FICHA IDENTIFICATIVA

Datos de la Asignatura

Código	44080
Nombre	Seminario de geometría y topología
Ciclo	Máster
Créditos ECTS	3.0
Curso académico	2024 - 2025

Titulación(es)

Titulación	Centro	Curso	Periodo
2183 - M.U.Invest.Matemática	Facultad de Ciencias Matemáticas	1	Segundo cuatrimestre

Materias

Titulación	Materia	Carácter
2183 - M.U.Invest.Matemática	4 - Intensificación matemática fundamental	Optativa

Coordinación

Nombre	Departamento
MIQUEL MOLINA, VICENTE FELIPE	363 - Matemáticas

RESUMEN

Esta asignatura será una introducción al estudio del problema isoperimétrico en superficies. Al mismo tiempo que se estudiarán diversos métodos para atacar la solución del problema, se aprovechará para profundizar en distintos aspectos de las correspondientes partes de las matemáticas que se usan: cálculo variacional, medida de longitudes y áreas, superficies de Cartan-Hadamard y algunas cuestiones de ecuaciones en derivadas parciales. Se dice a veces que las cosas se aprenden cuando se usan en problemas concretos, y este curso confía en esa afirmación y pretende ponerla en práctica. Se comenzará con una revisión rápida (sin demasiados tecnicismos) de la geometría diferencial de superficies, teorema de la divergencia, principios de mínimo y definición de perímetro.

La parte gruesa del curso se centrará en el estudio de la desigualdad isopoerimétrica en superficies de R3 y superficies de Cartan Hadamard (que, por tener la topología del plano, no requieren el concepto de variedad abstracta.

Los teoremas estrella serán los de la determinación del perfil isoperimétrico en algunas superficies completas y, consecuentemente, la existencia y unicidad de regiones isoperimétricas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Relación con otras asignaturas de la misma titulación

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

Otros tipos de requisitos

Como requisitos mínimos el alumno debe de conocer los conceptos básicos de Algebra Lineal y funciones de varias variables, y tener cierta soltura para manejarlos. Conviene (no estrictamente necesario) que tena algunos conocimientos elementales de la teoría de curvas en el plano y superficies de R3, y de los teoremas básicos de ecuaciones diferenciales.

COMPETENCIAS (RD 1393/2007) // RESULTADOS DEL APRENDIZAJE (RD 822/2021)

2183 - M.U.Invest.Matemática

- Que los/las estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- Que los/las estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de áreas transversales de las Matemáticas.
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de alguna de las áreas específicas de las Matemáticas.
- Que los estudiantes sean capaces de aplicar los resultados y técnicas aprendidas para la resolución de problemas complejos de alguna de las áreas de las Matemáticas, en contextos académicos o profesionales.
- Que los estudiantes tengan capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos lógico-matemáticos e identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Que los estudiantes posean la capacidad para enunciar y verificar proposiciones en alguna de las áreas de las Matemáticas y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos, oralmente y por escrito.
- Que los estudiantes sean capaces de comprender de manera autónoma artículos de investigación o innovación en alguna de las áreas de las Matemáticas.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (RD 1393/2007) // SIN CONTENIDO (RD 822/2021)

- Conocer qué es el perfil isoperimétrico, las dificultades y técnicas para determinarlo, y descubrir la necesidad de dar un concepto preciso de perímetro.
- Adquirir, al mismo tiempo, unas nociones prácticas de Geometría Diferencial y de EDP, especialmente de problemas variacionales.

DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

1. Revisión de superficies

1.1 Primera forma fundamental, área de la superficie y volumen encerrado por la misma. Repaso de los distintos tipos de curvatura. Uso del teorema de la divergencia
1.2 Curvatura geodésica, longitud y área encerrada por una curva en una superficie. Uso del teorema de la divergencia en superficies
1.3 La fórmula de la coárea
1.4 Primera y segunda fórmula de variación del volumen.

2. Conceptos básicos relativos al problema isoperimétrico

2.1 Conjuntos de perímetro finito
2.2 Contenido de Minkowski
2.3 Medida de Hausdorff
2.4 Perfil isoperimétrico.

3. El problema isoperimétrico en superficies

3.1 El método de las paralelas internas.
3.2 La aproximación de Bandle.

4. El flujo de acortamiento de curvas en el problema isoperimétrico

4.1 Resultados básicos del flujo de acortamiento de curvas
4.2 El principio de separación
4.3 Aplicaciones al problema isoperimétrico

5. Aproximación variacional

5.1 Curvas con curvatura geodésica constante en superficies de revolucion
5.2 Planos y esferas de revolución con superficie de Gauss monótona
5.3 Superficies con singularidades.

6. Superficies completas con curvatura no negativa

6.1 Existencia de regiones isoperimétricas en estas superficies
6.2 Consecuencia para el perfil isoperimétrico

VOLUMEN DE TRABAJO

ACTIVIDAD	Horas	% Presencial
Clases de teoría	30,00	100
Elaboración de trabajos en grupo	10,00	0
Elaboración de trabajos individuales	10,00	0
Estudio y trabajo autónomo	15,00	0
Preparación de actividades de evaluación	10,00	0
TOTAL	**75,00**	

METODOLOGÍA DOCENTE

Clases de pizarra y resolución de problemas. Algunas clases serán dadas por los alumnos después de proporcionarles material adecuado.

EVALUACIÓN

Evaluación contínua, aprovechando las intervenciones de los estudiantes en clase y exámenes orales que sirven, al mismo tiempo, de evaluación y de instrucción.

REFERENCIAS

Básicas

- Manuel Ritoré: Isoperimetric inequalities in Riemannian manifolds, Birkhäuser, 2023
- Catherine Bandle: Isoperimetric inequalities and applications, Pitman, 1980

- Y. D. Burago, V.A. Zalgaller: Geometric inequalities Springer, 1988
- D. Burago, Y. Burago, S. Ivanov: A Course in Metric Geometry, American Mathematical Society, Providence, RI, 2001)