

**FICHA IDENTIFICATIVA****Datos de la Asignatura**

<b>Código</b>	44076
<b>Nombre</b>	Fundamentos de matemática avanzada
<b>Ciclo</b>	Máster
<b>Créditos ECTS</b>	6.0
<b>Curso académico</b>	2024 - 2025

**Titulación(es)**

<b>Titulación</b>	<b>Centro</b>	<b>Curso</b>	<b>Periodo</b>
2183 - Máster Universitario en Investigación Matemática	Facultad de Ciencias Matemáticas	1	Primer cuatrimestre

**Materias**

<b>Titulación</b>	<b>Materia</b>	<b>Caracter</b>
2183 - Máster Universitario en Investigación Matemática	7 - Fundamentos de matemática avanzada	Obligatoria

**Coordinación**

<b>Nombre</b>	<b>Departamento</b>
FALCO BENAVENT, FRANCISCO JAVIER	15 - Análisis Matemático

**RESUMEN**

El curso se dedica a Teoría de la medida y aplicaciones. Tras un desarrollo de las nociones de medida sobre una sigma-álgebra y los procesos de construcción de medidas a partir de medidas exteriores, se construirán como casos particulares la medida de Lebesgue en  $\mathbb{R}^n$  y las medidas de Borel-Stieltjes sobre intervalos.

Se repasarán las nociones conocidas por el alumno de funciones medibles e integrables y los teoremas clásicos (convergencia monótona, dominada de Lebesgue, teorema de Fubini) en el contexto general de medidas abstractas. El resultado fundamental del curso será el Teorema de Radon-Nikodym y algunas de sus aplicaciones.

**CONOCIMIENTOS PREVIOS****Relación con otras asignaturas de la misma titulación**

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

**Otros tipos de requisitos**

El estudiante deberá conocer las herramientas básicas de integración en una y varias variables.

**COMPETENCIAS (RD 1393/2007) // RESULTADOS DEL APRENDIZAJE (RD 822/2021)****2183 - Máster Universitario en Investigación Matemática**

- Que los/las estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- Que los/las estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- Que los estudiantes comprendan los conceptos y las demostraciones rigurosas de teoremas fundamentales de alguna de las áreas específicas de las Matemáticas.
- Que los estudiantes sean capaces de aplicar los resultados y técnicas aprendidas para la resolución de problemas complejos de alguna de las áreas de las Matemáticas, en contextos académicos o profesionales.
- Que los estudiantes tengan capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos lógico-matemáticos e identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Que los estudiantes sean capaces de construir, interpretar, analizar y validar modelos matemáticos avanzados que simulen situaciones reales.
- Que los estudiantes sean capaces de comprender de manera autónoma artículos de investigación o innovación en alguna de las áreas de las Matemáticas.

**RESULTADOS DE APRENDIZAJE (RD 1393/2007) // SIN CONTENIDO (RD 822/2021)**

- Justificar y construir de manera rigurosa la medida de Lebesgue en varias dimensiones, así como la medida de Lebesgue-Stieltjes, desde la formalización general de las nociones de sigma-álgebra de conjuntos y medidas definidas en sigma-álgebras abstractas,



- Realizar el estudio de las funciones medibles e integrables respecto a medidas generales en el contexto general,
- Demostrar, como objetivo final, el importante teorema de Radon-Nikodym de representación de medidas absolutamente continuas respecto a una dada.

## DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

### 1. Medida abstracta

1. Medidas exteriores. Extensión de medidas. Medidas de Fourier-Stieltjes. Conjuntos medibles y no medibles.

### 2. Funciones medibles y funciones integrables

1. Funciones medibles. Algunos tipos de convergencia, Funciones integrables.

### 3. Medida producto y teorema de Fubini

1. La medida producto. El teorema de Fubini. Aplicaciones.

### 4. El teorema de Radon-Nikodym

Medidas complejas y reales. El teorema de Radon-Nikodym. Aplicaciones.

## VOLUMEN DE TRABAJO

ACTIVIDAD	Horas	% Presencial
Clases de teoría	60,00	100
Elaboración de trabajos individuales	30,00	0
Estudio y trabajo autónomo	30,00	0
Lecturas de material complementario	30,00	0
<b>TOTAL</b>	<b>150,00</b>	

## METODOLOGÍA DOCENTE

Combinación de clase magistral y exposiciones por parte de los alumnos de algunas partes seleccionadas. En las clases presenciales se introducirá y se desarrollará progresivamente el contenido teórico de cada tema y las herramientas adecuadas para la resolución de problemas. Se propondrán una serie de resultados, cuestiones y problemas para su estudio aplicando los conceptos expuestos en las clases teóricas. Los alumnos deberán exponer sus soluciones.



## EVALUACIÓN

La asignatura se evaluará mediante la presentación de problemas y cuestiones relativos a la materia propuestos de manera individualizada, o bien mediante la exposición en pizarra de una parte del curso por parte del alumno. También se propondrán trabajos realizados individualmente o en grupo y su correspondiente exposición en clase.

## REFERENCIAS

### Básicas

- Bartle, R. The elements of integration and Lebesgue measure. Wiley classics Library. Edition 1995.
- M. de Guzmán; B Rubio. Integración, Teoría y Técnicas. Ed. Alhambra, 1979.
- M. Valdivia Ureña, Análisis Matemático V. UNED. Edición 2002.
- Mukherjea, A.; Pothoven, K. Real and functional analysis. Part A. Real analysis. Second edition. Mathematical Concepts and Methods in Science and Engineering, 27. Plenum Press, New York, 1984.

### Complementarias

- George, C. Exercises et problems of integration. Gauthier-Villars, Paris, 1980.
- W. Rudin, Analisis real y complejo. Mac Graw-Hill, 1988.