

**FICHA IDENTIFICATIVA****Datos de la Asignatura**

<b>Código</b>	44089
<b>Nombre</b>	Ecuaciones diferenciales aleatorias y aplicaciones
<b>Ciclo</b>	Máster
<b>Créditos ECTS</b>	3.0
<b>Curso académico</b>	2022 - 2023

**Titulación(es)**

<b>Titulación</b>	<b>Centro</b>	<b>Curso</b>	<b>Periodo</b>
2183 - Máster Universitario en Investigación Matemática	Facultad de Ciencias Matemáticas	1	Primer cuatrimestre

**Materias**

<b>Titulación</b>	<b>Materia</b>	<b>Caracter</b>
2183 - Máster Universitario en Investigación Matemática	5 - Intensificación matemática aplicada	Optativa

**RESUMEN**

En este curso se estudiarán técnicas analíticas y numéricas, incluyendo la simulación, para resolver ecuaciones diferenciales cuyos coeficientes y condiciones iniciales son variables aleatorias y/o procesos estocásticos, que suponen un enfoque más realista para modelizar problemas complejos donde se presenta de forma inherente la incertidumbre. Se prestará especial atención a la aplicación de las técnicas expuestas para resolver con el software Mathematica diferentes modelos que aparecen en áreas como biología, epidemiología, finanzas, ciencias sociales, etc.

**CONOCIMIENTOS PREVIOS****Relación con otras asignaturas de la misma titulación**

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

**Otros tipos de requisitos**

Conocimientos básicos de estadística y probabilidad.  
Conocimientos básicos de ecuaciones diferenciales.

La asignatura está planteada de forma autocontenida de modo que los conocimientos básicos que se requieren también se revisaran en el desarrollo de la asignatura.

**COMPETENCIAS (RD 1393/2007) // RESULTADOS DEL APRENDIZAJE (RD 822/2021)****2183 - Máster Universitario en Investigación Matemática**

- Que los estudiantes sean capaces de aplicar los resultados y técnicas aprendidas para la resolución de problemas complejos de alguna de las áreas de las Matemáticas, en contextos académicos o profesionales.
- Que los estudiantes sean capaces de construir, interpretar, analizar y validar modelos matemáticos avanzados que simulen situaciones reales.
- Que los estudiantes sepan elegir y utilizar herramientas informáticas adecuadas para abordar problemas relacionados con las Matemáticas y sus aplicaciones.
- Que los estudiantes sean capaces de seleccionar un conjunto de técnicas numéricas, lenguajes y herramientas matemáticas adecuadas para resolver un modelo matemático que simule un problema real.

**RESULTADOS DE APRENDIZAJE (RD 1393/2007) // SIN CONTENIDO (RD 822/2021)**

- RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES ALEATORIAS MEDIANTE EL MÉTODO DE MONTE CARLO.
- CÁLCULO ESTOCÁSTICO EN MEDIA CUADRÁTICA Y RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES ALEATORIAS.
- ECUACIONES DIFERENCIALES ESTOCÁSTICAS TIPO ITO.

**DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS****1. PRELIMINARES SOBRE VARIABLES ALEATORIAS.**

Espacio de probabilidad.

Variables aleatorias unidimensionales.

Distribuciones de probabilidad unidimensionales.

Características de una variable aleatoria unidimensional.

Distribuciones de probabilidad multidimensionales.

Transformaciones de variables aleatorias.

Espacio de Hilbert de variables aleatorias.

Convergencia de variables aleatorias.



## **2. PRELIMINARES SOBRE PROCESOS ESTOCÁSTICOS.**

Definición de proceso estocástico. Clasificación.

Características de los procesos estocásticos.

El movimiento browniano o proceso de Wiener. Principales propiedades. Simulación.

Otros ejemplos de procesos estocásticos y su simulación.

## **3. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES ALEATORIAS MEDIANTE EL MÉTODO DE MONTE CARLO.**

El método de Monte Carlo: objetivos y descripción

Sobre la calidad de las aproximaciones del método de Monte Carlo. Ventajas e inconvenientes.

Implementación del método de Monte Carlo en Mathematica: Ejemplos.

## **4. CÁLCULO ESTOCÁSTICO EN MEDIA CUADRÁTICA Y RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES ALEATORIAS.**

El espacio de Hilbert  $L^2$ .

Convergencia en media cuadrática. Propiedades.

Continuidad en media cuadrática.

Diferenciación en media cuadrática.

Integración en media cuadrática.

Resolución en media cuadrática de ecuaciones diferenciales aleatorias mediante series de potencias.

Ejemplos con Mathematica.

## **5. EL PROBLEMA DEL CÁLCULO DE LA FUNCIÓN DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD DE LA SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN DIFERENCIAL ALEATORIA.**

El método de transformación de variables.

El método de Liouville-Gibbs

Ejemplos con Mathematica.

## **6. MÉTODOS ESPECTRALES PARA RESOLVER ECUACIONES DIFERENCIALES ALEATORIAS: POLYNOMIAL CHAOS.**

Cuando los inputs aleatorios son independientes. Distribuciones de probabilidad estándar y no estándar.

Cuando los inputs aleatorios son dependientes. Distribuciones de probabilidad estándar y no estándar.

Ejemplos con Mathematica.

**7. ECUACIONES DIFERENCIALES ESTOCÁSTICAS TIPO ITÔ.**

Integrales estocásticas de tipo Itô.

Diferenciales estocásticas y fórmula de Itô.

Resolución de ecuaciones diferenciales estocásticas tipo Itô. Propiedades.

Estimación de parámetros y tests de bondad de ajuste para ecuaciones diferenciales estocásticas tipo Itô.

Aplicaciones a la modelización. Ejemplos con Mathematica.

**8. APLICACIÓN DE LAS TÉCNICAS ESTUDIADAS DURANTE EL CURSO AL ESTUDIO Y RESOLUCIÓN DE MODELOS CONTINUOS ALEATORIOS CON DATOS REALES.****VOLUMEN DE TRABAJO**

ACTIVIDAD	Horas	% Presencial
Clases de teoría	30,00	100
Elaboración de trabajos en grupo	15,00	0
Elaboración de trabajos individuales	30,00	0
<b>TOTAL</b>	<b>75,00</b>	

**METODOLOGÍA DOCENTE**

Asistencia a clase, participación en la misma, preguntas en clase y entrega y exposición de trabajos.

**EVALUACIÓN**

La evaluación del alumno será continua y estará basada en la asistencia a clase, participación en la misma, preguntas en clase, entrega de problemas y exposición de trabajos. En casos en los que por razones justificadas el alumno no pueda asistir a las clases presenciales, la evaluación consistirá en la realización de una colección de problemas y actividades de cada uno de los temas del curso y de un trabajo dirigido sobre alguno de los principales tópicos tratados en la asignatura.

**REFERENCIAS**



### Básicas

- Modeling with Itô Stochastic Differential Equations (E. Allen)
- Random Differential Equations in Science and Engineering (T.T. Soong)
- An Introduction to Stochastic Processes with Applications to Biology. (L.J.S. Allen)
- Numerical Solution of Stochastic Differential Equations (P.E. Kloeden, E. Platen)
- Modern Nonlinear Equations (T.L. Saaty)
- Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach (R.G. Ghanem, P. Spanos)
- Numerical Methods for Stochastic Computations : A Spectral Method Approach (D. Xiu)
- Elementary Stochastic Calculus with Finance in View (T. Mikosch)
- Statistical Inference (G. Casella, R.L. Berger)
- Introduction to Probability Models (S.M. Ross)