

**FITXA IDENTIFICATIVA****Dades de l'Assignatura**

Codi	36591
Nom	Espais de Hilbert i sèries de Fourier
Cicle	Grau
Crèdits ECTS	6.0
Curs acadèmic	2024 - 2025

Titulació/titulacions

Titulació	Centre	Curs	Període
1928 - Programa de doble Grau Física-Matemàtiques	Doble Grau en Física i Matemàtiques	3	Segon quadrimestre

Matèries

Titulació	Matèria	Caràcter
1928 - Programa de doble Grau Física-Matemàtiques	3 - Tercer Curs (Obligatori)	Obligatòria

Coordinació

Nom	Departament
GALBIS VERDU, ANTONIO	15 - Anàlisi Matemàtica

RESUM

La primera part conté una introducció a la teoria dels espais de Hilbert, amb especial èmfasi en l'estudi de la projecció ortogonal i els desenvolupaments de Fourier respecte d'un sistema ortonormal. A continuació ens centrem en els desenvolupaments en sèrie de Fourier respecte del sistema trigonomètric de funcions periòdiques en la recta real. S'estudien els nuclis de Dirichlet i Fejér i s'obtenen alguns resultats relatius a la convergència de les sèries. L'assignatura es completa amb l'estudi de les propietats bàsiques de la transformada de Fourier i el teorema de mostreig de Shannon.

CONEIXEMENTS PREVIS

**Relació amb altres assignatures de la mateixa titulació**

No heu especificat les restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

Altres tipus de requisits

Anàlisi matemàtica I F-M, Anàlisi Matemàtica II F-M

Comprendre els fonaments de la teoria d'espais de Hilbert i saber utilitzar les propietats bàsiques dels espais clàssics de funcions i successions. Conèixer el desenvolupament en sèrie de Fourier d'una funció periòdica, així com condicions que permeten recuperar una funció periòdica a partir de la seua sèrie de Fourier. Conèixer les propietats bàsiques de la transformada de Fourier, en particular la relació amb la convolució, la transformada d'una gaussiana i la fórmula d'inversió.

DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS**1. Espais de Hilbert**

Espai prehilbertià. Desigualtats de Cauchy-Schwarz i Minkowski. Norma associada. Identitat del paral·lelogram. Espais L^2 i $L^2(\omega)$

2. Aproximació òptima

Distància d'un punt a un conjunt convex tancat. Projectió ortogonal i descomposició ortogonal. Teorema de representació de Riesz. Teoremes de Stampacchia i Lax-Milgram.

3. Sistemes ortonormals

El sistema trigonomètric en $L^2(T)$. Desigualtat de Bessel. Mètode de Gram-Schmidt. Sistemes ortonormals maximals. Identitat de Parseval. Coeficients de Fourier. Teorema de Riesz-Fisher.

4. Sèries de Fourier en $L^1(T)$

Nuclis de Dirichlet i Féjer. Convergència de les mitjanes Césaro en $C(T)$. Lema de Riemann-Lebesgue. Completesa del sistema trigonomètric. Convergència puntual d'una sèrie de Fourier: teorema de localització de Riemann i convergència a la mitjana del salt quan hi ha límits i derivades laterals.



5. Transformada de Fourier en $L_1(\mathbb{R}^n)$

Els operadors de translació i modulació. Transformada i convolució. La transformada d'una gaussiana. Aproximants de la identitat. Delta de Dirac i funció de Heaviside. Fórmula d'inversió. Teorema del mostreig de Shannon: ample de banda d'un senyal i freqüència de Nyquist.

VOLUM DE TREBALL

ACTIVITAT	Hores	% Presencial
Classes de teoria	30,00	100
Pràctiques en aula	22,50	100
Altres activitats	7,50	100
Elaboració de treballs individuals	10,00	0
Preparació d'activitats d'avaluació	40,00	0
Preparació de classes de teoria	10,00	0
Preparació de classes pràctiques i de problemes	30,00	0
TOTAL	150,00	

METODOLOGIA DOCENT

S'introduirà gradualment i es desenvoluparà el contingut teòric de cada tema i les eines adequades per a la resolució de problemes.

En les classes pràctiques s'aplicaran els conceptes exposats a les classes teòriques, per abordar qüestions o resoldre problemes.

Es proposaran col·leccions de resultats, qüestions i problemes per al seu estudi. Aquest estudi serà tutelat i avaluat. A les classes de problemes preferentment es faran i corregiran els exercicis proposats.

AVALUACIÓ

Cada estudiant haurà de demostrar el coneixement dels conceptes bàsics i l'adquisició de les competències de la matèria mitjançant la realització d'exàmens teòric-pràctics. També es valorarà la seva capacitat per abordar les qüestions o resoldre els problemes proposats pel professorat.

Es realitzarà l'avaluació mitjançant:

1. Un exàmen a final de curs, que consistirà en una part teòrica i una altra pràctica que suposaran cadascuna el cinquanta per cent de la nota, i es farà la mitjana sempre que cada nota supere els tres punts sobre deu. Un l'exàmen teòric es mesurarà tant l'adquisició de coneixements com la capacitat de redacció i de rigor en les demostracions, així com la resolució de qüestions. En l'exàmen pràctic s'avaluarà la capacitat de resolució de problemes i exercicis.



2. Es valorarà la participació en les tasques o controls proposats pel professorat (10% de la nota), sempre que la nota dels exàmens supere un mínim de quatre punts.

3. Es valorarà la participació en els seminaris (10% de la nota), sempre que la nota dels exàmens supere un mínim de quatre punts.

REFERÈNCIES

Bàsiques

- J. Cerdà ; Intoducció a l'Anàlisi Funcional. Publicacions i Edicions de la Universitat de Barcelona, 2005.
- K. Saxe; Beginning functional analysis. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 2002.
- E.M. Stein, R. Shakarchi; Fourier Analysis: an Introduction, Princeton Lectures on Analysis, 2003.
- J. Duoandikoetxea; Lecciones sobre las series y las transformadas de Fourier.
<https://www.ugr.es/~acanada/docencia/matematicas/analisisdefourier/Duoandikoetxeafourier.pdf>
- G.B. Folland; Fourier analysis and its applications; Brooks/Cole Publishing, 1992.

Complementàries

- T.W. Körner, Fourier Analysis, Cambridge University Press, 1988.
- B. Cascales, J.M. Mira, J. Orihuela, M. Raja; Análisis funcional. Ediciones Electolibris, 2012.