

**COURSE DATA****Data Subject**

<b>Code</b>	44076
<b>Name</b>	Fundamentals of advanced mathematics
<b>Cycle</b>	Master's degree
<b>ECTS Credits</b>	6.0
<b>Academic year</b>	2024 - 2025

**Study (s)**

<b>Degree</b>	<b>Center</b>	<b>Acad. Period</b>	<b>year</b>
2183 - Master's Degree in Mathematical Research	Faculty of Mathematics	1	First term

**Subject-matter**

<b>Degree</b>	<b>Subject-matter</b>	<b>Character</b>
2183 - Master's Degree in Mathematical Research	7 - Fundamentals of advanced mathematics	Obligatory

**Coordination**

<b>Name</b>	<b>Department</b>
FALCO BENAVENT, FRANCISCO JAVIER	15 - Mathematical Analysis

**SUMMARY**

El curso se dedica a Teoría de la medida y aplicaciones. Tras un desarrollo de las nociones de medida sobre una sigma-álgebra y los procesos de construcción de medidas a partir de medidas exteriores, se construirán como casos particulares la medida de Lebesgue en  $\mathbb{R}^n$  y las medidas de Borel-Stieltjes sobre intervalos.

Se repasarán las nociones conocidas por el alumno de funciones medibles e integrables y los teoremas clásicos (convergencia monótona, dominada de Lebesgue, teorema de Fubini) en el contexto general de medidas abstractas. El resultado fundamental del curso será el Teorema de Radon-Nikodym y algunas de sus aplicaciones.



## PREVIOUS KNOWLEDGE

### Relationship to other subjects of the same degree

There are no specified enrollment restrictions with other subjects of the curriculum.

### Other requirements

El estudiante deberá conocer las herramientas básicas de integración en una y varias variables.

### 2183 - Master's Degree in Mathematical Research

- Students should apply acquired knowledge to solve problems in unfamiliar contexts within their field of study, including multidisciplinary scenarios.
- Students should be able to integrate knowledge and address the complexity of making informed judgments based on incomplete or limited information, including reflections on the social and ethical responsibilities associated with the application of their knowledge and judgments.
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de alguna de las áreas específicas de las Matemáticas.
- Que los estudiantes sean capaces de aplicar los resultados y técnicas aprendidas para la resolución de problemas complejos de alguna de las áreas de las Matemáticas, en contextos académicos o profesionales.
- Que los estudiantes tengan capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos lógico-matemáticos e identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Que los estudiantes sean capaces de construir, interpretar, analizar y validar modelos matemáticos avanzados que simulen situaciones reales.
- Que los estudiantes sean capaces de comprender de manera autónoma artículos de investigación o innovación en alguna de las áreas de las Matemáticas.

- Justificar y construir de manera rigurosa la medida de Lebesgue en varias dimensiones, así como la medida de Lebesgue-Stieltjes, desde la formalización general de las nociones de sigma-álgebra de conjuntos y medidas definidas en sigma-álgebras abstractas,
- Realizar el estudio de las funciones medibles e integrables respecto a medidas generales en el contexto general,
- Demostrar, como objetivo final, el importante teorema de Radon-Nikodym de representación de medidas absolutamente continuas respecto a una dada.



## DESCRIPTION OF CONTENTS

### 1. Medida abstracta

1. Medidas exteriores. Extensión de medidas. Medidas de Fourier-Stieltjes. Conjuntos medibles y no medibles.

### 2. Funciones medibles y funciones integrables

1. Funciones medibles. Algunos tipos de convergencia, Funciones integrables.

### 3. Medida producto y teorema de Fubini

1. La medida producto. El teorema de Fubini. Aplicaciones.

### 4. El teorema de Radon-Nikodym

Medidas complejas y reales. El teorema de Radon-Nikodym. Aplicaciones.

## WORKLOAD

ACTIVITY	Hours	% To be attended
Theory classes	60,00	100
Development of individual work	30,00	0
Study and independent work	30,00	0
Readings supplementary material	30,00	0
<b>TOTAL</b>	<b>150,00</b>	

## TEACHING METHODOLOGY

Combinación de clase magistral y exposiciones por parte de los alumnos de algunas partes seleccionadas. En las clases presenciales se introducirá y se desarrollará progresivamente el contenido teórico de cada tema y las herramientas adecuadas para la resolución de problemas. Se propondrán una serie de resultados, cuestiones y problemas para su estudio aplicando los conceptos expuestos en las clases teóricas. Los alumnos deberán exponer sus soluciones.



## EVALUATION

La asignatura se evaluará mediante la presentación de problemas y cuestiones relativos a la materia propuestos de manera individualizada, o bien mediante la exposición en pizarra de una parte del curso por parte del alumno. También se propondrán trabajos realizados individualmente o en grupo y su correspondiente exposición en clase.

## REFERENCES

### Basic

- Bartle, R. The elements of integration and Lebesgue measure. Wiley classics Library. Edition 1995.
- M. de Guzmán; B Rubio. Integración, Teoría y Técnicas. Ed. Alhambra, 1979.
- M. Valdivia Ureña, Análisis Matemático V. UNED. Edición 2002.
- Mukherjea, A.; Pothoven, K. Real and functional analysis. Part A. Real analysis. Second edition. Mathematical Concepts and Methods in Science and Engineering, 27. Plenum Press, New York, 1984.

### Additional

- George, C. Exercises et problems of integration. Gauthier-Villars, Paris, 1980.
- W. Rudin, Analisis real y complejo. Mac Graw-Hill, 1988.