

**COURSE DATA****Data Subject**

Code	34179
Name	Differential topology
Cycle	Grade
ECTS Credits	6.0
Academic year	2023 - 2024

Study (s)

Degree	Center	Acad. year	Period
1107 - Degree in Mathematics	Faculty of Mathematics	4	Second term

Subject-matter

Degree	Subject-matter	Character
1107 - Degree in Mathematics	18 - Seminar on Topology and differential geometry	Optional

Coordination

Name	Department
NUÑO BALLESTEROS, JUAN JOSE	205 - Geometry and Topology

SUMMARY

English version is not available

El objetivo general de esta asignatura es introducir al alumno en el lenguaje y las técnicas propias de la Topología Diferencial, de manera que sea capaz de entender y resolver algunos de los problemas básicos en el área.

Podemos ver esta asignatura como una continuación natural de la Topología, cursada en el segundo año del Grado en Matemáticas, en la que el interés se centra en una clase especial de espacios topológicos de contrastada utilidad en diferentes aplicaciones y ámbitos de las Matemáticas, como son las variedades



diferenciables. Se espera, como pre-requisito, que el alumno ya haya sido introducido en los conceptos básicos de variedades diferenciables, como definición de estructura diferenciable, espacio tangente, aplicación diferenciable y aplicación tangente o subvariedad, en la asignatura Geometría Diferencial Clásica y que sepa manejar estos conceptos con cierta soltura, al menos en el caso de las superficies. Las técnicas que introduciremos descansan a la vez sobre ambas estructuras, la topológica y la diferenciable. Comenzaremos por una revisión de las propiedades topológicas que debe tener una variedad diferenciable, estudiando algunos ejemplos ilustrativos. Analizaremos algunas propiedades de las aplicaciones diferenciables entre variedades, como introducción al problema de clasificación de las mismas. En particular, nos centraremos en las funciones diferenciables de una superficie en la recta real y en las aplicaciones entre superficies, analizando el comportamiento típico de las que son estables. Esto nos llevará al estudio de las funciones de Morse sobre superficies, tanto desde el punto de vista local como global. Introduciremos la técnica por excelencia en Topología Diferencial: Transversalidad. Aplicaremos dicha técnica al estudio de varios problemas, tales como la densidad de las funciones de Morse, o el Teorema de inmersión de Whitney, definición de grado de una aplicación diferenciable y sus propiedades. Daremos una introducción a la Teoría de Morse, que relaciona el tipo topológico de una superficie con el tipo de singularidades de una función estable (de Morse) cualquiera sobre la misma. Finalizaremos con un estudio de las aplicaciones estables entre superficies desde el punto de vista local.

Contenidos: Revisión de conceptos básicos sobre Variedades Diferenciables. Topología de Variedades. Transversalidad. Funciones de Morse. Complejos celulares y su homología. Introducción a la Teoría de Morse. Grado de una aplicación diferenciable. Aplicaciones estables entre superficies.

PREVIOUS KNOWLEDGE

Relationship to other subjects of the same degree

There are no specified enrollment restrictions with other subjects of the curriculum.

Other requirements

Topología, Ecuaciones diferenciales ordinarias, Geometría diferencial clásica, Análisis matemático III.

OUTCOMES

1107 - Degree in Mathematics

- Capacity for analysis and synthesis.
- Capacity for criticism.



- Solve problems that require the use of mathematical tools.
- Ability to work in teams.
- Learn autonomously.
- Possess and understand the mathematical knowledge.
- Apply the knowledge in the professional world.
- Expressing mathematically in a rigorous and clear manner.
- Knowing the time and the historical context in which occurred the great contributions of women and men in the development of mathematics.
- Visualize and interpret the solutions obtained.

LEARNING OUTCOMES

DESCRIPTION OF CONTENTS

1. Manifolds

Manifolds

- . Manifolds and smooth mappings
- . Tangent space and differential
- . The inverse mapping theorem. Immersions
- . The regular value theorem. Submersions

2. Manifolds with boundary and orientation

- . Manifolds with boundary
- . Orientation
- . Classification of 1-manifolds

3. Transversality

- . Transversality
- . Sard's theorem and transversality theorem
- . Morse functions
- . Whitney's immersion theorem
- . Homotopy and stability

**4. Partitions of unity and applications**

- . Partitions of unity
- . Embedding manifolds in Euclidean space
- . The homotopy transveersality theorem

5. Intersection theory

- . Oriented intersection number
- . Mapping degree
- . Lefschetz fixed point theory
- . Vector fields. Poincaré-Hopf theorem
- . Gradient-like vector fields

WORKLOAD

ACTIVITY	Hours	% To be attended
Theory classes	37,50	100
Classroom practices	15,00	100
Other activities	7,50	100
Development of individual work	7,00	0
Study and independent work	8,00	0
Readings supplementary material	10,00	0
Preparation of evaluation activities	25,00	0
Preparing lectures	30,00	0
Preparation of practical classes and problem	10,00	0
TOTAL	150,00	

TEACHING METHODOLOGY**English version is not available****EVALUATION****English version is not available**



REFERENCES

Basic

-

Referencia b1: V. Guillemin y A. Pollack, Differential Topology. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey (1974).

Referencia b2: E. Outerelo Domínguez y J. M. Ruíz Sancho, Topología Diferencial. Addison-Wesley Iberoamericana España S. A. (1998).

Referencia b3: E. Outerelo, J.A. Rojo y J. M. Ruíz, Topología Diferencial, un curso de iniciación. Sanz y Torres S.L. (2014).

Additional

-

Referencia c1: J. Milnor, Morse Theory. Annals of Mathematics Studies, Princeton University Press (1969).

Referencia c2: E. Outerelo y J. M. Ruíz. Mapping degree theory. Graduate Studies in Mathematics, 108. American Mathematical Society, Real Sociedad Matemática Española (2009).