/riemgeom.html>



CONEIXEMENTS PREVIS

Relació amb altres assignatures de la mateixa titulació

No heu especificat les restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

Altres tipus de requisits

El curs començarà des de zero, de manera que no cal haver aprovat l'assignatura de Geometria Diferencial Clàssica (GDC), encara que es pot gaudir més aquesta optativa si, almenys , ja s'ha cursat GDC o es cursa simultàniament . Altre assignatura relacionada és l'Anàlisi III , no tot , sinó la part que es refereix a la integració en varietats , perquè en ella s'explica el que són la subvarietats d'un espai euclidià , que són exemples immediats de varietats de Riemann .

Naturalment cal manejar bé amb les

COMPETÈNCIES

1107 - Grau de Matemàtiques

- Tenir capacitat d'anàlisi i de síntesi.
- Tenir capacitat de crítica.
- Resoldre problemes que requerisquen l'ús d'eines matemàtiques.
- Saber treballar en equip.
- Aprendre de manera autònoma.
- Posseir i comprendre els coneixements matemàtics.
- Saber aplicar els coneixements al món professional.
- Expressar-se matemàticament de forma rigorosa i clara.
- Conèixer el moment i el context històric en què s'han produït les grans contribucions de dones i homes al desenvolupament de les matemàtiques.
- Visualitzar i interpretar les solucions que s'obtinguen.

RESULTATS DE L'APRENTATGE

a) descobriment de la infinita quantitat de geometries no euclidianes que, però, és possible estudiar amb facilitat l'espai euclidià no és l'espai més comú.

b) capacitat per concretar en els exemples els teoremes abstractes i universals.



- c) millorar l'ús de la bibliografia per a la realització de treballs.
- d) contribuir a la comprensió que no n'hi ha prou amb gestionar bibliografia: cal fer-ho pensant simultàniament en el problema que es tracta de resoldre
- e) ús de l'anàlisi i l'àlgebra en altres camps.
- f) entendre una mica de la presència de la Geometria en la vida quotidiana.
- g) coneixement introductori de l'existència d'un ampli espectre de temes i de recerca en Geometria i de la barreja d'parees en molts camps de treball en Matemàtiques.

DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS

0. Geometría Diferencial

Capítol 0: Preliminars:

0.1 Visió pràctica del que és una varietat diferenciable i una aplicació diferenciable entre varietats.

0.2 Els camps vectorials sobre una varietat i les seves corbes integrals des d'un punt de vista conceptual i pràctic.

1. Mètriques Riemannianes

Motivació: mètriques sobre el pla i el toro pla. Mètrica sobre una varietat. Longituds, angles i volums. Existència de mètriques de Riemann. Exemples.

3. Geodèsiques.

Geodèsiques bé i malament parametritzades. Coordenades normals i coordenades geodèsiques esfèriques. Lema de Gauss.

4. Curvatura

Tensor curvatura. Curvatura seccional. Formalisme de Cartan. Equació de Gauss d'una subvarietat.

5. Curvatura de Ricci i varietats d'Einstein.

Curvatura de Ricci i curvatura escalar. Curvatura seccional constant. Espais d'Einstein.

**6. Camps de Jacobi.**

Interpretació geomètrica de la curvatura. Punts conjugats. Teorema de Cartan de determinació de la mètrica per la curvatura a través dels camps de Jacobi.

7. Varietats completes.

Distància associada a la mètrica de Riemann. Completesa geodèsica. Teorema de Hopf-Rinow. Completesa dels exemples.

VOLUM DE TREBALL

ACTIVITAT	Hores	% Presencial
Classes de teoria	30,00	100
Altres activitats	15,00	100
Pràctiques en aula	15,00	100
Preparació d'activitats d'avaluació	10,00	0
Preparació de classes de teoria	20,00	0
Preparació de classes pràctiques i de problemes	60,00	0
TOTAL	150,00	

METODOLOGIA DOCENT

Classes teòriques presencials amb assistència no obligatòria . Es fomentarà la participació de l'alumne , tractant de corregir dos defectes que solen tenir els alumnes: por a preguntar i por a quedar en ridícul per haver donat una resposta falsa .

Classes pràctiques presencials donades pels propis alumnes. Consistiran en l'exposició detallada dels exemples que hauran preparat prèviament de manera individual sota la guia del professor .

Seminaris de discussió sobre els exemples explicats pels alumnes, amb preguntes, suggeriments i correccions per part dels alumnes que no han explicat aquest exemple i per part del professor.

AVALUACIÓ

L'avaluació es durà a terme mitjançant:



-Evaluació de l'exposició dels exemples per part dels alumnes en les classes pràctiques i en els seminaris. La proporció en què aquesta prova influirà en la nota final serà del 50%, del qual el 75% (és a dir, el 37,5% del total) correspon a l'exposició a les classes pràctiques i el 25% (és a dir, el 12,5% del total) correspon a l'exposició en els seminaris. Aquests percentatges es corresponen amb els percentatges de classes pràctiques i seminaris.

-Examen Teoric-pràctic tenint en compte l'exposició dels exemples feta per cada alumne . La proporció en què aquesta prova influirà en la nota final serà del 50 %.

REFERÈNCIES

Bàsiques

- Referencia b1: John M. Lee, Introduction to Riemannian Manifolds, Springer-Verlag, 2018. Acceso libre desde la UV en dirección: <https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-319-91755-9>
- Referencia b2: M. P. do Carmo, Riemannian Geometry, Birkhauser, 1992.
- Referencia b3: N. J. Hicks, Notes on Differential Geometry, Van Nostrand, 1965.
- Referencia b4 B. O'Neill, Semi-Riemannian Geometry with applications to relativity, Pure Appl. Math., 103. Academic Press, New York-London, 1983.
- Referencia b5: S. Sternberg, Semi-Riemann Geometry and General Relativity http://www.math.harvard.edu/~shlomo/docs/semi_riemannian_geometry.pdf
- Referencia c1: I. Chavel, Riemannian geometry, a modern introduction, Cambridge Tracts in Mathematics, 108. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- Referencia c2: S. Sternberg, Curvature in Mathematics and Physics Dover, 2012
- Referencia c3: P. Petersen, Riemannian Geometry Springer, 2006
- Referencia c4: M. Spivak, A comprehensive introduction to Differential Geometry vol. 1 a 5, Publish or Perish 1975, 1999.
- Referencia c5: T. Sakai, Riemannian Geometry, American Math. Soc., 1996
- Referencia c6: M. Berger, A Panoramic View of Riemannian Geometry, Springer, 2003
- Referencia c7: M. Berger, P. Gauduchon, E. Mazet, Le spectre d'une variété riemannienne, Springer, 1971



Referencia c8: Lee, Jeffrey M., Manifolds and differential geometry, American Mathematical Society, 2009, Biblioteca de Ciències

Complementàries

- (las v1 a v6 se refieren a complementos sobre variedades, la i1 es un libro que sirve como buena introducción simultánea a la Geometría Diferencial y a la Relatividad General)

Referencia v1: Lee, John M., Introduction to smooth manifolds Acceso libre desde la UV
<https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-1-4419-9982-5>

Referencia v2: Warner, Frank W. Foundations of differentiable manifolds and lie groups Springer-Verlag 1983

Referencia v3: Jacques Lafontaine, "An introduction to Differential Manifolds" , Springer 2015, libro electrónico accesible de la biblioteca <https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-319-20735-3>

Referencia v4: Lee, John M., Introduction to Topological Manifolds, Springer-Verlag, Acceso libre desde la UV <https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-1-4419-7940-7>

Referencia v5: Berger, Marcel; Gostiaux, Bernard : Differential Geometry: Manifolds, Curves, and Surfaces, Springer Verlag, 1988

Referencia v6: Matsushima, Yozo, Differentiable manifolds, Marcel Dekker, 1972, Biblioteca de Ciències

Referencia i1: Iva Stavrov, Curvature of Space and Time, with an Introduction to Geometric Analysis, American Mathematical Society , 2021