

**FITXA IDENTIFICATIVA****Dades de l'Assignatura**

Codi	34164
Nom	Topologia
Cicle	Grau
Crèdits ECTS	12.0
Curs acadèmic	2023 - 2024

Titulació/titulacions

Titulació	Centre	Curs	Període
1107 - Grau de Matemàtiques	Facultat de Ciències Matemàtiques	2	Anual
1928 - Programa de doble Grau Física-Matemàtiques	Doble Grau en Física i Matemàtiques	2	Anual

Matèries

Titulació	Matèria	Caràcter
1107 - Grau de Matemàtiques	9 - Topología y Geometría Diferencial	Obligatòria
1928 - Programa de doble Grau Física-Matemàtiques	2 - Segon Curs (Obligatori)	Obligatòria

Coordinació

Nom	Departament
NUÑO BALLESTEROS, JUAN JOSE	363 - Matemàtiques
OSET SINHA, RAUL ADRIAN	363 - Matemàtiques

RESUM

L'objectiu general d'aquesta assignatura és introduir a l'alumne en els fonaments bàsics de la topologia. La major part de l'assignatura està dedicada a l'anomenada topologia general o conjuntista, la qual proporciona un llenguatge bàsic per a la comprensió d'altres matèries com la geometria o l'anàlisi. També dedicarem al final, una part a l'estudi de determinats conceptes menys instrumentals i més propis d'altres variants de la topologia, com per exemple, la topologia geomètrica o la topologia algebraica.

La topologia és la branca de les matemàtiques que es dedica a l'estudi d'aquelles propietats de les formes geomètriques que no depenen de les magnituds i que són invariants per transformacions contínues. Aquest estudi està basat en el concepte de proximitat i permet establir d'una forma axiomàtica els conceptes d'entorn, obert, tancat, continuïtat, etc. usant com a eina principal el llenguatge de la teoria de conjunts.



Basant-nos en l'experiència prèvia de l'alumne sobre la topologia de la recta real, introduïrem primer els espais mètrics, com a pas previ a l'abstracció d'espai topològic. També estudiarem nous exemples d'espais topològics mitjançant les construccions de subespais, productes i quocients. Introduïrem les propietats topològiques més importants de connexió i compacitat, així com la completitud en el cas d'espais mètrics.

Finalment dedicarem els últims temes de l'assignatura a la classificació de les superfícies compactes, així com una breu introducció al grup fonamental. Es tracta de conceptes més propis de la topologia geomètrica (o de dimensions baixes) i de la topologia algèbrica i que precisen d'un major desenvolupament de la intuïció geomètrica dels alumnes.

Els continguts de l'assignatura són: espais mètrics, espais topològics, propietats de separació i numerabilitat, convergència i continuïtat, subespais i productes d'espais topològics, compacitat i completitud, connexió i introducció al grup fonamental, quocients d'espais topològics, descripció de les superfícies compactes.

CONEIXEMENTS PREVIS

Relació amb altres assignatures de la mateixa titulació

No heu especificat les restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

Altres tipus de requisits

És convenient que l'estudiant hagi fet les assignatures bàsiques de primer curs, especialment Matemàtica Bàsica i Anàlisi I

COMPETÈNCIES

1107 - Grau de Matemàtiques

- Tenir capacitat d'anàlisi i de síntesi.
- Resoldre problemes que requerisquen l'ús d'eines matemàtiques.
- Saber treballar en equip.
- Aprendre de manera autònoma.
- Posseir i comprendre els coneixements matemàtics.
- Expressar-se matemàticament de forma rigorosa i clara.
- Raonar lògicament i identificar errors en els procediments.
- Tenir capacitat d'abstracció i modelització.
- Conèixer el moment i el context històric en què s'han produït les grans contribucions de dones i homes al desenvolupament de les matemàtiques.



- Visualitzar i interpretar les solucions que s'obtinguen.

RESULTATS DE L'APRENTATGE

Competències a adquirir:

- Manejar amb soltesa els conceptes topològics bàsics en els espais euclidians.
- Utilitzar successions per caracteritzar els conceptes topològics bàsics en espais mètrics.
- Reconèixer mètriques equivalents, així com alguns exemples d'espais topològics no metritzables.
- Analitzar la continuïtat d'aplicacions, tant des del punt de vista local com global.
- Reconèixer les propietats de connexió i compacitat en espais topològics senzills.
- Construir exemples d'espais topològics usant les nocions de subespai, producte o quocient.
- Reconèixer topològicament les superfícies compactes i la seva classificació.

Habilitats socials:

- Capacitat per treballar en equip.
- Capacitat de planificació i organització del treball.
- Recerca de documentació actualitzada sobre un problema.
- Capacitat per expressar, oralment i per escrit, els seus raonaments i les decisions a les quals els condueixen.
- Capacitat de crítica enfront de les conclusions obtingudes en el seu treball o en treballs aliens.

DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS

1. Espais mètrics.

Definició i exemples d'espais mètrics.

Boles. Espais mètrics fitats.

Oberts. Propietats dels subconjunts oberts.

Entorns. Tancats.

2. Espais topològics.

Definició i exemples d'espais topològics.

Tancats. Entorns.

Axiomes de numerabilitat i la condició de Hausdorff.

Mètriques equivalents.



3. Punts especials.

Punts d'adherència i conceptes relacionats.
Punts fronterers. Punts interiors.
Caracterització per successions.

4. Continuitat.

Continuitat en un punt.
Continuitat global.
Continuitat uniforme i isometries.

5. Subespais.

Topologia induïda.
Adherència, interior i frontera relativa.
Continuitat i subespais.

6. Connexió.

Connexió.
Subespais connexos de $\mathbb{R}$.
Altres propietats de la connexió.
Connexió per arcs.

7. Productes.

Topologia producte.
Adherència, interior i frontera d'un producte.
Continuitat i productes.

8. Compacitat.

Definició i exemples.
Subespais compactes. Caracterització dels de $\mathbb{R}$ i $\mathbb{R}^n$.
Relació amb aplicacions contínues.
Espais mètrics compactes per successions.

**9. Completitud.**

Espais mètrics complets.

Alguns teoremes sobre espais complets.

10. Quocients.

Definició i propietats bàsiques.

Relació amb subespais i productes.

La condició de Hausdorff en quocients.

11. Grup fonamental.

Definició de grup fonamental.

Aplicacions contínues i grup fonamental.

El grup fonamental de la circumferència.

El teorema del punt fix de Brouwer en dimensió 2.

12. Classificació de superfícies.

Definició i exemples de superfícies.

Triangulació de superfícies compactes.

Superfícies orientables i no orientables.

Classificació de superfícies compactes.

La característica d'Euler.

VOLUM DE TREBALL

ACTIVITAT	Hores	% Presencial
Classes de teoria	60,00	100
Pràctiques en aula	45,00	100
Altres activitats	15,00	100
Elaboració de treballs individuals	15,00	0
Preparació d'activitats d'avaluació	60,00	0
Preparació de classes de teoria	60,00	0
Preparació de classes pràctiques i de problemes	30,00	0
TOTAL	285,00	



METODOLOGIA DOCENT

La part teòrica es desenvoluparà en classes magistrals, on el professor introduirà gradualment els continguts i el mètode matemàtic. En cada tema, a més dels coneixements teòrics corresponents, el professor inclourà nombrosos exemples, així com la resolució dels problemes tipus propis d'aquest tema. A més, al final de cada tema es proporcionaran llistes d'exercicis perquè siguin resolts pels alumnes.

La part pràctica es realitzarà en grups més reduïts, on els alumnes realitzaran les pràctiques treballant en grups permanents de tres o quatre estudiants sota la supervisió del professor. Cada grup lliurarà les respostes dels exercicis proposats per ser qualificats pel professor. Tant en les classes teòriques com en les pràctiques es farà ús d'eines informàtiques per a la visualització d'objectes geomètrics.

Finalment, es realitzaran periòdicament seminaris en els quals els alumnes resoldran els dubtes i comentaran amb el professor aquells aspectes de la matèria que considerin oportuns. A més, es proposaran diverses activitats que realitzaran els alumnes sota la supervisió del professor.

AVALUACIÓ

L'avaluació de l'aprenentatge dels coneixements i competències aconseguides pels estudiants es farà de forma continuada al llarg del curs, i constarà dels següents blocs d'avaluació:

1. **Exàmens:** es realitzaran dos exàmens de tipus teòric-pràctic, un al final de cada quadrimestre, amb un pes del 70% de la nota final.
2. **Pràctiques:** s'avaluarà la participació en les sessions de pràctiques i la presentació per escrit dels resultats d'aquestes sessions. Aquesta part tindrà un pes del 20% de la nota final.
3. **Tutories i Seminaris:** s'avaluarà la participació en les sessions de tutories i seminaris i la realització de les activitats proposades. El pes serà del 10% de la nota final.

Observacions:

- En el bloc 1 s'exigeix una nota mínima de 4/10 en cada examen per poder fer mitjana amb els blocs 2 i 3.
- Les qualificacions obtingudes en els blocs 2 i 3 es conservaran en les dues convocatòries del curs acadèmic en què hagin estat realitzades, atès que la seva avaluació només serà possible al llarg del quadrimestre i mai en la convocatòria extraordinària.

REFERÈNCIES

Bàsiques

- F. Mascaró, J. Monterde, J.J. Nuño i R. Sivera, Introducció a la topologia. Universitat de València (1997).



- W.S. Massey, Introducció a la topologia algebraica. Reverté (1982).

Complementàries

- M.A. Armstrong, Topología Básica. Reverté (1987).
- J.R. Munkres, Topologia (2ª Edición) Prentice-Hall (2002).