

**FICHA IDENTIFICATIVA****Datos de la Asignatura**

<b>Código</b>	44080
<b>Nombre</b>	Seminario de geometría y topología
<b>Ciclo</b>	Máster
<b>Créditos ECTS</b>	3.0
<b>Curso académico</b>	2024 - 2025

**Titulación(es)**

<b>Titulación</b>	<b>Centro</b>	<b>Curso</b>	<b>Periodo</b>
2183 - Máster Universitario en Investigación Matemática	Facultad de Ciencias Matemáticas	1	Segundo cuatrimestre

**Materias**

<b>Titulación</b>	<b>Materia</b>	<b>Caracter</b>
2183 - Máster Universitario en Investigación Matemática	4 - Intensificación matemática fundamental	Optativa

**Coordinación**

<b>Nombre</b>	<b>Departamento</b>
PEÑAFORT SANCHIS, GUILLERMO	363 - Matemáticas

**RESUMEN**

Esta asignatura es una introducción a la geometría algebraica. En la primera parte de la asignatura, estudiaremos conjuntos algebraicos afines. Estos espacios son el objeto de estudio básico de la geometría algebraica clásica y consisten en subconjuntos del espacio afín  $n$ -dimensional definidos por ecuaciones polinómicas. Estudiarlos nos permitirá entender el significado geométrico de nociones algebraicas como las de elemento regular/divisor de cero, dimensión de Krull, la condición de ser noetheriano, las localizaciones de un anillo y la relación entre los ideales primos y los conjuntos irreducibles. Concluiremos esta parte probando que la categoría de los conjuntos algebraicos afines es equivalente a la categoría de  $k$ -álgebras reducidas finitamente generadas, introduciendo los conceptos de teoría de categorías necesarios.

En la segunda parte, estudiaremos los esquemas, que son el objeto básico en geometría algebraica moderna. Veremos cómo los conceptos anteriormente citados se extienden a este contexto y probaremos que la categoría de esquemas afines es equivalente a la categoría de anillos.

**CONOCIMIENTOS PREVIOS****Relación con otras asignaturas de la misma titulación**

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

**Otros tipos de requisitos**

Aunque se utilizarán nociones básicas de álgebra y topología, se introducirán los conceptos necesarios y no es necesario tener conocimientos previos.

**COMPETENCIAS (RD 1393/2007) // RESULTADOS DEL APRENDIZAJE (RD 822/2021)****2183 - Máster Universitario en Investigación Matemática**

- Que los/las estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- Que los/las estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de áreas transversales de las Matemáticas.
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de alguna de las áreas específicas de las Matemáticas.
- Que los estudiantes sean capaces de aplicar los resultados y técnicas aprendidas para la resolución de problemas complejos de alguna de las áreas de las Matemáticas, en contextos académicos o profesionales.
- Que los estudiantes tengan capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos lógico-matemáticos e identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Que los estudiantes posean la capacidad para enunciar y verificar proposiciones en alguna de las áreas de las Matemáticas y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos, oralmente y por escrito.
- Que los estudiantes sean capaces de comprender de manera autónoma artículos de investigación o innovación en alguna de las áreas de las Matemáticas.

**RESULTADOS DE APRENDIZAJE (RD 1393/2007) // SIN CONTENIDO (RD 822/2021)**



- Conocer resultados básicos de geometría algebraica y su relación con conceptos básicos de álgebra conmutativa.

- Adquirir unas nociones básicas de teoría de categorías.

## DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

### 1. Conjuntos algebraicos afines.

- 1.1 Hilbert Nullstellensatz. Topología de Zariski.
- 1.2 Dimensión y componentes irreducibles.
- 1.3 Funciones regulares, gérmenes, morfismos.
- 1.4 Dualidad conjuntos algebraicos /  $k$ -álgebras fin. gen. reducidas.

### 2. Álgebra conmutativa.

- 2.1 Anillos, dominios, cuerpos,  $R$ -álgebras.
- 2.2 Ideales maximales, primos y radicales.
- 2.3 Dimension de Krull,
- 2.4 Anillos graduados.
- 2.5 Localización de anillos.

### 3. Teoría de categorías.

- 3.1 Objetos y morfismos.
- 3.2 Funtores y transformaciones naturales.
- 3.3 Funtores Hom y equivalencias de categorías.

### 4. Esquemas

- 4.1 El espectro de un anillo. Topología de Zariski y dimensión.
- 4.2 El haz estructural, gérmenes.
- 4.3 Morfismos y la dualidad esquemas afines/anillos.



## VOLUMEN DE TRABAJO

ACTIVIDAD	Horas	% Presencial
Clases de teoría	30,00	100
Elaboración de trabajos en grupo	10,00	0
Elaboración de trabajos individuales	10,00	0
Estudio y trabajo autónomo	15,00	0
Preparación de actividades de evaluación	10,00	0
<b>TOTAL</b>	<b>75,00</b>	

## METODOLOGÍA DOCENTE

Clases magistrales y resolución de problemas. Las notas del curso constan de un cronograma dividido en sesiones para el estudio independiente.

## EVALUACIÓN

Evaluación continua a partir de la resolución de ejercicios.

## REFERENCIAS

### Básicas

- Algebraic Geometry. R. Hartshorne. Springer-Verlag, 1977.
- Introduction to Commutative Algebra. M. F. Atiyah, I. G. MacDonald. Westview Press, 1994.
- Category theory in context. E. Riehl. Courier Dover Publications, 2017.