FITXA IDENTIFICATIVA

Dades de l'Assignatura

Codi	44087
Nom	Seminari de matemàtica aplicada
Cicle	Màster
Crèdits ECTS	3.0
Curs acadèmic	2024 - 2025

Titulació/titulacions

Titulació	Centre	Curs	Període
2183 - M.U.Invest.Matemàtica	Facultat de Ciències Matemàtiques	1	Segon quadrimestre

Matèries

Titulació	Matèria	Caràcter
2183 - M.U.Invest.Matemàtica	5 - Intensificació matemàtica aplicada	Optativa

Coordinació

Nom	Departament
YAÑEZ AVENDAÑO, DIONISIO FELIX	363 - Matemàtiques

RESUM

Els sistemes hiperbòlics de lleis de conservació consten d’equacions en derivades parcials de primer ordre amb una estructura especial, que fa admisibles solucions (febles) discontínues a problemes de Cauchy associats. Aquests sistemes apareixen en molts models científics per a expressar la conservació de certes magnituds relevants dels models esmentats.

Aquestes equacions es poden resoldre de forma tancada en molt pocs casos, per la qual cosa és necessri l’ús de mètodes numèrics per a l’aproximació d’aquestes soluciones. El repte que afronten aquests mètodes numèrics és l’aproximació de solucions amb discontinuïtats a partir de tècniques clàssiques que suposen la suavitat de la solució.

En aquest curs s’estudia el problema de Riemann per a una llei de conservació escalar amb flux concau o convex. S’estudia l’estructura de les seues solucions febles: la condició de Rankine-Hugoniot, shocks, ones de rarefacció, solucions entròpiques. També s’estudien els sistemes lineals i algun sistema de dues equacions, com pot ser el sistema de les equacions de Saint-Venant per al flux d’aigües somes.

En la segona part s’estudien esquemes en diferències finites per a l’aproximació de les solucions dels sistemes de lleis de conservació i es donen eines bàsiques per a la seua anàlisi (error, local, estabilitat segons von Neumann, condició de Courant-Friedrichs-Lewy). Es demostra el Teorema de Lax-Wendroff, que afirma que els mètodes conservatius proporcionen una aproximació adequada. S’introdueixen els mètodes en volumens finits basats en resolvedors de Riemann exactes, com el mètode de Godunov, y en resolvedors de Riemann aproximats, com el mètode de Roe.

En la tercera part s’observen els avantatges dels mètodes de major ordre, tals com el mètode de Lax-Wendroff, i es demostra que esquemes lineals d’ordre major que u desenvolupen algun tipus d’oscil.lacions espúries. Això motiva la introducción d’esquemes amb limitadors de flux o pendent.

CONEIXEMENTS PREVIS

Relació amb altres assignatures de la mateixa titulació

No heu especificat les restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

Altres tipus de requisits

Coneixements bàsics sobre mètodes en diferències finites per a equacions diferencials.

2183 - M.U.Invest.Matemàtica

- Que els estudiants comprenguen els conceptes i les demostracions rigoroses de teoremes fonamentals d'alguna de les àrees específiques de les Matemàtiques.
  ?
- Que els estudiants tinguen capacitat per a elaborar i desenvolupar raonaments logic/matemàtics i identificar errors en raonaments incorrectes.
  ?
- Que els estudiants siguen capaços de construir, interpretar, analitzar i validar models matemàtics avançats que simulen situacions reals.
- Que els estudiants siguen capaços de comprendre de manera autònoma articles d'investigació o innovació en alguna de les àrees de les Matemàtiques.
  ?
- Que els estudiants sàpien triar i utilitzar ferramentes informàtiques adequades per a abordar problemes relacionats amb les Matemàtiques i les seues aplicacions.
  ?
- Que els estudiants siguen capaços de dissenyar, desenvolupar i implementar programes informàtics eficients per a abordar problemes relacionats amb les Matemàtiques i les seues aplicacions.
  ?

- Que els estudiants siguen capaços de seleccionar un conjunt de tècniques numèriques, llenguatges i ferramentes matemàtiques adequades per a resoldre un model matemàtic que simule un problema real.
- Que els estudiants siguen capaços de validar i interpretar els resultats obtinguts, comparant amb visualitzacions, mesures experimentals i/o requisits funcionals del corresponent sistema físic.
?

- Reconèixer el caràcter hiperbòlic de sistemes de lleis de conservació.
- Trobar la solució de problemes de Riemann per a lleis de conservació escalars amb flux còncau o convex.
- Reconèixer la convergència d'un mètode numèric a la solució d'un problema de valors inicials associat a una llei de conservació escalar.
- Valorar els avantatges en eficiència dels mètodes de major ordre per a obtenir major resolución.
- Programar mètodes numèrics bàsics per a lleis de conservació escalars.

DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS

1. Sistemes hiperbòlics de lleis de conservació.

- Problema de Riemann per a una llei de conservació escalar amb flux còncau o convex.
- Solucions febles: la condició de Rankine-Hugoniot, xocs, ones de rarefacció, solucions entròpiques.
- Sistemes lineals.
- Sistemes de dues equacions: equacions de Saint-Venant per al flux d'aigües. succintes.

2. Mètodes numèrics per a lleis de conservació escalars.

- Esquemes en diferències finita: mètode de Lax-Friedrichs, error local, estabilitat von Neumann, condició Courant-Friedrichs-Lewy.
- Mètodes conservatius: Teorema de Lax-Wendroff.
- Mètodes en volums finits.
- Resolvedores de Riemann exactes: mètode de Godunov
- Resolvedores de Riemann aproximats: mètode de Roe.

3. Mètodes d'alt ordre per a lleis de conservació escalars.

- Mètode de Lax-Wendroff.
- Teorema de Godunov.
- Mètodes d'alt ordre basats en limitadors de flux.
- Mètodes d'alt ordre basats en limitadors de pendent.

VOLUM DE TREBALL

ACTIVITAT	Hores	% Presencial
Classes de teoria	30,00	100
Elaboració de treballs individuals	15,00	0
Estudi i treball autònom	15,00	0
Lectures de material complementari	5,00	0
Preparació de classes de teoria	5,00	0
Preparació de classes pràctiques i de problemes	5,00	0
TOTAL	**75,00**	

METODOLOGIA DOCENT

Combinació de classe magistral, exposicions per part dels alumnes d'algunes parts seleccionades i pràctiques en aules d'informàtica.

AVALUACIÓ

L'avaluació es basa en l'exposició dels temes seleccionats i en les pràctiques d'informàtica.

REFERÈNCIES

Bàsiques

- R. LeVeque, 'Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations, Steady State and Time Dependent Problems'. SIAM 2007
- R. LeVeque 'Numerical Methods for Conservation Laws'. Lectures in Mathematics, ETG-Zurich (1990)
- J. Strikwerda, 'Finite Difference Schems and Partial Differential Equations', Wadsworth &Brooks/Cole (1989)

Complementàries

- E. F. Toro, 'Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics', 3rd edition, Springer, 2009.
- E. Godlewski, P.A. Raviart, 'Numerical Approximation of Hyperbolic Systems of Conservation Laws', Springer, 1996.