

**COURSE DATA****Data Subject**

| | |
|----------------------|-----------------------|
| Code | 34179 |
| Name | Differential topology |
| Cycle | Grade |
| ECTS Credits | 6.0 |
| Academic year | 2021 - 2022 |

Study (s)

| Degree | Center | Acad. Period | year |
|------------------------------|------------------------|---------------------|-------------|
| 1107 - Degree in Mathematics | Faculty of Mathematics | 4 | Second term |

Subject-matter

| Degree | Subject-matter | Character |
|------------------------------|--|------------------|
| 1107 - Degree in Mathematics | 18 - Seminar on Topology and differential geometry | Optional |

Coordination

| Name | Department |
|-----------------------------|-----------------------------|
| NUÑO BALLESTEROS, JUAN JOSE | 205 - Geometry and Topology |

SUMMARY

English version is not available

El objetivo general de esta asignatura es introducir al alumno en el lenguaje y las técnicas propias de la Topología Diferencial, de manera que sea capaz de entender y resolver algunos de los problemas básicos en el área.

Podemos ver esta asignatura como una continuación natural de la Topología, cursada en el segundo año del Grado en Matemáticas, en la que el interés se centra en una clase especial de espacios topológicos de contrastada utilidad en diferentes aplicaciones y ámbitos de las Matemáticas, como son las variedades



diferenciables. Se espera, como pre-requisito, que el alumno ya haya sido introducido en los conceptos básicos de variedades diferenciables, como definición de estructura diferenciable, espacio tangente, aplicación diferenciable y aplicación tangente o subvariedad, en la asignatura Geometría Diferencial Clásica y que sepa manejar estos conceptos con cierta soltura, al menos en el caso de las superficies. Las técnicas que introduciremos descansan a la vez sobre ambas estructuras, la topológica y la diferenciable. Comenzaremos por una revisión de las propiedades topológicas que debe tener una variedad diferenciable, estudiando algunos ejemplos ilustrativos. Analizaremos algunas propiedades de las aplicaciones diferenciables entre variedades, como introducción al problema de clasificación de las mismas. En particular, nos centraremos en las funciones diferenciables de una superficie en la recta real y en las aplicaciones entre superficies, analizando el comportamiento típico de las que son estables. Esto nos llevará al estudio de las funciones de Morse sobre superficies, tanto desde el punto de vista local como global. Introduciremos la técnica por excelencia en Topología Diferencial: Transversalidad. Aplicaremos dicha técnica al estudio de varios problemas, tales como la densidad de las funciones de Morse, o el Teorema de inmersión de Whitney, definición de grado de una aplicación diferenciable y sus propiedades. Daremos una introducción a la Teoría de Morse, que relaciona el tipo topológico de una superficie con el tipo de singularidades de una función estable (de Morse) cualquiera sobre la misma. Finalizaremos con un estudio de las aplicaciones estables entre superficies desde el punto de vista local.

Contenidos: Revisión de conceptos básicos sobre Variedades Diferenciables. Topología de Variedades. Transversalidad. Funciones de Morse. Complejos celulares y su homología. Introducción a la Teoría de Morse. Grado de una aplicación diferenciable. Aplicaciones estables entre superficies.

PREVIOUS KNOWLEDGE

Relationship to other subjects of the same degree

There are no specified enrollment restrictions with other subjects of the curriculum.

Other requirements

Topología, Ecuaciones diferenciales ordinarias, Geometría diferencial clásica, Análisis matemático III.

OUTCOMES

1107 - Degree in Mathematics

- Capacity for analysis and synthesis.
- Capacity for criticism.



- Solve problems that require the use of mathematical tools.
- Ability to work in teams.
- Learn autonomously.
- Possess and understand the mathematical knowledge.
- Apply the knowledge in the professional world.
- Expressing mathematically in a rigorous and clear manner.
- Knowing the time and the historical context in which occurred the great contributions of women and men in the development of mathematics.
- Visualize and interpret the solutions obtained.

LEARNING OUTCOMES

DESCRIPTION OF CONTENTS

1. Manifolds

Manifolds

- . Manifolds and smooth mappings
- . Tangent space and differential
- . The inverse mapping theorem. Immersions
- . The regular value theorem. Submersions

2. Manifolds with boundary and orientation

- . Manifolds with boundary
- . Orientation
- . Classification of 1-manifolds

3. Transversality

- . Transversality
- . Sard's theorem and transversality theorem
- . Morse functions
- . Whitney's immersion theorem
- . Homotopy and stability

**4. Partitions of unity and applications**

- . Partitions of unity
- . Embedding manifolds in Euclidean space
- . The homotopy transvearsality theorem

5. Intersection theory

- . Oriented intersection number
- . Mapping degree
- . Lefschetz fixed point theory
- . Vector fields. Poincaré-Hopf theorem
- . Gradient-like vector fields

WORKLOAD

| ACTIVITY | Hours | % To be attended |
|--|---------------|------------------|
| Theory classes | 37,50 | 100 |
| Classroom practices | 15,00 | 100 |
| Other activities | 7,50 | 100 |
| Development of individual work | 7,00 | 0 |
| Study and independent work | 8,00 | 0 |
| Readings supplementary material | 10,00 | 0 |
| Preparation of evaluation activities | 25,00 | 0 |
| Preparing lectures | 30,00 | 0 |
| Preparation of practical classes and problem | 10,00 | 0 |
| TOTAL | 150,00 | |

TEACHING METHODOLOGY**English version is not available****EVALUATION****English version is not available**



REFERENCES

Basic

-

Referencia b1: V. Guillemin y A. Pollack, Differential Topology. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey (1974).

Referencia b2: E. Outerelo Domínguez y J. M. Ruíz Sancho, Topología Diferencial. Addison-Wesley Iberoamericana España S. A. (1998).

Referencia b3: E. Outerelo, J.A. Rojo y J. M. Ruíz, Topología Diferencial, un curso de iniciación. Sanz y Torres S.L. (2014).

Additional

-

Referencia c1: J. Milnor, Morse Theory. Annals of Mathematics Studies, Princeton University Press (1969).

Referencia c2: E. Outerelo y J. M. Ruíz. Mapping degree theory. Graduate Studies in Mathematics, 108. American Mathematical Society, Real Sociedad Matemática Española (2009).

ADDENDUM COVID-19

This addendum will only be activated if the health situation requires so and with the prior agreement of the Governing Council

In the event of a closure of the facilities due to the health situation, and if this affects all or part of the classes of the subject, these will be replaced by classes where physical attendance will be replaced by online synchronous classes following the established schedules, and with asynchrony work from home.

In the event of a closure of the facilities due to the health situation, and if this affects any of the face-to-face tests of the subject, these will be replaced by tests of a similar nature but in virtual mode through the supported computer tools by the University of Valencia. The evaluation percentages will remain the same as those established in the guide.