

**FICHA IDENTIFICATIVA****Datos de la Asignatura**

Código	34164
Nombre	Topología
Ciclo	Grado
Créditos ECTS	12.0
Curso académico	2023 - 2024

Titulación(es)

Titulación	Centro	Curso	Periodo
1107 - Grado de Matemáticas	Facultad de Ciencias Matemáticas	2	Anual
1928 - Programa de doble Grado Física-Matemáticas	Doble Grado en Física y Matemáticas	2	Anual

Materias

Titulación	Materia	Caracter
1107 - Grado de Matemáticas	9 - Topología y Geometría Diferencial	Obligatoria
1928 - Programa de doble Grado Física-Matemáticas	2 - Segundo Curso (Obligatorio)	Obligatoria

Coordinación

Nombre	Departamento
NUÑO BALLESTEROS, JUAN JOSE	363 - Matemáticas
OSET SINHA, RAUL ADRIAN	363 - Matemáticas

RESUMEN

El objetivo general de esta asignatura es introducir al alumno los fundamentos básicos de la topología. La mayor parte de la asignatura está dedicada a la llamada topología general o conjuntista, la cual proporciona un lenguaje básico para la comprensión de otras materias como la geometría o el análisis. También dedicaremos al final una parte al estudio de determinados conceptos menos instrumentales y más propios de otras variantes de la topología, como por ejemplo, la topología geométrica o la topología algebraica.



La topología es la rama de las matemáticas que se dedica al estudio de aquellas propiedades de las formas geométricas que no dependen de las magnitudes y que son invariantes por transformaciones continuas. Este estudio está basado en el concepto de proximidad y permite establecer de una forma axiomática los conceptos de entorno, abierto, cerrado, continuidad, etc. usando como herramienta principal el lenguaje de la teoría de conjuntos.

Basándonos en la experiencia previa del alumno sobre la topología de la recta real, introduciremos primero los espacios métricos, como paso previo a la abstracción de espacio topológico. También estudiaremos nuevos ejemplos de espacios topológicos mediante las construcciones de subespacios, productos y cocientes. Introduciremos las propiedades topológicas más importantes de conexión y compacidad, así como la completitud en el caso de espacios métricos.

Finalmente dedicaremos los últimos temas de la asignatura a la clasificación de las superficies compactas, así como una breve introducción al grupo fundamental. Se trata de conceptos más propios de la topología geométrica (o de dimensiones bajas) y de la topología algebraica y que precisan de un mayor desarrollo de la intuición geométrica de los alumnos.

Los contenidos de la asignatura son: espacios métricos, espacios topológicos, propiedades de separación y numerabilidad, convergencia y continuidad, subespacios y productos de espacios topológicos, compacidad y completitud, conexión e introducción al grupo fundamental, cocientes de espacios topológicos, descripción de las superficies compactas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Relación con otras asignaturas de la misma titulación

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

Otros tipos de requisitos

Es conveniente que el estudiante haya cursado las asignaturas básicas de primer curso, especialmente Matemática Básica y Análisis I.

COMPETENCIAS

1107 - Grado de Matemáticas

- Tener capacidad de análisis y síntesis.
- Resolver problemas que requieran el uso de herramientas matemáticas.
- Saber trabajar en equipo.
- Aprender de manera autónoma.



- Poseer y comprender los conocimientos matemáticos.
- Expresarse matemáticamente de forma rigurosa y clara.
- Razonar lógicamente e identificar errores en los procedimientos.
- Tener capacidad de abstracción y modelización.
- Conocer el momento y el contexto histórico en que se han producido las grandes contribuciones de mujeres y hombres al desarrollo de las matemáticas.
- Visualizar e interpretar las soluciones que se obtengan.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Competencias a adquirir:

- Manejar con soltura los conceptos topológicos básicos en los espacios euclídeos.
- Utilizar sucesiones para caracterizar los conceptos topológicos básicos en espacios métricos.
- Reconocer métricas equivalentes, así como algunos ejemplos de espacios topológicos no metrizablees.
- Analizar la continuidad de aplicaciones, tanto desde el punto de vista local como global.
- Reconocer las propiedades de conexión y compacidad en espacios topológicos sencillos.
- Construir ejemplos de espacios topológicos usando las nociones de subespacios, productos o cocientes.
- Reconocer topológicamente las superficies compactas y su clasificación.

Habilidades sociales:

- Capacidad para trabajar en equipo.
- Capacidad de planificación y organización del trabajo.
- Búsqueda de documentación actualizada sobre un problema.
- Capacidad para expresar, oralmente y por escrito, sus razonamientos y las decisiones a las que les conducen.
- Capacidad de crítica frente a las conclusiones obtenidas en su trabajo o en trabajos ajenos.

DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

1. Espacios métricos.

Definición y ejemplos de espacios métricos.

Bolas. Espacios métricos acotados.

Abiertos. Propiedades de los subconjuntos abiertos.

Entornos. Cerrados.



2. Espacios topológicos.

Definición y ejemplos de espacios topológicos
Cerrados. Entornos
Axiomas de numerabilidad y la condición de Hausdorff
Métricas equivalentes

3. Puntos especiales.

Puntos de adherencia y conceptos relacionados.
Puntos fronterizos. Puntos interiores.
Caracterización por sucesiones.

4. Continuidad.

Continuidad en un punto.
Continuidad global.
Continuidad uniforme e isometrías.

5. Subespacios.

Topología inducida.
Adherencia, interior y frontera relativa.
Continuidad y subespacios.

6. Conexión.

Conexión.
Subespacios conexos de \mathbb{R} .
Otras propiedades de la conexión.
Conexión por arcos.

7. Productos.

Topología producto.
Adherencia, interior y frontera de un producto.
Continuidad y productos.



8. Compacidad.

Definición y ejemplos.

Subespacios compactos. Caracterización de los de \mathbb{R} y \mathbb{R}^n

Relación con aplicaciones continuas.

Espacios métricos compactos por sucesiones.

9. Completitud.

Espacios métricos completos.

Algunos teoremas sobre espacios completos.

10. Cocientes.

Definición y propiedades básicas.

Relación con subespacios y productos.

La condición de Hausdorff en cocientes.

11. Grupo fundamental.

Definición de grupo fundamental.

Aplicaciones continuas y grupo fundamental.

El grupo fundamental de la circunferencia.

El teorema del punto fijo de Brouwer en dimensión 2.

12. Clasificación de superficies.

Definición y ejemplos de superficies.

Triangulación de superficies compactas.

Superficies orientables y no orientables.

Clasificación de superficies compactas.

La característica de Euler.



VOLUMEN DE TRABAJO

ACTIVIDAD	Horas	% Presencial
Clases de teoría	60,00	100
Prácticas en aula	45,00	100
Otras actividades	15,00	100
Elaboración de trabajos individuales	15,00	0
Preparación de actividades de evaluación	60,00	0
Preparación de clases de teoría	60,00	0
Preparación de clases prácticas y de problemas	30,00	0
TOTAL	285,00	

METODOLOGÍA DOCENTE

La parte teórica se desarrollará en clases magistrales donde el profesor introducirá paulatinamente los contenidos y el método matemático. En cada tema, además de los conocimientos teóricos correspondientes, el profesor incluirá numerosos ejemplos, así como la resolución de los problemas tipo propios de dicho tema. Además, al final de cada tema se proporcionarán listas de ejercicios para que sean resueltos por los alumnos.

La parte práctica se realizará en grupos más reducidos, en donde los alumnos realizarán las prácticas trabajando en grupos permanentes de tres o cuatro estudiantes bajo la supervisión del profesor. Cada grupo entregará las respuestas de los ejercicios propuestos para ser calificados por el profesor. Tanto en las clases teóricas como prácticas se hará uso de herramientas informáticas para la visualización de objetos geométricos.

Por último, se realizarán periódicamente seminarios en los que los alumnos resolverán las dudas y comentarán con el profesor aquellos aspectos de la materia que consideren oportunos. Además, se propondrán diversas actividades que realizarán los alumnos bajo la supervisión del profesor.

EVALUACIÓN

La evaluación del aprendizaje de los conocimientos y competencias conseguidas por los estudiantes se hará de forma continuada a lo largo del curso, y constará de los siguientes bloques de evaluación:

1. **Exámenes:** se realizarán dos exámenes de tipo teórico-práctico, uno al final de cada cuatrimestre, con un peso del 70% de la nota final.
2. **Prácticas:** se evaluará la participación en las sesiones de prácticas y la presentación por escrito de los resultados de dichas sesiones. Esta parte tendrá un peso del 20% de la nota final.
3. **Tutorías y Seminarios:** se evaluará la participación en las sesiones de tutorías y seminarios y la realización de las actividades propuestas. El peso será del 10% de la nota final.



Observaciones:

- En el bloque 1 se exige una nota mínima de 4/10 en cada examen para poder hacer media con los bloques 2 y 3.
- Las calificaciones obtenidas en los bloques 2 y 3 se conservarán en las dos convocatorias del curso académico en que hayan sido realizadas, dado que su evaluación sólo será posible a lo largo del cuatrimestre y nunca en la convocatoria extraordinaria.

REFERENCIAS

Básicas

- F. Mascaró, J. Monterde, J.J. Nuño i R. Sivera, Introducció a la topologia. Universitat de València (1997).
- W.S. Massey, Introducción a la topología algebraica. Reverté (1982).

Complementarias

- M.A. Armstrong, Topología Básica. Reverté (1987).
- J.R. Munkres, Topologia (2ª Edición) Prentice-Hall (2002).