



VNIVERSITAT DE VALÈNCIA

Instituto Interuniversitario López Piñero
Programa de Doctorado en Estudios Históricos y Sociales
sobre Ciencia, Medicina y Comunicación Científica

ESTUDIO EXPLORATORIO SOBRE EL USO DEL CÓMIC COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN SECUNDARIA

TESIS DOCTORAL
D. Santiago Selvi Nácher

Dirigida por
Dra. Carolina Moreno Castro

València, junio 2023

ÍNDICE

Agradecimientos	VI
Dedicatorias	VII
Capítulo 1. Antecedentes de la investigación	9
1.1. Introducción	9
1.2. Experiencia laboral.....	9
1.3. Motivación personal.....	9
1.4. Justificación.....	10
1.5. Objetivos de la tesis doctoral	10
1.5.1. Objetivos generales y específicos de la tesis doctoral.....	10
1.5.2. Preguntas de investigación e hipótesis de la tesis doctoral	11
Capítulo 2. Metodología de la investigación	14
2.1. Revisión bibliográfica	14
2.2. Diseño y creación de la unidad didáctica	14
2.3. Diseño, preparación y envío del cuestionario al profesorado participante en el estudio	14
Capítulo 3. Análisis de los usos del cómic como herramienta pedagógica.....	23
3.1. Análisis de los usos del cómic como herramienta pedagógica para la enseñanza de la ciencia.....	32
3.2. Análisis de los usos del cómic como herramienta pedagógica para la enseñanza de la matemática.....	43
3.2.1. Cómic comerciales diseñados como herramienta pedagógica para la enseñanza de las matemáticas	48
Capítulo 4. Unidad didáctica.....	55
4.1. Currículo oficial de la materia de matemáticas en 1º de ESO en la Comunidad Valenciana.....	56
4.2. Análisis de los libros de texto del matemáticas en el mercado editorial español.....	57

4.3. Creación de la unidad didáctica en cómic	60
4.4. Análisis página a página del cómic	63
Capítulo 5. Resultados de los cuestionarios dirigidos a profesorado y alumnado ..	87
5.1. Procedencia de las peticiones del profesorado	87
5.2. Procedencia de las respuestas del profesorado	90
5.3. Procedencia de las respuestas del alumnado	91
5.4. Respuestas del profesorado	93
5.5. Respuestas del alumnado	101
Capítulo 6. Análisis de los resultados de las encuestas entre profesorado y alumnado	113
6.1. Tendencias encontradas.....	114
6.2. Comparación entre España y México.....	118
6.3. Comparación profesorado-alumnado en España.....	119
6.4. Comparación profesorado-alumnado en México	122
6.5. Comparación profesorado-alumnado por centro escolar	127
6.6. Estudio comparativo entre países	132
6.7. Mapa de asociaciones de términos	134
6.8. Análisis de clústeres de respuestas.....	135
6.9. Mapa de árbol de respuestas.....	136
6.10. Nube de palabras	137
Capítulo 7. Conclusiones.....	139
7.1. Líneas de trabajo que se abren tras la tesis doctoral	142
Bibliografía	144
Anexos	149
Anexo 1. Respuestas del profesorado a la pregunta abierta del cuestionario sobre el cómic ÁLGEBRA	150

Anexo 2. Respuestas del alumnado a la pregunta abierta del cuestionario sobre el cómico ÁLGEBRA	154
Anexo 3. Guion del cómic ÁLGEBRA.....	164
Índice de tablas y figuras	191

Agradecimientos

Gracias a José Pérez Zarzoso, Zarzo, por dibujar el cómic Álgebra (que es parte fundamental de esta tesis) y por brindarme ánimo constantemente.

Gracias a Dani Macián por su ayuda durante la elaboración del cómic y su soporte en este largo proceso.

Gracias a Carlos Blom-Dahl por su ayuda en el apartado estadístico.

Gracias a mi hermano Jose por su ayuda con las tablas e imágenes.

Gracias a Juan Carlos Toscano y a la OEI por su colaboración para que mi trabajo pudiera llegar a profesores y alumnos de todo el mundo.

Gracias a Natalia Pérez-Galdós por sus maravillosas correcciones.

Por supuesto, muchas gracias a mi directora de tesis, Carolina Moreno, por aguantarme, por soportar mis ausencias, mi casi nula capacidad para escribir con un tono académico y por tantas cosas que ha hecho por mí estos años.

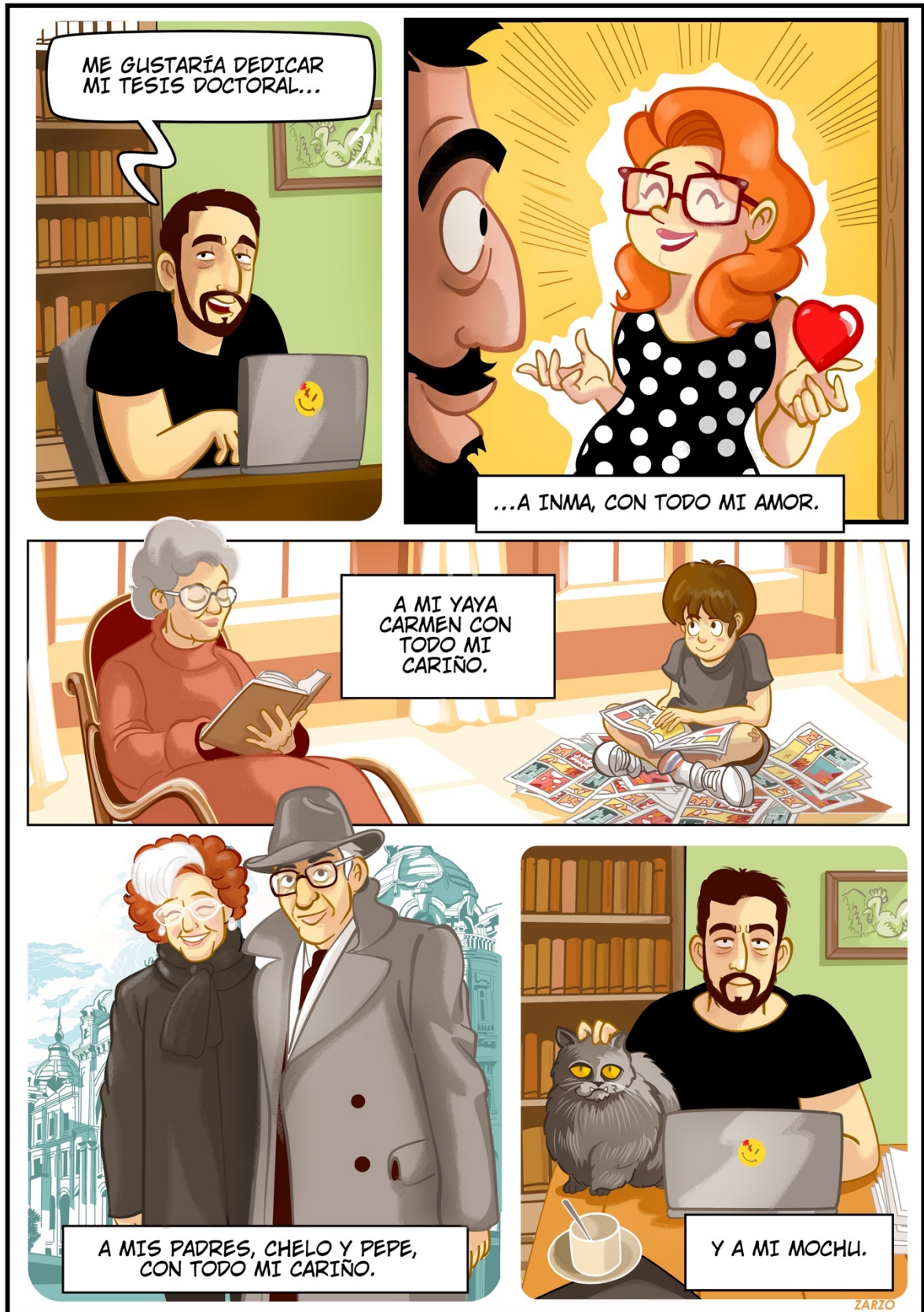
Gracias a Álvaro Pons, que compartió conmigo multitud de artículos y fue un rayo de esperanza en un momento en que estaba a punto de tirar la toalla. Su apoyo constante e incondicional ha sido de enorme ayuda en este camino. No creo que hubiera llegado a este punto sin su ayuda.

Gracias a Ángel García, el mejor profesor del mundo y de la historia. Él fue mi profesor (y maestro) de matemáticas y avivó en mí la pasión por aprender y por enseñar matemáticas. Es un referente de vida para mí.

Gracias a mi yaya Carmen, que con toda su ilusión me compraba mis primeros cómics. Nada de todo esto podría haber sido sin ella.

Gracias a mi mujer, Inma. Aunque le parecerá raro leer estas palabras, el mérito de esta tesis es tanto mío como suyo. Nadie puede ofrecer tanta ayuda, amor, cariño y comprensión a su pareja como hace Inma conmigo. Soy el hombre más afortunado de este planeta.

Dedicatorias



Capítulo 1. Antecedentes de la investigación

1.1. Introducción

Demasiados estudiantes odian las matemáticas. Como resultado, los adultos temen a las matemáticas y las evitan a toda costa. Las matemáticas juegan un papel único en el aprendizaje de la mayoría de los niños: es la asignatura que por excelencia puede hacerlos sentir indefensos y estúpidos. Las matemáticas, más que cualquier otra materia, tienen el poder de socavar la confianza de los niños y disuadirlos de aprender métodos y herramientas (lógicos, deductivos, asociativos) importantes durante muchos años. Sin embargo, las cosas podrían ser completamente diferentes y las matemáticas podrían ser una fuente de gran placer y confianza para las personas. Existe una gran brecha entre lo que sabemos que funciona a la hora de que los niños aprendan matemáticas y lo que realmente sucede en la mayoría de las aulas.

Y es esa brecha la que pretende mitigar esta tesis doctoral.

1.2. Experiencia laboral

Quien suscribe esta tesis trabaja como profesor de matemáticas de Secundaria en un colegio privado concertado de la ciudad de Valencia desde hace veinticinco años. También tiene diez años de experiencia previa impartiendo clases tanto particulares como en academias. Es precisamente esta experiencia docente acumulada la que le permite afirmar que hay más verdad de la deseable en el texto precedente.

1.3. Motivación personal

Para muchos (demasiados) alumnos, las matemáticas representan una materia temida. Y muy especialmente en los años de la educación secundaria, justo tras la aparición del álgebra. Esta rama de la matemática trae con ella los problemas inherentes al paso del pensamiento concreto al pensamiento abstracto. Se genera, por tanto, una brecha cognitiva que siempre ha llamado mi atención.

Entre los años 2007 y 2010 me matriculé en el Máster Universitario en Investigación en Didácticas Específicas de la Universidad de Valencia, desarrollando un trabajo de fin de máster titulado *La resolución de problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo: un estudio exploratorio con alumnos recientemente introducidos en el uso del método cartesiano*. A grandes rasgos, en este TFM se pretendían estudiar las actuaciones de un

grupo de estudiantes de segundo curso de secundaria cuando resolvían problemas verbales en el entorno de la hoja electrónica de cálculo. La finalidad era identificar de qué forma el uso de este instrumento podía promover la aparición y consolidación de formas de resolver propias del álgebra.

Sirva esta explicación sobre mi TFM para dejar patente el interés que la didáctica de la matemática, especialmente en lo referente al álgebra, despierta en mí.

Por otra parte, justo después de la defensa del mencionado TFM, inicié una carrera como autor de cómic, especialmente cómic didáctico. El uso del cómic como herramienta didáctica para la enseñanza de las ciencias, especialmente de las matemáticas, siempre ha sido un objetivo a trabajar para quien suscribe esta tesis.

Como consecuencia de esta carrera de autor de cómics científicos y de la investigación de esta tesis, se me brindó la oportunidad de formar parte del profesorado del Máster Propio de Educación y Cómic de la Universitat de València desde su primera edición (2019-2020) hasta la actualidad.

1.4. Justificación

A lo largo de la historia de la historieta como medio, la cantidad de experiencias y estudios sobre el potencial pedagógico y didáctico del cómic ha demostrado ser considerable. En capítulos posteriores se presentará y desarrollará un análisis más profundo de este aspecto.

Con el fin de evaluar de un modo práctico el potencial de esta herramienta, se llevará a cabo una investigación en la que se desarrollará un cómic educativo para la enseñanza de álgebra, el cual será implementado en diversas aulas de matemáticas.

1.5. Objetivos de la tesis doctoral

Entre los objetivos de esta tesis, hemos definido tanto objetivos generales como objetivos específicos.

1.5.1. Objetivos generales y específicos de la tesis doctoral

1. Comprobar si un cómic puede funcionar como un recurso material eficaz en la enseñanza de las matemáticas.
2. Crear una unidad didáctica de matemáticas en forma de cómic.
3. Difundir esta unidad didáctica entre profesorado y alumnado.
4. Analizar el uso de la unidad didáctica.

- 4.1. Analizar el uso de la unidad didáctica entre el profesorado.
- 4.2. Analizar el uso de la unidad didáctica entre el alumnado.
- 4.3. Cotejar la valoración del uso de la unidad didáctica entre el profesorado y el alumnado.
- 4.4. Analizar el uso de la unidad didáctica en distintos sistemas educativos.

Los objetivos 1, 2, 3 y 4 son los objetivos generales. Los objetivos 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4 son los objetivos específicos.

1.5.2. Preguntas de investigación e hipótesis de la tesis doctoral

Esta tesis plantea varias preguntas de investigación:

- ¿Un cómic puede funcionar como un recurso material eficaz en la enseñanza de las matemáticas?
- ¿Se puede crear una unidad didáctica de matemáticas en forma de cómic?
- ¿Se puede difundir esta unidad didáctica entre profesorado y alumnado adecuados?
- ¿Se puede analizar el uso de la unidad didáctica?
- ¿Se puede analizar el uso de la unidad didáctica entre el profesorado?
- ¿Se puede analizar el uso de la unidad didáctica entre el alumnado?
- ¿Se puede cotejar la valoración del uso de la unidad didáctica entre el profesorado y el alumnado?
- ¿Se puede analizar el uso de la unidad didáctica en distintos sistemas educativos?

El proceso para abordar estas preguntas conforma el objetivo principal de esta tesis doctoral.

Las preguntas de investigación planteadas, el objetivo relacionado con cada pregunta de investigación, la hipótesis de investigación y las variables implicadas se describen a continuación.

Tabla 1. Preguntas, objetivos e hipótesis de investigación; definición de variables

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	OBJETIVO	HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN	DEFINICIÓN Y OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES
General. ¿Un cómic puede funcionar como un recurso material eficaz en la enseñanza de las matemáticas?	General. Demostrar que un cómic puede funcionar como un recurso material eficaz en la enseñanza de las matemáticas.	Un cómic puede funcionar perfectamente como un recurso material eficaz en la enseñanza de las matemáticas.	Definición: un recurso material en la enseñanza es «cualquier instrumento u objeto que pueda servir como recurso para que, mediante su manipulación, observación o lectura, se ofrezcan oportunidades de aprender algo, o bien que con su uso se intervenga en el desarrollo de alguna función de la enseñanza» (Gimeno, 1991). Se efectuará una encuesta con profesorado y alumnado. El cuestionario constará de 15 preguntas en escala Likert para recabar las opiniones de ambos grupos de población.
¿Se puede crear una unidad didáctica de matemáticas en forma de cómic?	General. Demostrar que se puede crear una unidad didáctica de matemáticas en forma de cómic y crearlo.	Se puede crear una unidad didáctica de matemáticas en forma de cómic; de hecho, la vamos a crear.	La validación del cómic se realizará a través de su uso en el aula y se analizará con la encuesta antes mencionada.
¿Se puede difundir esta unidad didáctica entre profesorado y alumnado adecuado?	General. Difundir esta unidad didáctica entre profesorado y alumnado adecuado.	Esta unidad didáctica de matemáticas en forma de cómic se puede difundir entre profesorado y alumnado adecuado.	La difusión se realizará a través de un organismo de cooperación multilateral entre países iberoamericanos de habla española y portuguesa.
¿Se puede analizar el uso de la unidad didáctica?	General. Analizar el uso de la unidad didáctica.	Se puede analizar el uso de esta unidad didáctica de matemáticas en forma de cómic, a través de una encuesta.	Se efectuará una encuesta con profesorado y alumnado. El cuestionario constará de 15 preguntas en escala Likert para recabar las opiniones de ambos grupos de población.
¿Se puede analizar el uso de la unidad didáctica entre el profesorado?	Específico. Analizar el uso de la unidad didáctica entre el profesorado.	Se puede analizar el uso de esta unidad didáctica de matemáticas en forma de cómic, a través de una encuesta entre el profesorado.	Se efectuará una encuesta con profesores y alumnos. El cuestionario constará de 15 preguntas en escala Likert para recabar la opinión del profesorado.
¿Se puede analizar el uso de la unidad didáctica entre el alumnado?	Específico. Analizar el uso de la unidad didáctica entre el alumnado.	Se puede analizar el uso de esta unidad didáctica de matemáticas en forma de cómic, a través de una encuesta entre el alumnado.	Se efectuará una encuesta con profesores y alumnos. El cuestionario constará de 15 preguntas en escala Likert para recabar la opinión del alumnado.
¿Se puede cotejar la valoración del uso de la unidad didáctica entre el profesorado y el alumnado?	Específico. Cotejar la valoración del uso de la unidad didáctica entre el profesorado y el alumnado.	Al cotejar la valoración del uso de la unidad didáctica entre el profesorado y el alumnado, el resultado va a ser similar.	Se calcularán parámetros de correlación de la encuesta con profesorado y alumnado.
¿Se puede analizar el uso de la unidad didáctica en distintos sistemas educativos?	Específico. Analizar el uso de la unidad didáctica en distintos sistemas educativos.	Al analizar el uso de la unidad didáctica en distintos sistemas educativos, no van a aparecer diferencias significativas.	Se disgregarán por países los datos de la encuesta realizada a profesorado y alumnado.

Capítulo 2. Metodología de la investigación

2.1. Revisión bibliográfica

Para llevar a cabo la investigación, en primer lugar, se procedió a una revisión en profundidad de la literatura sobre enseñanza de las ciencias en general y de las matemáticas en particular a través del cómic. Se diseñó una base de datos en formato Excel para incorporar la bibliografía localizada a partir de las búsquedas llevadas a cabo en la base de datos SCOPUS. Se utilizaron buscadores booleanos en inglés, castellano y catalán. Se seleccionaron los términos: «matemáticas & cómics»; «maths & comics»; «educación & cómic», «education & comic», «didáctica & cómic», «teaching & comics», «teaching & comic», tal y como se recoge en el Capítulo 3 de la tesis doctoral.

2.2. Diseño y creación de la unidad didáctica

Una vez revisada la literatura existente relacionada con el objeto de investigación, se procedió al diseño y creación de una unidad didáctica con el objetivo de evaluar el impacto de la misma en estudiantes de secundaria. Debido al volumen y magnitud del desarrollo de la unidad didáctica, se ha dedicado un capítulo completo (Capítulo 4) para mostrar todos los pasos que se siguieron antes, durante y después de su elaboración.

2.3. Diseño, preparación y envío del cuestionario al profesorado participante en el estudio

Una vez diseñada y realizada la unidad didáctica en forma de cómic, preparamos unos formularios dirigidos a evaluar el impacto de la unidad didáctica entre el alumnado y el profesorado (postenseñanza). Una vez utilizado el material en el aula, era importante que cumplimentaran el cuestionario para conocer sus opiniones sobre el material con el que habían estado trabajando.

Para que la difusión del cómic fuera lo más amplia posible, contactamos con Juan Carlos Toscano, secretario técnico del Área de Ciencias de la Organización de Estados Iberoamericanos OEI¹, dado que esta organización podría servir de lanzadera para la

¹ En la web se recoge textualmente: «La Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI) es un organismo internacional de carácter gubernamental para la cooperación entre los países iberoamericanos en el campo de la educación, la ciencia, la tecnología y la cultura en el

diseminación del cómic, así como para evaluar el uso que tanto docentes como estudiantado habrían hecho de la unidad didáctica. Todas las comunicaciones se realizaron vía e-mail.

En primer lugar, se le explicó a Toscano la importancia que suponía desde el punto de vista del desarrollo de la investigación la creación de este proyecto; es decir, la puesta en marcha de un cómic sustitutivo de una unidad didáctica de matemáticas a nivel de 1º de ESO. Asimismo, se le hizo partícipe del valor que suponía para la investigación la difusión de este cómic, de forma totalmente gratuita, entre la comunidad de profesores hispanohablantes para que este su implementación en las aulas y así poder llevar a cabo un análisis mediante encuestas sobre cómo se había desarrollado la experiencia.

El siguiente paso fue escribir un artículo explicando nuestra idea. Toscano se brindó a publicarlo en la página web de la OEI y de esta manera los profesores interesados podían ponerse en contacto con nosotros a través de un mail que facilitábamos en el artículo. Así lo hicimos. El artículo se publicó el 1 de noviembre de 2017 en la dirección web:

<https://www.oei.es/historico/divulgacioncientifica/?Comic-para-aprender-algebra>

Sin embargo, en esta dirección ya no se encuentra el artículo; en 2018 la OEI decidió borrar todos los contenidos de la web previos. Algunas de las páginas fueron recuperadas pero la sección de divulgación científica no.

El texto de dicho artículo fue el siguiente (en el artículo, este texto iba acompañado de cuatro páginas del cómic para conectar mejor con los posibles futuros usuarios):

«Todos los que nos dedicamos a la enseñanza de las matemáticas sabemos de las dificultades que surgen cuando se introduce a los alumnos en el álgebra. El paso de la aritmética al álgebra es siempre delicado porque a los alumnos les cuesta acostumbrarse a trabajar con letras como si fueran números y, a veces, es la propia gramática algebraica la que más problemas les causa.

Por otra parte, también sabemos que vivimos en un mundo audiovisual y que los jóvenes están muy acostumbrados a procesar imágenes de todo tipo. Es

contexto del desarrollo integral, la democracia y la integración regional. Los Estados Miembros de pleno derecho y observadores son todos los países iberoamericanos que conforman la comunidad de naciones integrada por Andorra, Argentina, Bolivia, Brasil, Colombia, Costa Rica, Cuba, Chile, República Dominicana, Ecuador, El Salvador, España, Guatemala, Guinea Ecuatorial, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, Portugal, Uruguay y Venezuela. La sede central de su Secretaría General está en Madrid, España, y cuenta con Oficinas Regionales en Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, Portugal, República Dominicana y Uruguay. La financiación de la OEI y de sus programas está cubierto mediante las cuotas obligatorias y las aportaciones voluntarias que efectúan los Gobiernos de los Estados Miembros y por las contribuciones que para determinados proyectos puedan aportar instituciones, fundaciones y otros organismos interesados en el mejoramiento de la calidad educativa y en el desarrollo científico-tecnológico y cultural».

incuestionable la potencia didáctica de un medio como el cómic para transmitir todo tipo de mensajes, incluso los didácticos y pedagógicos.

Bien, pues ¿por qué no tratar de enseñar álgebra a los alumnos a través del cómic?

Esto es exactamente una parte de mi trabajo de tesis doctoral, dedicado a analizar la utilización del cómic como herramienta didáctica para la enseñanza de la ciencia. Y eso es exactamente lo que me he planteado hacer.

He diseñado una unidad didáctica de álgebra para alumnos de 11-12 años, siendo éste el primer contacto de los alumnos con el lenguaje algebraico. Quizá esta edad pueda variar uno o dos años hacia arriba o hacia abajo en función del sistema educativo de cada país; propongo 11-12 años porque es cuando se introduce el álgebra en el sistema educativo de España, mi país.

Como profesor de matemáticas de Educación Secundaria con 20 años de experiencia y también como Máster en Investigación de Didáctica de la Matemática, considero que la posibilidad de crear un material didáctico, sustitutivo del libro de texto, realizado en forma de cómic puede enganchar más a los alumnos que los clásicos libros con los que suelen trabajar.

Como además soy guionista de cómic, me he decidido a crear yo mismo ese material. Y ya lo tengo listo. Lo que me gustaría ahora es que muchos colegios y centros educativos se decidan a implementar este material como recurso didáctico en su programación. Es decir, busco colegios que quieran colaborar conmigo utilizando este cómic que enseña el álgebra a los alumnos. Lo que yo necesitaría es que tanto el profesor que se decida a llevar esto a cabo, como los propios alumnos que participen de la experiencia, contesten una serie de encuestas para ayudar a valorar cómo ha funcionado este recurso didáctico y sus posibles ventajas o desventajas frente a los libros de texto tradicionales.

Para ello, me brindo a escribirme con cualquier profesor de matemáticas interesado. Mi email es santiselvi@gmail.com

Muchas gracias por la atención.

Un saludo afectuoso, compañeros.

Santi Selvi»

Con el fin de responder a las peticiones que llegaban, preparamos un par de correos electrónicos tipo para contestar a los mensajes, aunque en contadas ocasiones tuvimos

que responder de manera personalizada por la singularidad o las características de la petición.

El primer email tipo decía lo siguiente:

«Hola, (nombre).

Encantado de saludarte y te agradezco que muestres interés por mi trabajo en cómic para enseñar álgebra.

Me gustaría saber un poco más de tu trabajo: ¿Eres docente en matemáticas? ¿En qué centro educativo? ¿Ciudad, país? ¿Cuántos años de experiencia?

Todos estos datos son importantes para mi tesis doctoral.

En el próximo mail te envío el cómic y las encuestas que tanto tus alumnos como tú tendréis que rellenar para mi tesis.

Un saludo y gracias de nuevo por el interés.

Santi Selvi

PD: debido a la cantidad de peticiones que recibo, esto es un mail tipo. Quizá en tu primer mail ya respondías a algunas de las cuestiones que te planteo. Lamento la impersonalidad. A partir del siguiente mail te hablaré personalmente.»

Si respondían satisfactoriamente al primer email tipo, dando algunos datos (aunque no fueran todos los requeridos), les enviábamos un segundo email tipo, que decía lo siguiente:

«Hola.

Aquí te envío el cómic, espero que te guste y lo puedas implementar adecuadamente con tus alumnos.

En dos correos que te llegarán a continuación de éste recibirás las encuestas, ambas en formulario de Google; una es para que la rellenes tú y la otra es para que la rellenen tus alumnos. Las respuestas me llegarán a mí como propietario del formulario. Si tienes dudas, házmelo saber.

Un saludo y muchas gracias por colaborar conmigo en esto. Espero de verdad que el material que he creado te sirva tanto a ti como a tus alumnos.

Me encantaría que en cuanto usaras el cómic, me enviaras un mail dándome feedback, diciéndome qué puntos fuertes le ves, qué puntos débiles... Te agradecería mucho pues me ayudaría a mejorar.

Santi Selvi»

Este segundo email tipo lo enviamos a un total de 272 personas que nos habían indicado que querían acceder al material diseñado, de los que unos pocos no eran profesores, pero sí el resto. Entre estos solicitantes, los que no eran docentes, pero se les envió fue porque sí mostraron un especial interés en recibir el material.

El siguiente paso fue diseñar dos cuestionarios con la finalidad de que fueran cumplimentados por el profesorado y el alumnado una vez que hubieran utilizado el cómic. Dichos cuestionarios eran bastante similares entre sí para tratar de encontrar correlaciones, aunque también contenían algunas preguntas diferentes enfocadas al uso como recurso didáctico por parte del profesor y al uso como material de aprendizaje por parte del alumno.

Cuestionario profesorado. El cuestionario para el profesorado se realizó a través de un formulario elaborado y enviado desde Google Forms. Su contenido era el siguiente:

ENCUESTA CÓMIC ÁLGEBRA PROFESORES

Los autores del cómic con el que has enseñado álgebra este año queremos, en primer lugar, agradecerte tu interés por la innovación educativa en matemáticas y por haber usado este material. Esperemos que te haya servido de ayuda y te haya gustado. Agradecemos igualmente tu sinceridad al rellenar esta encuesta. Si no tienes información sobre alguna pregunta, puedes dejarla en blanco.

Nombre del colegio: (campo abierto)

Ciudad: (campo abierto)

País: (campo abierto)

Años de experiencia docente como profesor de matemáticas: (campo abierto)

Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic: (escala Likert de 1 a 4)

Me ha gustado el dibujo del cómic: (escala Likert de 1 a 4)

Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve: (escala Likert de 1 a 4)

Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado: (escala Likert de 1 a 4)

Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican: (escala lineal de 1 a 4)

Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio: (escala lineal de 1 a 4)

Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican monomios: (escala Likert de 1 a 4)

Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones: (escala Likert de 1 a 4)

Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis: (escala Likert de 1 a 4)

Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis: (escala Likert de 1 a 4)

Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic: (escala Likert de 1 a 4)

Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre: (escala Likert de 1 a 4)

Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic: (escala Likert de 1 a 4)

Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de textos clásico: (escala Likert de 1 a 4)

Por favor, explica aquí cualquier cosa que quieras decir sobre el uso de este cómic para explicar el álgebra: cómo te has sentido, si crees que así es más difícil, etc. También puedes dejarlo en blanco si consideras que no tienes nada que aportar. De nuevo, muchas gracias por dedicar un rato a contestar esta encuesta. (Campo abierto)

Cuestionario alumnado. El cuestionario para el alumnado se realizó a través de un formulario elaborado y se envió desde Google Forms. Su contenido era el siguiente:

Encuesta cómic ÁLGEBRA de Santi Selvi (con dibujos de Zarzo)

Los autores del cómic con el que has aprendido álgebra este año queremos, en primer lugar, agradecerte tu interés por las matemáticas y por haber usado este material. Esperemos que te haya servido de ayuda y te haya gustado. Agradecemos igualmente tu sinceridad al rellenar esta encuesta anónima. Si no tienes información sobre alguna pregunta, puedes dejarla en blanco.

Nombre del colegio: (campo abierto)

Ciudad: (campo abierto)

País: (campo abierto)

Indica tu edad: (campo abierto)

Me ha gustado estudiar un tema de matemáticas en forma de cómic: (escala Likert de 1 a 4)

Me ha gustado el dibujo del cómic: (escala Likert de 1 a 4)

He entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve: (escala Likert de 1 a 4)

He entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado: (escala Likert de 1 a 4)

He entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican: (escala Likert de 1 a 4)

He entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio: (escala Likert de 1 a 4)

He entendido bien cómo se suman, restan y multiplican monomios: (escala Likert de 1 a 4)

He entendido bien lo que son las ecuaciones: (escala Likert de 1 a 4)

He entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis: (escala Likert de 1 a 4)

He entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis: (escala Likert de 1 a 4)

Considero que sería interesante trabajar las matemáticas común libro hecho en forma de cómic: (escala Likert de 1 a 4)

Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre: (escala Likert de 1 a 4)

Considero que he prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic: (escala Likert de 1 a 4)

Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de textos clásico: (escala Likert de 1 a 4)

Por favor, explica aquí cualquier cosa que quieras decir sobre el uso de este cómic para aprender el álgebra: cómo te has sentido, si crees que así es más difícil, etc. También puedes dejarlo en blanco si consideras que no tienes nada que aportar. (campo abierto)

Para el análisis cuantitativo del cuestionario se utilizó el programa R y se aplicaron los siguientes estadísticos: mínimo, el primer cuartil, la mediana, la media, el tercer cuartil, el máximo y el número de respuestas en blanco.

En relación con el análisis cualitativo del cuestionario, se llevó a cabo un estudio textual. Los campos abiertos de los cuestionarios tanto del profesorado como del alumnado obtuvieron como respuestas diferentes textos con los que hemos podido trabajar para analizar su contenido, a partir de la aplicación T-LAB PLUS, un programa de software lingüístico que nos ha permitido generar las siguientes asociaciones de palabras, ideas, conceptos, categorías, y frecuencias:

- Análisis de clústeres.
- Mapas de asociaciones de términos.
- Mapas de árbol.
- Nubes de palabras.

Capítulo 3. Análisis de los usos del cómic como herramienta pedagógica

El uso del cómic como herramienta pedagógica no es una novedad. Un ejemplo de ello son los cómics didácticos creados por el autor estadounidense Will Eisner para sus compatriotas durante la Segunda Guerra Mundial. Desde entonces, el cómic se ha empleado con fines pedagógicos y ha sido analizado y estudiado en numerosos artículos científicos. En este epígrafe se realiza una revisión de algunos de los cómics pedagógicos y artículos científicos al respecto disponibles.

A pesar de que las capacidades didácticas del cómic han sido examinadas desde los albores del siglo XX, el surgimiento de los trabajos del psicólogo Fredric Wertham y sus opiniones en contra del cómic, que catalogaba de basura demoniaca, ejercieron en la sociedad y la política estadounidense durante la década de 1950 una influencia tal que puso fin abruptamente al uso del cómic como herramienta pedagógica, así como al análisis científico de dichas potencialidades. El legado de Wertham provocó una interrupción de décadas en la aplicación y desarrollo del potencial pedagógico del cómic.

En relación a la capacidad didáctica del cómic, ya en los años 40 se hicieron investigaciones al respecto. El estudio de Ruth Strang (1943) que se comenta a continuación es un ejemplo de ello.

El mercado de los cómics en Norteamérica adquirió protagonismo en la década de 1940, alcanzando una cuota de entre 10 y 12 millones de copias mensuales. Las razones que condujeron al éxito de este género han sido estudiadas por Strang (1943), que apunta a la técnica del intercambio entre niños y jóvenes. En este trabajo colaboraron los profesores Ruth Nagel, Margymae Beck, Julia C. K. Ashcraft y Florence V. Corder en 1941 para mejorar las habilidades lectoras de sus respectivos alumnos de instituto (High School y College). Los datos se obtuvieron a través de entrevistas a 30 niños y adolescentes que cursaban desde el grado 1 (1º. Primaria) al 12 (2º. Bachillerato), y 150 informes escritos por profesores de clases de instituto (High School y College) de diferentes estados de los Estados Unidos de América.

Strang explica que, aparte del número de cómics que se vendían, posiblemente, las cifras de lectura real de cómics fueran mucho más elevadas porque en esa época estaba muy extendida la práctica del intercambio: los niños leían los cómics que se compraban y luego los intercambiaban con amigos por otros distintos de modo que el número de lecturas se multiplicaba. Como anécdota, una madre le dijo a Strang que dieciséis niños llamaron una tarde a su puerta para intercambiar cómics con su hijo.

Según se ha analizado en multitud de artículos previos, como por ejemplo Bender, L. y Lourie, R. (1941), la autora resume los pros y contras de la lectura de cómics de la siguiente manera. Los pros serían:

- Los cómics constituyen una especie de folklore moderno que se corresponde con los mitos griegos y nórdicos.
- Los cómics se cruzan con la necesidad de los niños de superar, mediante la imaginación, algunas de las limitaciones de su edad y les habilitan para obtener un sentido de la aventura que se les niega en la vida real.
- Para los niños «normales», los cómics ofrecen la catarsis mental que Aristóteles reclamaba para el drama. Así, los lectores se liberaban de sentimientos de inadecuación e inseguridad y del miedo a la agresividad propia o ajena. En el caso de niños que en apariencia están emocionalmente perturbados por culpa de los cómics, se ha encontrado que la ansiedad, agresividad o confusión que se atribuyen a los cómics pueden tener raíces más profundas causadas por factores traumáticos de su pasado.
- Los comics dotan a los niños de habilidades lectoras que hacen de la lectura una experiencia placentera.
- Si los niños leen los textos de los cómics, se beneficiarán de una lectura complementaria extensa y se les presentará una amplia gama de vocabulario, que incluye muchas palabras que encontrarán repetidamente en otras lecturas.

Los contras serían:

- Los cómics tienden a desplazar lecturas más deseables.
- Muchos lectores de contextos sociales y culturales precarios simplemente captan la historia de los dibujos sin hacer el esfuerzo de leer los textos.
- Las aventuras retratadas en los cómics están tan alejadas de la realidad, que los niños no adquieren una comprensión del mundo tal y como es, como la que obtendrían de lecturas más fieles al mundo real.
- Hay poca o ninguna progresión de experiencia lectora en el área de los cómics.
- El arte, los dibujos, de la mayoría de las tiras de cómics es de inferior calidad a otras artes plásticas.

Por estas y otras razones, muchos adultos, según Strang, se mostraban preocupados porque sus hijos leyeran cómics. En 1942, en un debate sobre este tema que tuvo lugar en la Biblioteca Pública de New York en el que participaron niños, se escucharon comentarios como los siguientes:

«Deberían dejar que nos relajáramos igual que hacen los adultos».

«No nos tomamos los cómics muy en serio, ¿por qué deberían hacerlo ellos?»

«Creo que todo el mundo debería leer los cómics buenos, y los mayores no son la excepción. Realmente les divertirían».

Con respecto a la lectura de cómics, Strang concluye que los adultos deberían abogar por la moderación en lugar de por la abstinencia total. Asimismo, deberían reconocer que los valores de los cómics son diferentes para cada niño ya que, sin duda, los cómics cubren

necesidades de ciertos niños en ciertos estadios de su desarrollo. Por ello, sirven a un propósito transitorio útil, a menudo estimulando un interés inicial por la lectura que puede conducir a que posteriormente se lean libros, en un principio con parecido atractivo al de los comics de aventura, con ingredientes de sorpresa, trama, personajes de la vida cotidiana, humor y acción, que luego van incrementando su calidad. Si el educador «disidente» cobrara conciencia del poder de los cómics, podría sabiamente convertir sus objeciones en un programa positivo para mejorarlos y utilizarlos como una vía de educación. Así, podría trabajar, en vez de en contra, con los artistas del cómic para moldear este medio naturalmente atractivo con propósitos educativos.

En definitiva, Strang ya apreciaba con fuerza el potencial didáctico del cómic.

Otro ejemplo del potencial didáctico del cómic, también de los años 40 del pasado siglo, lo encontramos en un estudio de Katharine H. Hutchinson de 1949.

Hutchinson (1949) aporta un informe de un experimento cooperativo llevado a cabo por el Curriculum Laboratory de la University of Pittsburgh y el Comics Workshop de la New York University que estudiaba el uso de comics como materiales didácticos en el aula.

La filosofía subyacente a este estudio es sencilla: las actividades de la vida cotidiana de los estudiantes y sus experiencias en la escuela deberían estar armonizadas. ¿Por qué no aceptar y relacionar la enseñanza y el aprendizaje con los cómics, en lugar de rechazarlos y apartarlos de la experiencia escolar?

Para explorar esta posibilidad, usaron la revista *Puck – The Comics Weekly*. El Curriculum Laboratory analizó las características tema y contenido, madurez requerida de los lectores, interés relativo para cada sexo y relación del contenido con el currículo escolar convencional. Posteriormente, se utilizó este análisis como punto de partida para realizar un estudio piloto en colegios de la zona de Pittsburgh sobre el uso de cómics como materiales didácticos en el aula. Los resultados de este estudio fueron analizados cooperativamente por el Curriculum Laboratory y el Comics Workshop.

A continuación, se preparó un manual en el que se describía el experimento proyectado, se resumían las experiencias del estudio de prueba y se ofrecían sugerencias sobre cómo relacionar la lectura de cómics con el plan de estudios y la enseñanza. Se ofreció la oportunidad de participar en el experimento a profesores de los Estados Unidos de América. Dos mil veintisiete profesores (de veintisiete estados) mostraron interés en hacerlo. Todos ellos recibieron el manual. Cada semana recibían una copia avanzada de la revista *Puck* y un boletín de noticias que analizaba su contenido y ofrecía sugerencias para su uso. El boletín pronto se convirtió en un medio para el intercambio de ideas y experiencias entre los participantes. La experiencia tuvo una duración de trece semanas.

Como conclusión de este experimento, los participantes recibieron un cuestionario para que evaluaran su experiencia. No se sabe cuántos de los dos mil veinte profesores usaron el material, pero cuatrocientos treinta y ocho profesores contestaron el cuestionario.

Los datos numéricos expresados por los profesores son estos:

Tabla 2. Resultados cuestionario informe Hutchinson (1949)

Asignaturas en las que se usaron los cómics		Actividades en el aula	
Lenguaje	28%	Ejercicios de lectura	51%
Lectura	54%	Narrativa oral	61%
Literatura	28%	Debate en el aula	78%
Estudios sociales	77%	Composición escrita	16%
Relaciones personales-sociales	46%	Estudio de imágenes	32%
Ciencia	22%	Ayudar a lectores lentos	29%

Fuente: *Journal of Educational Sociology* (Hutchinson, 1949).

Estas tablas muestran con claridad que los cómics incluían materiales que, en un momento u otro de las trece semanas, podían ser usados como recurso en cada una de las asignaturas escolares, así como para las actividades más comunes en el aula.

Había profesores de cuatro niveles educativos: primary (primaria), intermediate (secundaria), junior (1° de bachiller) y senior (2° de bachiller), mayoritariamente intermedio y junior.

Muchos de los cómics utilizados incluían aspectos de ciencia, historia, literatura o geografía. Entre los cómics que presentaban mayor riqueza sobre tales contenidos estaban *Prince Valiant*, *Dick's Adventure in Dreamland*, *Jungle Jim* y *Buz Sawyer*. Los profesores informaron de que el interés del alumnado por las historias llevaba al interés por el contenido escolar relacionado con la historia. Esto apuntala enormemente el potencial didáctico del cómic.

Una gran mayoría de los profesores que participaron en el experimento valoraba su experiencia con el uso de cómics en el aula favorablemente:

Tabla 3. Evaluación general del cuestionario del informe Hutchinson (1949)

EVALUACIÓN GENERAL DEL ESTUDIO POR PARTICIPANTES QUE RESPONDIERON AL CUESTIONARIO (en porcentajes)			
	SÍ	NO	No sabe o no contesta
Disfrutaron del experimento	83	12	5
Usaron la estrategia cómic por primera vez	62	38	0
Lo encontraron útil para la motivación	74	18	8
Aumentó la participación individual	79	4	17
Ayudó a las relaciones estudiante-profesor	58	38	4
Aumentó el interés en la lectura	42	11	25

Fuente: *Journal of Educational Sociology* (Hutchinson, 1949).

Un buen resumen de la eficacia del experimento lo podemos leer en esta carta escrita por el director de un colegio participante:

«He utilizado cómics seleccionados para estimular el interés por la lectura y para el análisis crítico por parte de los alumnos de la conversación utilizada en estos cómics. He comprobado que para muchos malos lectores los cómics han reforzado su deseo de leer bien, ya que ven la lectura como un medio inmediato para obtener todo el placer que pueden aportar los cómics. Los alumnos se han convertido en autocríticos de su propio discurso y su aprendizaje no se detiene cada día al salir de la escuela, ya que el alumno lee con análisis independiente los cómics de su periódico diario».

A pesar de que, como acabamos de explicar, ya existían en los años 40 del siglo pasado investigaciones sobre el potencial didáctico del cómic en los Estados Unidos de América, esta línea de estudio se truncó en la siguiente década. A finales de los años 40 del siglo XX emergió la figura de un psiquiatra germano-estadounidense llamado Fredric Wertham que inició una cruzada para protestar contra los supuestos efectos nocivos de los medios de comunicación de masas (muy especialmente los cómics) en el desarrollo de los niños.

Varios de sus primeros artículos, previos al tristemente famoso libro *La seducción del inocente* (1954), son Wertham, F. (1948a) (¡The comics ... very funny!), Wertham, F. (1948b) (The psychopathology of Comic-Books. A Symposium. *American Journal of Psychotherapy*), Wertham, F. (1948c) (What Your Children Think of You), Wertham, F. (1948d) (The Betrayal of Childhood: Comic Books), Wertham, F. (1948e) (The Psychopathology of Comic Books), Wertham, F. (1949) (What Are Comic Books?).

Frederic M. Trasher analizó estos artículos y estas posturas tan contrarias al cómic en su artículo Trasher (1949). Trasher indica que esta posición extrema no está respaldada por ninguna investigación válida y que no sólo es contraria al pensamiento psiquiátrico del momento, sino que también ignora los procedimientos de investigación probados que han desacreditado numerosas teorías monistas anteriores sobre la causalidad de la delincuencia.

Uno de los primeros errores monistas que cabe citar es el de Lombroso y sus seguidores de la llamada Escuela Italiana de Criminología, que afirmaban (Lombroso, 1911) que existía un tipo de delincuente nato con ciertos «estigmas de degeneración» que permitían distinguirlos de las personas normales. Entre ellos se encontraban características como el paladar hendido, la frente baja y retraída, una cabeza, nariz o mandíbula con alguna forma peculiar, orejas grandes y sobresalientes, una baja sensibilidad al dolor, la falta de barba en los varones, la incapacidad de los sentidos, etc. Estas divergencias o singularidades físicas de las personas siempre se asociaban a una predisposición a la delincuencia sin ninguna otra demostración científica.

Estas teorías fueron refutadas, por ejemplo, por Charles Goring (Goring, 1913) que sostenía que las conclusiones de Lombroso se basaban en una muestra inadecuada de la

población criminal, principalmente los internos de una institución para criminales dementes. Es obvio que en estas instituciones se encuentran criminales, pero hay muchos otros que no están encerrados y, de hecho, hay muchos que jamás estarán ante un juez ni un psiquiatra.

Otro argumento para refutar estas afirmaciones es si esos rasgos descritos también aparecen y con qué frecuencia en ciudadanos que cumplen la ley. Goring insistía en la necesidad de establecer un grupo de control, lo que supone una sencilla pero esencial maniobra estadística, para evitar que los investigadores y el público extrajeran conclusiones falaces. Cuando Goring estudió una muestra de población no encarcelada, encontró que esos «estigmas de degeneración» ocurrían con parecida frecuencia entre la población general. Sin embargo, su estudio cayó en saco roto.

De nuevo, una nueva teoría de Tredgold (1914) y Goddard (1914) desarrollada a través de estudios sin grupo de control afirmaba que la mayor causa de comportamiento antisocial era la deficiencia mental. Es obvio que las propias muestras ya son altamente selectivas, pues los criminales más inteligentes se encuentran con menor frecuencia en instituciones.

Sin embargo, otros estudiosos como Carl Murchinson (1924), E. A. Doll (1920) y Simon H. Tulchin (1939) han concluido que la baja inteligencia no es, por sí misma, un importante factor para producir delincuencia. Estos estudios sí se han realizado con adecuados grupos de control.

Otros estudios sociológicos han mostrado una marcada correlación entre pobreza y delincuencia. Pero, de nuevo, la muestra es selectiva, está sesgada por el hecho de que las estadísticas oficiales fallan a la hora de registrar el gran número de delitos cometidos en grupos más prósperos de la comunidad. Por otra parte, estudios de Slawson (1926) en New York y de Shaw y McKay (1931) en Chicago muestran que un hogar roto tampoco puede considerarse, por sí mismo, un factor muy destacado a la hora de explicar la delincuencia.

Según algunos teóricos de la comunicación, el consumo de audiovisual, especialmente el visionado de películas, podría desatar la violencia entre los espectadores (por ejemplo, en Simkin, S. (2005). *Early modern tragedy and the cinema of violence*. Springer o en Young, A. (2009). *The scene of violence: Cinema, crime, affect*. Routledge-Cavendish). Esta controversia discurre paralela a la actual controversia sobre el papel de los cómics en la generación de comportamiento antisocial. El Motion Picture Research Council llevó a cabo una serie de estudios objetivos sobre dicha cuestión, en cooperación con varias universidades a principios de los años treinta del pasado siglo.

El más concluyente de estos estudios lo llevó a cabo Paul G. Cressey (1938) y en él mostró que las películas no tenían ningún efecto significativo en la producción de la delincuencia del distrito estudiado. De hecho, los patrones urbanos de vicio, juego, chantaje y

gansterismo, incluyendo grandes componentes de violencia eran tan familiares para los niños de este distrito, que las películas parecían más bien suaves en comparación.

Thrasher (1949) decidió dirigir su atención, entonces, en las investigaciones que analizaban la influencia de los cómics en la generación de delincuencia, concluyendo que tales investigaciones no existían. La alarma actual sobre los efectos nocivos de los cómics en la juventud se apoyaba únicamente en las opiniones y conjeturas de cierto número de psiquiatras, abogados y jueces. Es cierto que había padres ofendidos por la manera en que se presentaban las historias de algunos cómics. Thrasher afirmaba que es el mismo tipo de padres que se ofendieron en el pasado por la aparición de las «novelas de diez centavos», posteriormente por la radio y luego por la televisión. Cada uno de estos chivos expiatorios de los fracasos de los padres y de la comunidad en la educación y la socialización de los niños ha dado paso a su vez a otro, ya que los reformadores han desviado su interés hacia nuevos campos ante los hechos que no se podían negar.

Como ejemplo, Thrasher (1949) examinó la posición del líder de esta cruzada contra los cómics, Fredric Wertham, expuesta en los artículos mencionados anteriormente. Su actitud y argumentos a la hora de condenar los cómics eran muy similares a los de los críticos de las películas. Reducidos a los términos más simples, estos argumentos afirmaban que, dado que las películas y los cómics los disfrutaban un gran número de niños, y ya que estos cómics se componían en gran medida de crimen, violencia, horror y sexo, los niños que veían esas películas y leían esos cómics se veían necesariamente abocados a cometer actos de delincuencia, crueldad, violencia y presentaban comportamientos sexuales no deseados. Wertham convertía a los cómics en un complejo laberinto de factores que frecuentemente precipitaban la causa de la delincuencia.

Thrasher consideraba que se podían criticar las «conclusiones» de Wertham desde muchos puntos de vista, pero creía que la mayor debilidad de su posición era que no estaban fundamentadas en datos de investigación. Sus hallazgos fueron presentados por primera vez en la revista Collier, donde se afirmaba que eran el resultado de un estudio de dos años liderado por él y otros once psiquiatras y trabajadores sociales en la Clínica Lafarge en el barrio de Harlem, New York. En este artículo se afirmaba que fueron estudiados numerosos niños, delincuentes unos y otros no, ricos y pobres, y que dichos estudios llevaron a la conclusión principal de que los efectos de los cómics son «definitiva y completamente perjudiciales».

En ninguna parte del artículo se presentaban datos o algún resumen estadístico de los casos estudiados. Que la aproximación de Wertham al problema es forense y no científico queda patente por el modo en que presentó sus hallazgos en el artículo de Collier.

Para contrarrestar su afirmación de que el efecto de los cómics es definitiva y completamente perjudicial, en este artículo de Thrasher se afirma que los cómics no provocan automáticamente la delincuencia en todos los lectores, que los cómics por sí solos no pueden hacer que un niño se convierta en delincuente, que hay cómics muy

conocidos que «mejoran la vida haciéndola más alegre» y otros «que dejan claro, incluso para la mente más aburrida, que el crimen nunca es rentable», y que hay «cómicos aparentemente inofensivos», pero «nadie sabe con exactitud cuál es su porcentaje».

Una muestra clara de este enfoque forense es la forma en que Wertham introducía hechos y aseveraciones que, por implicación, Wertham vinculaba con su tesis de que los comics eran un factor principal en la generación de delincuencia y trastorno emocional en los niños. Por ejemplo, introducía la frase del comisario Nolan de la Policía de New York: «Los actos antisociales de los delincuentes juveniles de hoy son, en muchos casos, más serios e incluso de una naturaleza más violenta que los cometidos por la juventud en el pasado». Incluso si se pudiera demostrar esta afirmación, no existe ni la más ligera prueba (más allá de la opinión de Wertham) de que este aumento se debiera a la lectura de cómicos.

Posteriormente en el artículo, Wertham citaba una serie de crímenes infantiles a través de titulares de prensa (no son sus propios casos) que imputaba a los cómicos sin ninguna prueba de que sus autores leyeran o estuvieran mínimamente interesados en ellos.

Un ejemplo final del uso impropio de aseveraciones en sus argumentos lo podemos ver en la frase que aparece en el artículo del Collier «los datos del Tribunal Infantil muestran que los jóvenes delincuentes llevan casi cinco años de retraso en habilidad lectora», lo que Wertham comenta posteriormente afirmando que «los niños que no leen bien tienden a la delincuencia». Esto no está probado, pero incluso aunque lo estuviera, no hay ninguna evidencia de que el retraso o la escasa competencia lectora de los delincuentes se deba a la lectura de cómicos. Resulta curioso que el porcentaje de deficiente habilidad lectora entre los delincuentes era la misma antes y después de que se inventaran los cómicos.

Wertham afirmaba que los cómicos tratan universalmente sobre crimen, violencia y horror con énfasis en características sexuales que podían conducir al desarrollo de fijaciones eróticas de todos los tipos y mezclas sadomasoquistas de placer y violencia. De los millones de cómicos existentes, Wertham seleccionó unos pocos y no se preocupó en estudiar si eran o no representativos.

A pesar de que Wertham reclamaba haber usado grupos de control (no delincuentes), en ningún momento describió estos grupos, cómo se habían creado ni cómo se habían equiparado con los grupos experimentales (los delincuentes) para asegurar que la diferencia en la incidencia de la lectura de cómicos, si hubo alguna, se había debido a algo más que un proceso de selección o a la casualidad.

La manera en que Wertham y sus asociados estudiaron sus casos es también asunto de debate. El desarrollo de estudios de casos como datos científicos es un procedimiento altamente técnico y está basado en una larga experiencia entre científicos sociales en los ámbitos de la antropología, psicología y sociología. Un estudio de caso adecuado, que debe constar de mucho más que unas pocas entrevistas, da una perspectiva del desarrollo biológico, psicológico y social del sujeto, pero un factor singular como la lectura de

cómics podría situarse en un lugar adecuado dentro del complejo entramado de factores que determinan el comportamiento para hacerlo destacar. Al no describir las técnicas empleadas, no sabemos si Wertham y sus asociados fueron cuidadosos a la hora de prevenir posibles conclusiones no válidas. Se abren múltiples preguntas sobre el procedimiento, como, por ejemplo: ¿cómo podemos estar seguros de que los entrevistadores no preguntaron dirigiendo las preguntas y estimulando las respuestas de los sujetos para que respondieran en una línea de pensamiento predeterminada? Hasta que los métodos de investigación de Wertham no sean descritos y su validez demostrada, ningún trabajador científico en este campo puede dar crédito a sus resultados.

En conclusión, Thrasher afirma que no hay ninguna prueba aceptable producida por Wertham o ningún otro estudioso de que la lectura de cómics tenga, o no, una relación significativa con el comportamiento delincuente.

Incluso en un editorial de la misma revista Collier en la que Wertham presentó por primera vez sus resultados, un editor expresó sus dudas: «La delincuencia juvenil es el producto de frustraciones reprimidas, resentimientos almacenados y miedos reprimidos. No es el producto de los dibujos animados ni de los subtítulos. Pero los cómics son un chivo expiatorio práctico, evidente y sin complicaciones. Si los adultos que hacen una cruzada contra ellos se enfurecieran por causas tan básicas de la delincuencia como la ignorancia, la indiferencia y la crueldad de los padres, podrían descubrir que los cómics no son más una amenaza que *La isla del tesoro* o *Jack the Giant Killer*».

Thrasher concluía su artículo con un resumen totalmente aclaratorio: «El peligro inherente a la presente controversia, en la que la argumentación forense sustituye a la investigación, es que, habiendo establecido un "chivo expiatorio" satisfactorio en los cómics, no afrontamos ni aceptamos nuestra responsabilidad como padres y como ciudadanos de proporcionar a nuestros hijos una vida familiar y comunitaria más saludable, una experiencia de desarrollo más constructiva».

Como hemos desarrollado en este epígrafe, ya desde los años 40 del siglo pasado existían estudios científicos que analizaban las capacidades didácticas y pedagógicas del cómic. Pero todos estos avances se vieron truncados con la aparición de Wertham y sus obras en las que culpabilizaba al cómic de muchos de los males de la juventud norteamericana.

Este truncamiento provocó un hueco enorme en la literatura científica que analizaba el uso pedagógico del cómic como herramienta educativa.

3.1. Análisis de los usos del cómic como herramienta pedagógica para la enseñanza de la ciencia

Existen multitud de ejemplos del uso del cómic como herramienta pedagógica para la enseñanza de la ciencia tal y como vamos a exponer en este epígrafe a través de varios ejemplos.

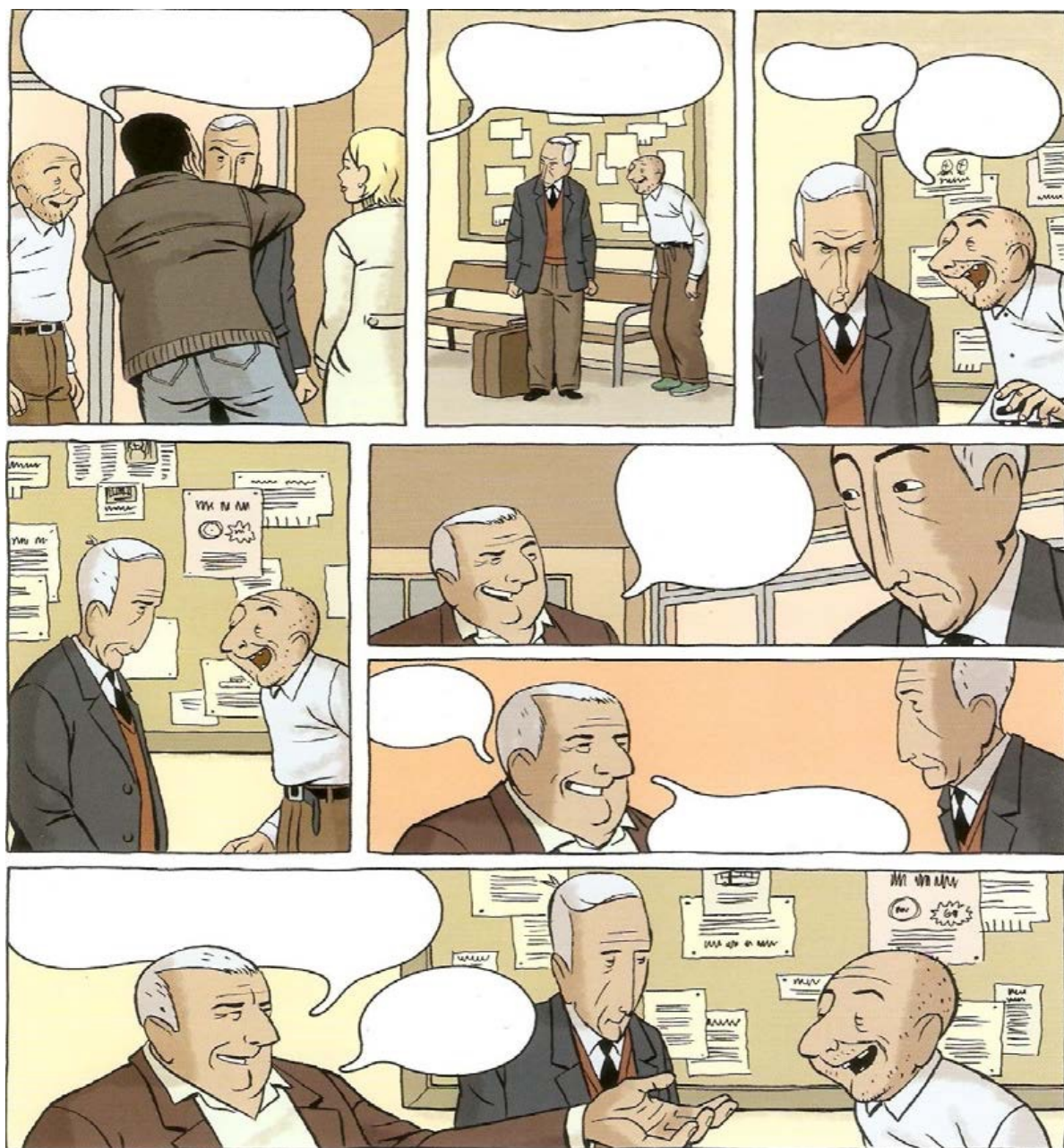
En 2016, los coreanos Beom Sun Chung, Eun-mi Park, Sang-Hee Kim, Sook-kyoung Cho y Min Suk Chung crearon un bonito proyecto que consistía en sustituir los típicos carteles explicativos de un museo de ciencia por tiras de cómic. Posteriormente, analizaron los beneficios o perjuicios de esa sustitución a través de encuestas a los usuarios del museo. Los resultados, como demuestran en su investigación, destacan que la mayoría de los visitantes respondieron que las tiras cómicas fueron muy útiles para comprender mejor el contenido de las exposiciones y familiarizarse con la ciencia.

Por otra parte, la revista *World Transactions on Engineering and Technology Education* publicó un artículo de la investigadora Sarah Pulé titulado *Comic strips for electrical and electronic engineering - a novel genre* (Pulé, 2014) en el que se analiza el uso de historietas en sesiones de laboratorio de ingeniería. Dado que los estudiantes de ingeniería tienen una tendencia visual muy fuerte en su método de aprendizaje, se pensó que el recurso del cómic podría ser útil y mejorar alguna faceta de su aprendizaje. Los datos obtenidos gracias a encuestas realizadas a los propios estudiantes y también a los profesores indicaron que dichos cómics se consideraron útiles y beneficiosos para comprender el funcionamiento de los circuitos en cuestión. Los estudiantes también comentaron que tales recursos cualitativos hacían que el aprendizaje de la ingeniería fuera más divertido.

También se ha demostrado que su uso es muy positivo para otras aplicaciones didácticas. Por ejemplo, Alonso (2012) desarrolla tres secuencias didácticas para abordar la enseñanza del español como lengua extranjera basadas en cómics. El hecho de desarrollar tres secuencias diferentes viene motivado por los niveles que define el MCER (Marco Común Europeo de Referencia para las lenguas), que es el estándar internacional que define la competencia lingüística y se utiliza en todo el mundo para definir las destrezas lingüísticas de los estudiantes en una escala de niveles que va desde el A1 (nivel básico) hasta el C2 (dominio excepcional de la lengua). Las secuencias didácticas definidas por Alonso trabajan los niveles A1, B2 y C1.

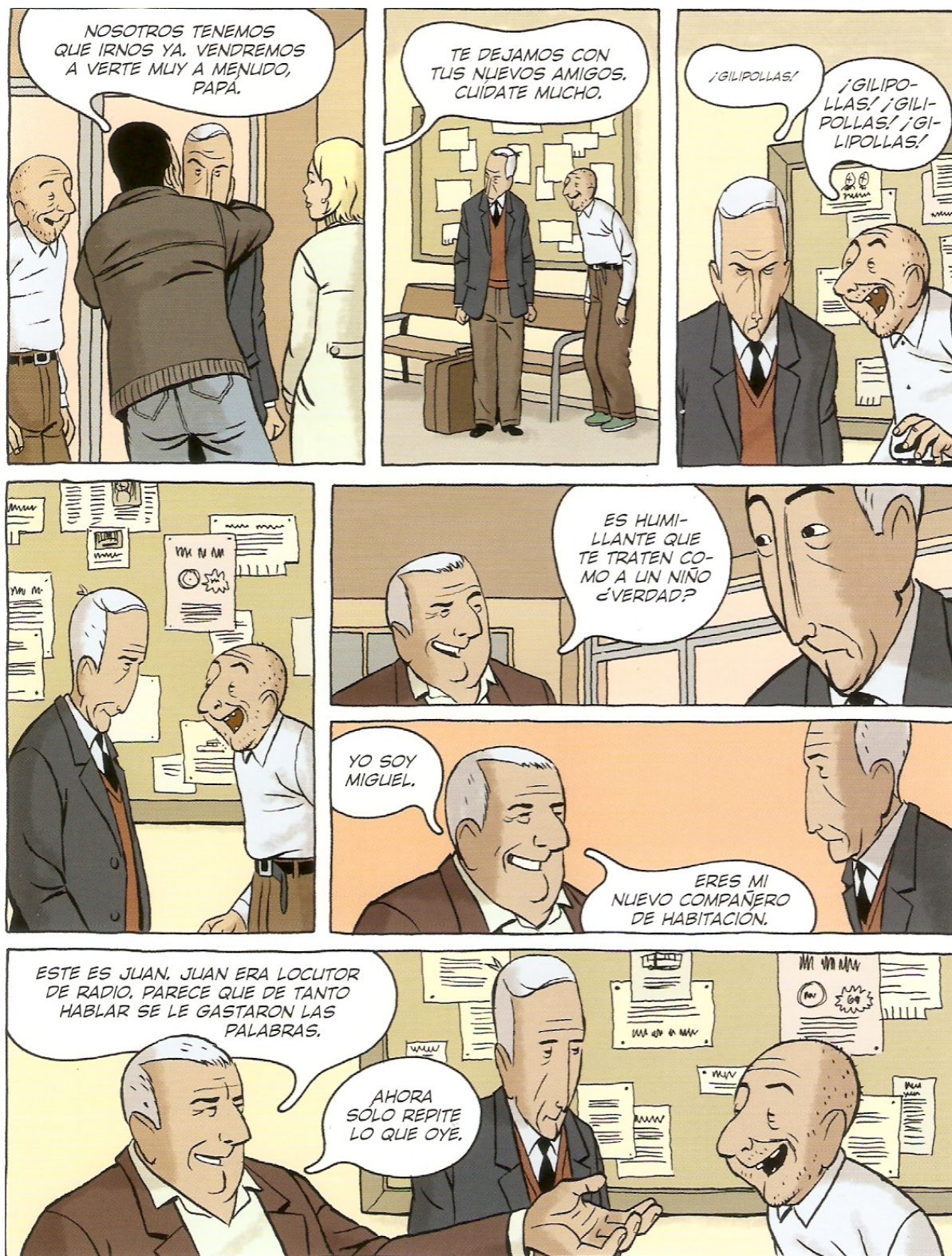
En la misma línea de trabajo, García Martínez (2013), en su trabajo de fin de máster sobre la enseñanza de español como lengua extranjera titulado *El cómic como recurso didáctico en el aula de español como lengua extranjera*, analiza varias propuestas didácticas que incluyen también el cómic como eje central. Se trata de seis propuestas para que los estudiantes trabajen entre los niveles B1 y C2. Como ejemplo, en una actividad de nivel C1, se vacían los bocadillos de una página del cómic *Arrugas* (Roca, 2007) y se pide a los estudiantes que los rellenen ellos mismos para luego comparar sus respuestas.

Figura 1. Página de Arrugas (Roca, 2007), con los bocadillos vacíos



Fuente: *Arrugas* (Roca, 2007).

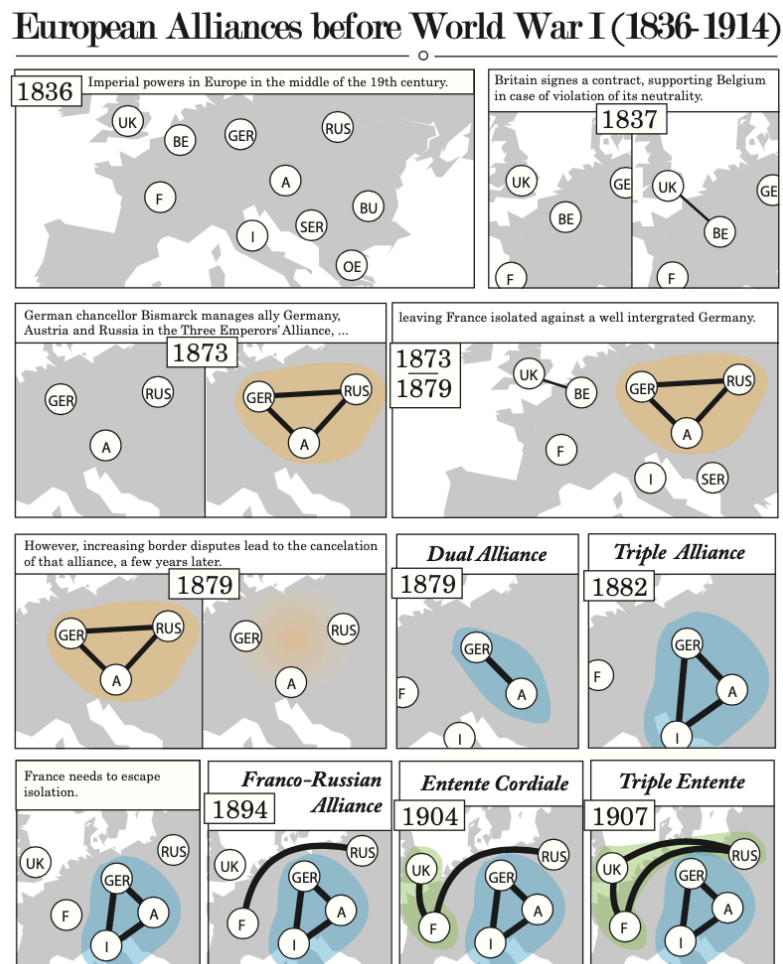
Figura 2. Página de Arrugas (Roca, 2007)



Fuente: Arrugas (Roca, 2007).

Bach et al. (2004) identificaron en una investigación los graph comics (comics con grafos) como medio para comunicar los cambios en las redes dinámicas. El trabajo tenía por objetivo analizar si se podía aprovechar la expresividad visual y la familiaridad de los cómics para presentar y explicar los cambios temporales de la audiencia en las redes de conocimiento. Para comprender el potencial de los cómics como medio de narración de historias, primero crearon una variedad de cómics durante un proceso de diseño estructurado de tres meses, en el que participaron expertos en el campo de la educación pública y la neurociencia. Este proceso llevó a la definición de ocho factores de diseño para crear cómics con grafos y proponer soluciones de diseño para cada uno. Los resultados de un estudio cualitativo sugirieron que una audiencia general es capaz de comprender rápidamente cambios temporales complejos a través de cómics con grafos, provistos de anotaciones textuales mínimas y sin entrenamiento.

Figura 3. Ejemplo de cómic con grafos ilustrando eventos históricos previos a la Primera Guerra Mundial, dirigido a una audiencia general



Fuente: *Proceedings of the 2016 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems* (Bach et al., 2016).

La revista *Aster* publicó un artículo (Girault, 1991) en el que se destacaba que muchas asociaciones de lucha contra el sida habían producido cómics como parte de sus campañas de prevención dirigidas a los jóvenes. Una vez marcados los objetivos de prevención del sida, Girault realizó un análisis descriptivo de los álbumes científicos e intentó identificar las características dominantes de los álbumes de prevención. Las evaluaciones le permitieron vislumbrar el impacto cognitivo en los lectores. Finalmente, propuso primero una metodología que permitiera la creación de álbumes de prevención de calidad y efectivos, y finalmente, actividades para hacer relevante su uso. Como se puede apreciar, las potencialidades didácticas del cómic no se circunscriben al ámbito de la enseñanza formal y reglada, sino que muchas enseñanzas informales, o mejor, transversales pueden verse beneficiadas por este recurso pedagógico.

En su disertación en la Northcentral University, Andrew Wales (Wales, 2013) hacía constar que la intimidación o acoso escolar es un problema grave y frecuente que ha provocado tragedias y ha disminuido el rendimiento educativo de los estudiantes. Las escuelas están tomando medidas para tratar de abordar este problema, pero agregar una responsabilidad más a un horario ya cargado resulta problemático para los maestros. Se ha constatado que la lectura, escritura y creación de historietas es una estrategia exitosa en la enseñanza de muchas materias. Esto sugiere que las escuelas podrían abordar el acoso escolar mediante la enseñanza de la prevención de la violencia a través de cómics. En este proyecto de investigación-acción cualitativa, el investigador indagó en el fenómeno de la enseñanza de la prevención de la violencia a través de la lectura, escritura y creación de cómics. La intimidación se puede definir como «cuando alguien repetidamente y a propósito dice o hace cosas malas o hirientes a otra persona que tiene dificultades para defenderse». Los enfoques educativos basados en las artes han mejorado la participación de los estudiantes en el aprendizaje. El investigador utilizó entrevistas, observaciones, narrativas y obras de arte de los participantes para describir, descubrir y llegar a una mayor comprensión del potencial del uso de la forma de arte de los cómics para ayudar a combatir el acoso. Los informantes participaron en actividades de lectura guiada, actividades de dibujo y crearon cómics que ilustraban lecciones del plan de estudios para la prevención de la violencia de la escuela. Este estudio fue realizado por un profesor de arte que trabajaba en una escuela secundaria rural de Pensilvania. Los participantes eran cincuenta y seis estudiantes que recibían clases de arte en la escuela. Se ha demostrado que la enseñanza de la prevención de la violencia es un componente eficaz de las estrategias antiacoso. Los hallazgos sugieren que los estudiantes se benefician al involucrarse con los principios de prevención de la violencia en actividades creativas y cinestésicas. El investigador recomienda enseñar la prevención de la violencia a través de las historietas ya que, explica, «proporciona un buen complemento a un programa de prevención de la violencia existente, en lugar de un reemplazo». Además, se recomienda llevar a cabo un estudio futuro a mayor escala para comprobar si se pueden obtener resultados similares en otras áreas geográficas y en poblaciones diversas.

Asimismo, se ha estudiado la importancia de incorporar memorias gráficas en las consideraciones feministas de salud, encarnación y experiencia. Donovan (2014) sostiene

que las memorias gráficas refinan el compromiso feminista con estas preocupaciones al demostrar la complejidad de las experiencias de salud incorporadas con texto tanto visual como escrito.

Al igual que los relatos personales, las memorias y los escritos autobiográficos sobre salud y medicina, las memorias gráficas proporcionan información empírica válida e importante para abordar cuestiones de salud y cuestiones médicas en la práctica y la investigación médicas. Donovan se basa en su ensayo en las memorias gráficas *Marbles* de Ellen Forney para ilustrar su punto de vista, que se centra en su experiencia con el trastorno bipolar. La personificación es fundamental no solo para la experiencia de Forney del trastorno bipolar, sino también para sus narraciones escritas y visuales; específicamente, enfatiza cómo los estados de ánimo contrastantes de manía y depresión crean distintas experiencias encarnadas.

Atrás quedaron los métodos convencionales de enseñanza universitaria basados principalmente en las clases magistrales. En la actualidad, las nuevas tecnologías y el uso de diferentes herramientas en el aula universitaria están al orden del día. Es habitual ver al profesorado apoyar sus explicaciones en el visionado de fragmentos de películas o de textos literarios, y constatar cómo busca entablar contacto con su alumnado y tratar de acercarse a sus intereses e inquietudes. Lejos queda esa separación insalvable que se daba en el ámbito universitario entre el profesor y su auditorio. En esta constante evaluación, buscar nuevas herramientas debe ser una labor fundamental del docente y, en ocasiones, esas herramientas, lejos de ser nuevas, simplemente son herramientas que ya estaban, pero cuyo uso se descartaba. Es el caso del cómic, tradicionalmente vinculado con el entorno de la enseñanza primaria y secundaria, cuyo uso reivindica Somé (2013). De un total de 433 alumnos y alumnas repartidos entre cinco grupos de cuatro planes distintos (Licenciatura en Periodismo, Licenciatura en Publicidad y Relaciones Públicas, Licenciatura en Comunicación Audiovisual y Diplomatura en Primaria), de dos facultades diferentes (Facultad Ciencias de la Educación y Facultad de Comunicación), Somé obtuvo como resultado que el 80% de las encuestas realizadas señalaron positivamente el uso de los cómics en el aula. Y en ninguna encuesta surgió una valoración negativa hacia el uso del cómic.

En la 10th International Conference on Computer Science & Education (ICCSE 2015), los griegos Lazarinis et al. investigaron la idoneidad de las herramientas del creador de historietas para desarrollar material didáctico. Elaboraron una lista de criterios basada en los hallazgos de investigaciones previas y en las características de los cómics que se han utilizado de manera efectiva en la enseñanza en trabajos anteriores. Presentaron los resultados de la evaluación de una serie de herramientas de creación de historietas y discutieron dos casos de desarrollo de e-cómics (cómics electrónicos) con el uso de estas herramientas. El hallazgo principal fue que, a pesar de algunas limitaciones, las herramientas se podían utilizar con éxito para crear representaciones alternativas y más atractivas de los materiales didácticos de profesores sin conocimientos especializados en pintura o diseño de cómics.

Figura 4. Cómic desarrollado con ToonDoo para la enseñanza del inglés (Lazarinis, F. et al., 2015)



Fuente: *The 10th International Conference on Computer Science & Education* (Lazarinis et al., 2015)

Como explica Schneider (2014): «El analfabetismo nunca es bueno, pero puede significar vida o muerte en un contexto de salud pública. Lamentablemente, muchos de los problemas de salud pública más acuciantes del mundo se encuentran en zonas con altas tasas de analfabetismo. Los cómics encajan de forma natural con este problema. Los cómics tienen una larga tradición de compartir información a través de imágenes sin tener que depender demasiado del texto. Los cómics también son de bajo coste, fáciles de transportar y no requieren electricidad u otra tecnología, lo que significa que se pueden usar en prácticamente cualquier entorno».

Los cómics pueden ser una herramienta útil para la educación en crisis de salud pública, especialmente en áreas con altas tasas de analfabetismo. Esta investigación de Schneider presenta los resultados de una encuesta cuantitativa sobre 254 cómics de salud pública correspondientes al periodo que va desde la década de 1940 hasta la actualidad. Los datos muestran cómo ha cambiado la forma y función de estos cómics. Los resultados ponen

de manifiesto que uno de los principales retos para los profesionales de la salud pública interesados en utilizar los cómics para resolver una crisis de salud es localizarlos, ya que se produce una cantidad significativa de este material que además se distribuye a través de canales fuera del archivado y catalogado tradicional.

Patricio Herbst, Daniel Chazan, Chia-Ling Chen, Vu-Minh Chieu y Michael Weiss (2011) sitúan la enseñanza basada en cómics dentro de la larga historia de tensiones entre la teoría y la práctica en la formación del profesorado. El artículo sostiene que las historietas pueden ser recursos semióticos para aprender a enseñar y sugiere cómo las tecnologías de la información pueden apoyar las experiencias con las historietas en los cursos de métodos matemáticos universitarios que (a) ayudan a los alumnos a ver el trabajo matemático de la enseñanza en las lecciones que observan, (b) permiten a los candidatos explorar la toma de decisiones tácticas en la enseñanza y (c) apoyan a los futuros maestros en el ensayo de interacciones en el aula.

Orlaineta et al. (2012) llevaron a cabo una propuesta metodológica basada en el aprendizaje activo estructurada para promover el aprendizaje en los estudiantes de bachillerato mediante el empleo de un cómic que aborda algunos conceptos sobre electricidad. En particular, se trabajó con un cómic donde se definen y relacionan la diferencia de potencial, la resistencia eléctrica y la corriente eléctrica. Este cómic forma parte de las actividades propuestas en una secuencia didáctica que incluye, además, una serie de actividades experimentales de bajo costo, discusiones grupales y de clases que pretenden inducir la mejora de la comprensión de los conceptos antes mencionados, así como determinar la relación entre ellos, es decir, facilitar la comprensión de la Ley de Ohm de un modo global. La secuencia fue aplicada a un grupo de prueba de segundo semestre de Física de nivel bachillerato y se comparó con un grupo de control de características similares. La evaluación de esta propuesta consistió en algunas preguntas de la Evaluación de Conceptos de Circuitos Eléctricos (ECCE, por sus siglas en inglés) diseñada por Sokoloff y Thornton (1997) y los resultados se analizaron empleando la ganancia conceptual normalizada para comparar el aprendizaje de ambos grupos. Se encontró que la secuencia tuvo éxito, aunque se piensa que es necesario un análisis adicional para poder ofrecer un resultado contundente.

Desde 2008, Unicómic, a través de las Jornadas de Cómic de la Universidad de Alicante, dedica una parte de sus sesiones a reflexiones teóricas sobre el cómic, lo que ha dado pie a que se convierta en un referente académico en torno a la narración gráfica. En 2011, con la aparición del Club de Lectura Universitario de Cómic y Álbum Ilustrado (CLUECA), se creó un espacio de encuentro que se extiende durante todo el curso en el que se presentan obras fundamentales, tanto del cómic como del álbum ilustrado. En el curso 2012-2013 se realizaron las primeras Jornadas Cómic como elemento didáctico que continuaron con una segunda edición en noviembre de 2013 y una tercera en 2015. Con la consolidación de la red en docencia universitaria Cómic como Herramienta Didáctica. La Narración Gráfica en Disciplinas Académicas y Tramos de Preparación a la Universidad, se ha configurado un espacio de intercambio y de estudio más amplio. Desde

su creación, se han defendido distintos TFG y TFM, y se han incorporado aspectos a distintas asignaturas universitarias.

En 2016 Jagannath M. Muzumdar realizó una descripción general de los cómics como herramienta educativa y, en particular, del uso de los cómics en la educación farmacéutica. Su investigación se componía de una revisión narrativa de la literatura y un análisis crítico de la información recuperada para los cuales seleccionó y revisó artículos de noticias, disertaciones, tesis, libros y artículos académicos de revistas revisadas por pares que incluyó en Muzumdar (2016).

Más allá de la educación farmacéutica, los cómics se han utilizado como una herramienta pedagógica para motivar a los estudiantes a leer, ayudarlos a recordar el contenido de lo leído y colaborar a que todo el proceso de aprendizaje sea más divertido. Han sido usados como lecturas complementarias en bioquímica, física y ética empresarial. Los cómics se han utilizado, como explica Muzumdar, para educar a los pacientes sobre los desafíos de la diálisis, promover la salud e informar a los consumidores sobre enfermedades como el SIDA y el cáncer.

En el entorno actual, rico en medios de todo tipo, los cómics podrían ser una herramienta educativa innovadora y visualmente interactiva. Los profesores de farmacia pueden utilizar cómics o novelas gráficas como textos independientes o como parte de un plan de estudios más amplio. Los libros de historietas podrían ayudar a los estudiantes a aprender contenido relacionado con la farmacia mientras disfrutaban de la lectura.

Los libros de historietas que poseen las características del humor, la estructura narrativa y la representación visual se consideran un medio potencial para la comunicación científica; sin embargo, los estudios empíricos que exploran los efectos positivos en el aprendizaje de los cómics son escasos. Lin et al. (2015) examinaron y compararon los impactos de un cómic y un folleto de texto en la transmisión de los conceptos de nanotecnología e investigaron las percepciones del público sobre el uso de los cómics como herramienta para la comunicación científica. Utilizaron un diseño cuasi experimental de métodos mixtos para explorar estos temas centrales. Adoptaron tres instrumentos para evaluar el conocimiento general de la nanotecnología, las actitudes del público hacia la nanotecnología y las percepciones emocionales de los ciudadanos sobre el aprendizaje de las ciencias. Además, administraron siete preguntas de respuesta corta que acompañaron al posttest, así como entrevistas para enriquecer los resultados del instrumento. Utilizaron el método de muestreo estratificado proporcional para reclutar a más de 300 adultos como grupo de participantes. Finalmente, analizaron las respuestas de 194 participantes que completaron los instrumentos. Los resultados indicaron que el cómic promovió significativamente el conocimiento y las actitudes de la gente común hacia la nanotecnología, al igual que el folleto de texto. Se observa que el cómic aumentó el interés de los participantes y el disfrute del aprendizaje, mientras que el folleto de texto disminuyó su interés y disfrute. Más lectores de cómics estaban interesados en aprender nanotecnología a través de cómics que lectores de texto lo estaban en aprender a través

del texto. Aunque no hubo una diferencia significativa entre los dos medios en los aspectos de conocimiento y actitud, los resultados de las percepciones emocionales implican que los cómics de ciencia tienen el potencial de desarrollar el interés y el disfrute continuo de los laicos por aprender ciencia leyendo cómics.

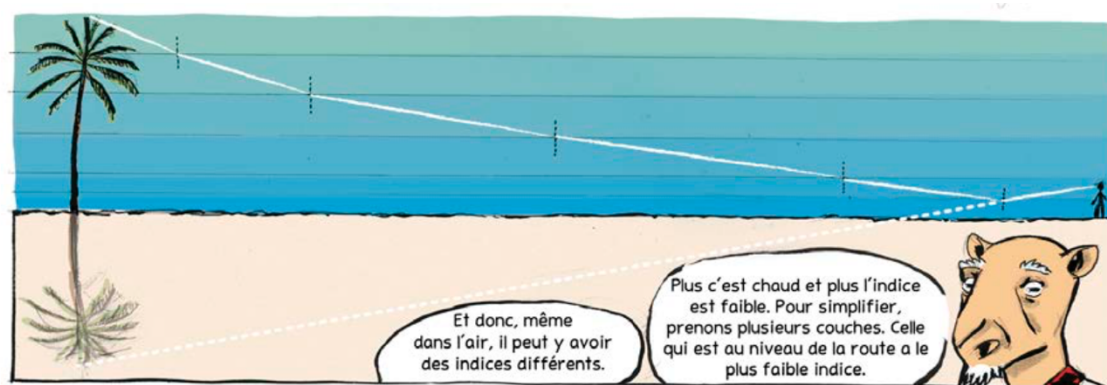
Los científicos están entrenados para contar historias, historias científicas. Asimismo, los lectores de dichos textos necesitan capacitación y conocimientos previos para comprender y contextualizar estas “historias” altamente matizadas y técnicas porque están diseñadas para transmitir explícitamente resultados científicos, delinear sus limitaciones y describir una «trama» reproducible para que cualquier recreación completa pueda lograr una conclusión similar. Aunque un texto científico cuidadosamente construido pueda resultar muy claro para otros científicos de la misma disciplina, a menudo es inaccesible para un público más amplio. Esto es problemático ya que se espera cada vez más que los científicos comuniquen su trabajo a una audiencia más amplia que va desde especialistas en otras disciplinas hasta la ciudadanía en general. De hecho, la comunicación científica está cobrando mayor importancia a la hora de obtener financiación y generar un alcance eficaz, así como a la hora de iniciar y, en ocasiones, incluso justificar la investigación en un determinado ámbito ante la sociedad. En el artículo *Communicating Science through Comics: A Method*, (Friesen et al., 2018) se sugiere un marco simple y flexible para traducir una publicación científica compleja a un formato de cómic de fácil acceso ofreciendo ejemplos para incorporar detalles científicos en una historia fácil de entender. Se desarrolla una historia de fondo y se generan viñetas que transmiten información científica a través de un lenguaje asequible junto con elementos cómicos recurrentes para maximizar la comprensión y la memorización. Esta metodología es un intento de aliviar las limitaciones inherentes de la comprensión interdisciplinaria y pública que resulta de las prácticas estándar de publicación y difusión científica. Los autores esperan que esta metodología ayude a los docentes a entrar en el campo del cómic científico.

La enseñanza de la óptica se basa comúnmente en el uso de lecciones que incluyen varias herramientas matemáticas. Por ejemplo, el trazado de rayos se puede describir mediante el álgebra matricial, y la interferencia y la polarización se pueden respaldar mediante el uso de números complejos. Por lo tanto, las numerosas descripciones matemáticas incluidas en las lecciones de óptica representan una dificultad real para los estudiantes que tienen habilidades insuficientes en matemáticas. Además, a pesar de los impresionantes efectos ópticos que se pueden observar en la vida real (por ejemplo, el arcoíris), su descripción en los cursos de óptica a menudo se considera demasiado académica y aburrida, y finalmente, no resulta en absoluto emocionante.

En este contexto, Machemy y Bousquet (2016) han diseñado un nuevo tipo de cómic dedicado al aprendizaje de la óptica. Partiendo de un diálogo entre dos personajes imaginarios, uno considerado como el joven alumno y el otro como el viejo profesor, han optado por reducir el papel de las matemáticas y mezclar elementos realistas y poco realistas en el dibujo para hacer menos prolijas las explicaciones. A partir de la reflexión

y la refracción, las leyes de Snell permiten describir fenómenos naturales como el espejismo y el arcoíris, así como puntos técnicos como la propagación de la luz en una fibra óptica y la medición del índice de refracción.

Figura 5. Modelo de espejismo que incluye una serie de capas de aire con diferente índice de refracción y trazado de rayos que inducen el efecto de espejismo (2016)



© Bruno Bousquet / Jacques Machemy – University of Bordeaux, France

El primer volumen que presentan en el artículo será evaluado (comentan) durante el semestre de otoño de 2015 en diferentes escuelas secundarias y en la universidad a través de una encuesta.

A pesar de muchos años de esfuerzos para comunicar nuevos conocimientos científicos a la ciudadanía, las encuestas continúan sugiriendo que muchas personas siguen estando desinformadas respecto a la investigación científica actual y no reconocen cómo puede ser relevante para sus vidas. Existe una necesidad continua de investigación para mejorar los métodos para involucrar a las personas con conocimientos científicos. En este sentido, el objetivo de Spiegel et al. (2013) es contribuir a los esfuerzos para difundir el conocimiento científico emergente al enfocarse en un tema científico particularmente relevante, el de los virus, y a un grupo de edad crítico, los adolescentes. Investigaciones anteriores sugieren que muchos adolescentes tienen un bajo rendimiento científico y/o un bajo interés en la ciencia (Gonzales et al., 2008) y, por lo tanto, pueden caracterizarse por tener una baja identidad científica, entendiendo como “identidad científica” la autopercepción de cada sujeto como receptor y posible productor de contenido científico. ¿Cómo pueden los educadores involucrar a todos los adolescentes, incluso a aquellos con poca identidad científica? Guiados por la teoría de la identidad y un modelo de desarrollo de intereses, los autores evalúan un enfoque posible y poco convencional: el uso de cómics para transmitir información científica.

3.2. Análisis de los usos del cómic como herramienta pedagógica para la enseñanza de la matemática

Como hemos visto en capítulos anteriores, existe una tradición de uso del cómic como herramienta didáctica general, así como también existe una tradición de uso del cómic como herramienta didáctica para enseñar ciencia.

En este capítulo vamos a centrarnos en el uso del cómic como herramienta didáctica o pedagógica para enseñar específicamente matemáticas. En este ámbito también se puede rastrear una corriente iniciada hace más de diez años de obras que enseñan, divulgan o comunican matemáticas; tanto en el mercado nacional como en mercados internacionales. En este capítulo analizaremos esta corriente a través de ejemplos significativos.

En 1987 se llevó a cabo un estudio comparativo de aprendizaje con y sin cómics en la escuela polivalente de Bernard-Gariépy, en Tracy (Canadá). Esta investigación analizó el efecto de una enseñanza de las matemáticas basada en la utilización de fichas, presentada bajo la forma de cómics que consideraba el estilo de aprendizaje del alumno. Cuatro grupos de 3.º de secundaria participaron en este estudio: dos de tipo «término medio» y dos de tipo «enriquecidos»; cada tipo comprendía un grupo con y un grupo sin cómics. Los grupos con cómics obtuvieron mejores resultados en el examen que los grupos sin cómics. El efecto de los cómics fue particularmente significativo entre los dos grupos de tipo mediano en lo tocante a las preguntas que se refieren a la información verbal, al concepto concreto y al concepto definido. Se obtuvo correlación entre el estilo de aprendizaje y las ganancias de aprendizaje realizadas con el cómic en los dos grupos que lo usaron.

Cuatro grupos de tres escuelas secundarias participaron en esta investigación. Dos de estos grupos estaban en la ruta promedio (ritmo 2) en matemáticas y los otros dos estaban en la ruta enriquecida (ritmo 3). En el ritmo 2 se encuentran los alumnos que han obtenido puntuaciones 4, 5 o 6 según su grado de éxito en las tres pruebas: examen de habilidad mental Chêné-Daigle, prueba de inteligencia Lógica 7, examen de habilidad mental Otis-Ottawa (examen intermedio). En el ritmo 3 se encuentran los alumnos que han obtenido una puntuación de 7, 8 o 9 en las mismas pruebas. Todos los estudiantes de estos cuatro grupos asistieron a la escuela secundaria Bernard-Gariépy en Tracy durante el experimento. En total, 97 sujetos (51 de la ruta promedio y 46 de la ruta enriquecida) participaron en la investigación: es decir, 56 niñas y 41 niños.

Las recomendaciones de Laveault y Joly apuntan a la planificación de futuras investigaciones. Según ellos, sería interesante, por ejemplo, construir dos cómics: uno para cada ritmo. Si los puntajes de las pruebas varían con los ritmos, los autores se preguntan por qué los materiales didácticos, en este caso el cómic, no deberían seguir la misma dirección.

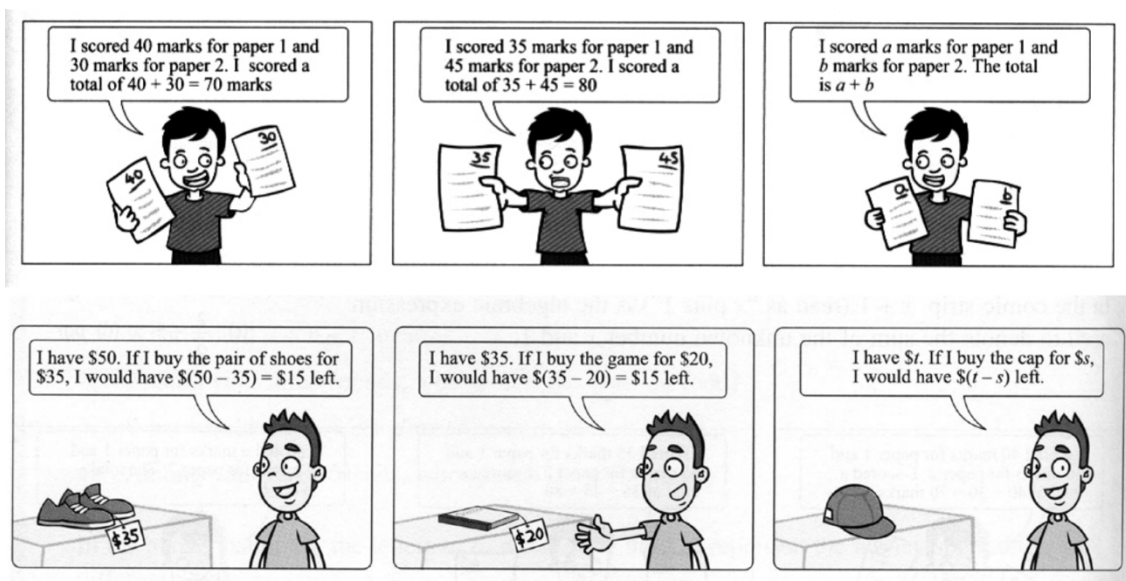
En 2009, el profesor Tin Lam Toh del National Institute of Education (Nanyang Technological University, Singapur) manifestaba que «la literatura abunda en el uso de

dibujos animados y cómics, en lugar de los libros de texto habituales para enseñar a leer a los estudiantes. Sin embargo, se han realizado pocos estudios sobre el uso de dibujos animados y cómics para enseñar matemáticas. Siempre ha sido un desafío para los maestros de secundaria enseñar álgebra a estudiantes de bajo rendimiento».

En ese año 2009, el profesor Toh se hallaba involucrado en el programa de educación matemática en Singapur y, con anterioridad, se había ocupado de la redacción de libros de texto de matemáticas para estudiantes de matemáticas de bajo rendimiento también de Singapur. En ese quehacer, consideró la idea de utilizar dibujos animados y cómics para la enseñanza de las matemáticas. El autor «vendió» esta idea a algunos profesores en ejercicio y los convenció informalmente de probarla y usar dibujos animados y cómics en la enseñanza del álgebra antes de que sus libros de texto fueran oficialmente publicados. En Toh (2009) describe las ideas que fueron «vendidas» a los maestros y sus comentarios sobre el enfoque después de experimentar con sus alumnos.

En la investigación se usaron tiras de cómic como las de la siguiente figura para explicar el uso del álgebra como generalización de la aritmética:

Figura 6. Tiras extraídas del libro Toh, Lim, Chua & Heng, 2007a, p253-254



Fuente: *Mathematics matters: Textbook for Normal* (Toh et al., 2007)

Los profesores le transmitieron al autor que mediante el uso de dibujos animados y cómics para introducir álgebra los estudiantes se resistían menos a aprender álgebra. Los profesores pudieron involucrar a más estudiantes para aprender álgebra más desafiante (como comunicarse en lenguaje algebraico), como, por ejemplo, la suma y resta de expresiones algebraicas.

Las conclusiones de Toh abren caminos a la investigación: «El mundo comercial ha encontrado la eficacia de utilizar los productos de la cultura popular en la comunicación

con el público en general. Sin embargo, no se ha hecho mucho en la investigación en educación matemática sobre el efecto de estos productos en el aprendizaje de los estudiantes. Tal vez, más investigadores y educadores interesados podrían investigar este campo y capitalizar el beneficio que la cultura popular podría aportar a la educación».

Impulsadas por el reciente aumento de la popularidad y la utilización de las novelas gráficas en el aula de primaria, así como por las tendencias hacia la publicación de novelas gráficas centradas en el contenido, las profesoras Sandy Cooper, Suzanne Nesmith y Gretchen Schwarz diseñaron una investigación para explorar las perspectivas de los educadores hacia el medio del cómic, así como el tema de la calidad en las novelas gráficas con contenido científico o matemático. Los resultados cualitativos registrados a través de formularios de evaluación y sesiones de grupos focales revelaron la existencia de variaciones en las perspectivas de los participantes. Sin embargo, estos resultados también indicaron beneficios potenciales y problemas o preocupaciones percibidos.

Las tres novelas gráficas con contenido matemático seleccionadas para el estudio fueron *The Mystery of Nine* (Law and Way, 2010), *The Math Game I* (Jung, Chung, and Spoor, 2005) y *Math Mysteries—The Secret Ghost* (Thielbar and Ota, 2010).

Las tres novelas gráficas con contenido científico no matemático seleccionadas para el estudio fueron *A Journey into the Human Body* (Oh, 2005), *Einstein* (Special Academic Manga/Ykids, 2007) y *The Shocking World of Electricity* (O'Donnell et al., 2007).

Con el fin de incorporar la mayor cantidad posible de variación de los participantes sin dejar de mantener la manejabilidad del estudio, se tomó la determinación de incluir once participantes. Siete participantes enseñaban en aulas de primaria dentro de los distritos escolares locales y cuatro de ellos ocupaban puestos docentes dentro del departamento de currículo e instrucción de la universidad. Los miembros de la facultad fueron elegidos a propósito e incluyeron al director del Centro de Recursos de Aprendizaje (un bibliotecario), un educador de alfabetización de primaria, un educador de ciencias de primaria y un educador de matemáticas de nivel medio.

A todos los participantes se les explicó el objetivo del estudio y se les facilitaron las seis novelas gráficas. Se les dio tiempo suficiente para leerlas y luego se les pasó un cuestionario sobre el que tenían que opinar y volcar todas sus impresiones sobre el objetivo de la investigación en relación a dichas novelas gráficas.

Los participantes reconocieron una serie de beneficios potenciales al usar las novelas gráficas como una opción en la escuela. Si bien nadie sugirió reemplazar los libros de texto tradicionales y materiales relacionados con novelas gráficas, los maestros vieron las novelas gráficas como un «recurso adicional maravilloso». Parecían percibir las novelas gráficas en áreas de contenido como un medio «más rápido y menos denso» para conectar con más estudiantes. A continuación, se muestra una lista de los beneficios potenciales de usar novelas gráficas para involucrar a todos los estudiantes:

- Los niños disfrutarán del medio.
- A los estudiantes dotados y talentosos les gustarían.
- Satisfacen las necesidades de una amplia gama de lectores.
- Son buenos para ESL (enseñanza del inglés como segunda lengua).
- Integran múltiples etnias.
- El estilo de escritura es similar al de un estudiante y los lectores pueden relacionarse fácilmente.

Asimismo, los participantes también apuntaron una serie de preocupaciones y problemas potenciales, muchos de los cuales se relacionan con la calidad de las novelas gráficas utilizadas. A continuación, se incluye una lista de las características que los docentes participantes mencionaron en sus evaluaciones específicas de novelas gráficas que hablan de la cuestionable calidad general de las novelas gráficas examinadas:

- Trama artificial, trama poco clara, contenido de matemáticas/ciencias no relacionado con la trama.
- Personajes tontos.
- Vocabulario pesado.
- Demasiado infantil.
- Cierta legibilidad difícil.
- Avanza y retrocede entre el tiempo pasado y el presente.

Como conclusión del estudio, sus autoras consideran que los nuevos medios como el cómic tienen un gran potencial en el aula y que las novelas gráficas, que ya son populares fuera de la escuela, pueden apoyar la enseñanza de ciencias y matemáticas, así como de otras áreas. Sin embargo, no todos los materiales publicados son utilizables en la escuela. Un pequeño estudio de educadores locales indica que, aunque una novela gráfica pueda parecer útil en la instrucción de ciencias o matemáticas, no necesariamente lo es. Los educadores pueden, por supuesto, evaluar estos materiales por sí mismos, pero también podría ser útil si los bibliotecarios y organizaciones profesionales como NCTM o el Consejo Nacional de Maestros de Inglés (NCTE) usaran tales instrumentos para evaluar y revisar novelas gráficas para maestros. Además, como ocurre con todos los contenidos o métodos nuevos, los maestros necesitan capacitación que les ayude a comprender y usar los nuevos medios, como las novelas gráficas, y además deberían trabajar con los padres y administradores a medida que implementaran los nuevos planes de estudio. Se necesita mucho estudio futuro ya que los maestros realmente usan novelas gráficas para apoyar la enseñanza en todo el plan de estudios.

En las actividades de aprendizaje, los materiales didácticos son muy importantes para profesores y alumnos. Los materiales didácticos son herramientas muy importantes que deben desarrollarse como un esfuerzo para mejorar la calidad del aprendizaje.

A. Cahyono, Isnandar y Usodo utilizaron el método Investigación y Desarrollo en su investigación *Implementation of mathematical comic on exponent and logarithms with 21st century skills – oriented* (2018). El método de Investigación y Desarrollo tiene como objetivo producir productos; a saber, materiales didácticos en forma de cómics matemáticos sobre material exponencial y logaritmo para las escuelas secundarias vocacionales de clase X, conociendo la factibilidad, practicidad y efectividad de las historietas producidas. Los materiales didácticos compuestos de historietas fueron validados por profesores expertos en medios, profesores expertos en materiales y profesores. El instrumento del cuestionario de viabilidad para materiales didácticos de historietas se entregó a expertos en medios, expertos en materiales, profesores y estudiantes. La prueba de efectividad se llevó a cabo en la clase experimental que utilizó material didáctico de historietas y en las clases de control que no utilizaron material didáctico de historietas. Los datos se analizaron usando la prueba t. Los resultados de este estudio indican que existen diferencias en los resultados de aprendizaje entre la clase experimental y la clase de control. La clase experimental proporciona mejores resultados de aprendizaje que la clase de control. Los materiales didácticos que utilizan cómics fueron utilizados de manera efectiva en clases de aprendizaje en escuelas secundarias vocacionales.

La conclusión fundamental de esta investigación es que el aprendizaje con cómics matemáticos puede mejorar los resultados del aprendizaje de los estudiantes en comparación con el aprendizaje convencional. Aprender usando cómics puede hacer que los estudiantes no se aburran porque pueden presentar nuevas ideas usando cómics matemáticos. A partir de los resultados de este estudio, sus autores sugieren que el aprendizaje con cómics matemáticos se puede aplicar en el aprendizaje de exponentes y logaritmos y que el aprendizaje con cómics puede desarrollarse sobre otro material, no solo limitado a exponentes y logaritmos. El aprendizaje mediante el uso de cómics también se puede aplicar a otras materias para poder mejorar la capacidad y la disposición a leer de los estudiantes.

Los cómics se pueden utilizar como material didáctico para áreas de la matemática tan presuntamente áridas como la trigonometría. Los estudiantes consideran difíciles estos contenidos matemáticos, por lo que se sienten menos interesados en aprender y esto afecta a los resultados del aprendizaje. Por ello, los autores Meilantifa, Herfa Maulina Dewi Soewardini, Ratna Ayu Supratiwi, Ananias Serin, Mariana Ulfah Hoesny, Muh Barid Nizarudin Wajdi, Sunu Hastuti, Agus Setiawan, Erli Lumban Gaol, Chitra Dewi Yulia Christie trabajaron con cómics matemáticos para ayudar a los estudiantes a aprender trigonometría rápidamente en la escuela Surabaya Vocational School of Wachid Hasyim 2 de Java (Indonesia). Este estudio de 2019 tenía como objetivos describir la aplicación de los cómics matemáticos en el aprendizaje de la trigonometría, conocer los resultados del aprendizaje de la trigonometría después del uso de los cómics matemáticos y conocer las respuestas de los estudiantes a los cómics matemáticos. Este tipo de investigación es un estudio de desarrollo que utiliza modelos de desarrollo de Borg y Gall que consisten en etapas de investigación y recopilación de datos, planificación, desarrollo de productos,

pruebas de implementación de campo y refinamiento de productos finales. La prueba de implementación de campo ubicada en Wachid Hasyim 2 Vocational School 2 Surabaya utilizó estudiantes de la clase X-AK 3 como sujetos de investigación. Se observaron las actividades de los estudiantes en la implementación del aprendizaje en la Escuela Vocacional Wachid Hasyim 2 en Surabaya y se analizaron descriptivamente. Los resultados de la prueba de factibilidad realizada por expertos en materiales, expertos en medios y practicantes (maestros) clasificaron la calidad de los cómics matemáticos como muy buena. Las respuestas de los estudiantes a los cómics fueron positivas.

3.2.1. Cómics comerciales diseñados como herramienta pedagógica para la enseñanza de las matemáticas

Aparte del uso de los cómics como herramienta pedagógica para la enseñanza de las matemáticas que hemos comentado previamente, también existen varios cómics comerciales (es decir, con vocación de ser vendidos en tiendas, supermercados y otros puntos de venta) que no por ello abandonan el carácter pedagógico dentro de las matemáticas. Vamos a hablar de algunos de estos cómics.

La editorial catalana *Bang Ediciones* publica una colección llamada *Mamut Listo* que versa sobre matemáticas y su historia. Esta colección cuenta con edición en tres idiomas: castellano, catalán y francés (se publica, por tanto, en Francia y España). En esta colección, quien suscribe esta tesis es el guionista y el ilustrador es José Pérez Zarzoso, autor que firma sus obras como Zarzo. El eje central de estos cómics son las biografías de grandes matemáticos, acompañadas por unos extensos contenidos extras que incluyen aclaraciones históricas, ejercicios matemáticos y curiosidades sobre los personajes biografiados.

Tabla 4. Títulos y portadas de la colección Mamut Listo en sus diferentes versiones idiomáticas

(castellano)	(catalán)	(francés)
Gauss, el príncipe de los matemáticos	Gauss, el príncep dels matemàtics	Gauss, le prince des mathématiques
		
Arquímedes, el mejor matemático de la Antigüedad	Arquimedes, el millor matemàtic de l'Antiguitat	Archimède, le meilleur mathématicien de l'Antiquité
		
Emmy Noether, pasión por las matemáticas	Emmy Noether, passió per les matemàtiques	Emmy Noether, passion pour les mathématiques
		
Galois, el matemático rebelde	Galois, el matemàtic rebel	Galois, le mathématicien rebelle
		
Florence Nightingale, la dama de la lámpara	Florence Nightingale, la dama del llum	Florence Nightingale, la dame à la lampe
		

Fuente: elaboración propia.

A continuación, exponemos algunas páginas de muestra de la colección *Mamut Listo*, tanto de la parte de cómic propiamente dicha como de los contenidos extra:

Figura 7. Página 38 del álbum Florence Nightingale, la dama de la lámpara (Selvi y Zarzo, 2022)

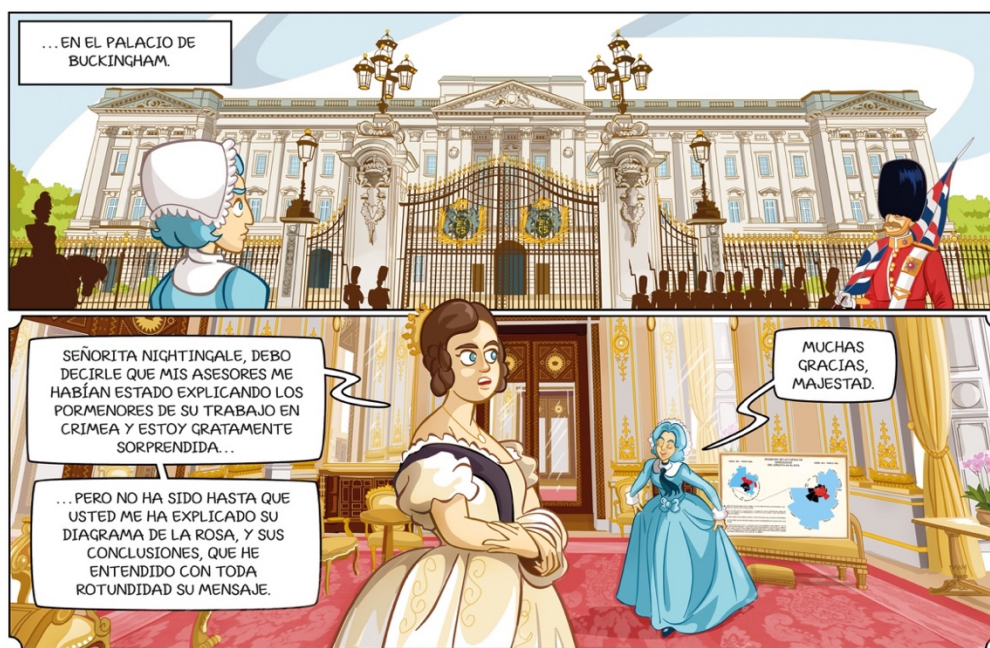


Figura 8. Página 39 del álbum Florence Nightingale, la dama de la lámpara (Selvi y Zarzo, 2022)

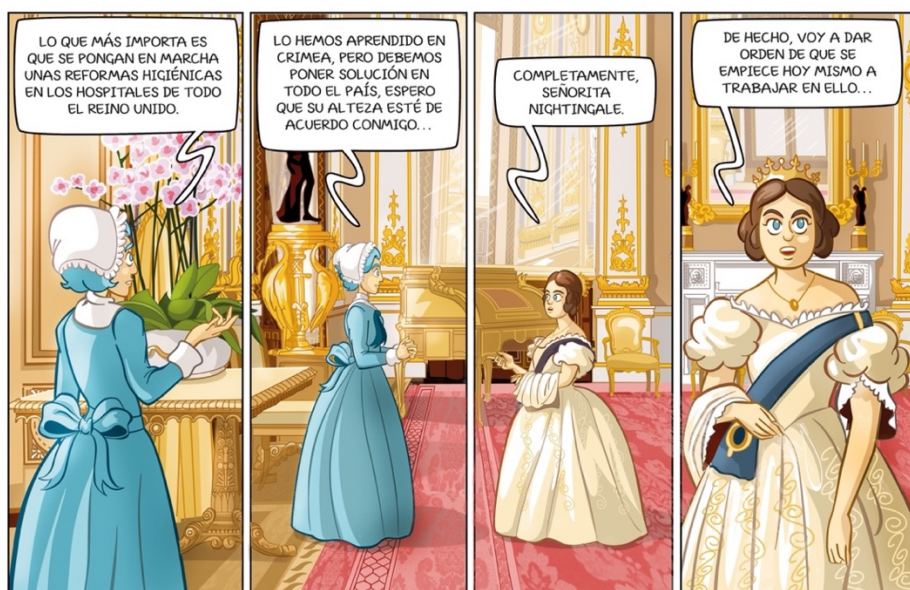


Figura 9. Página 54 del álbum Arquímedes, el mejor matemático de la Antigüedad (Selvi y Zarzo, 2018)

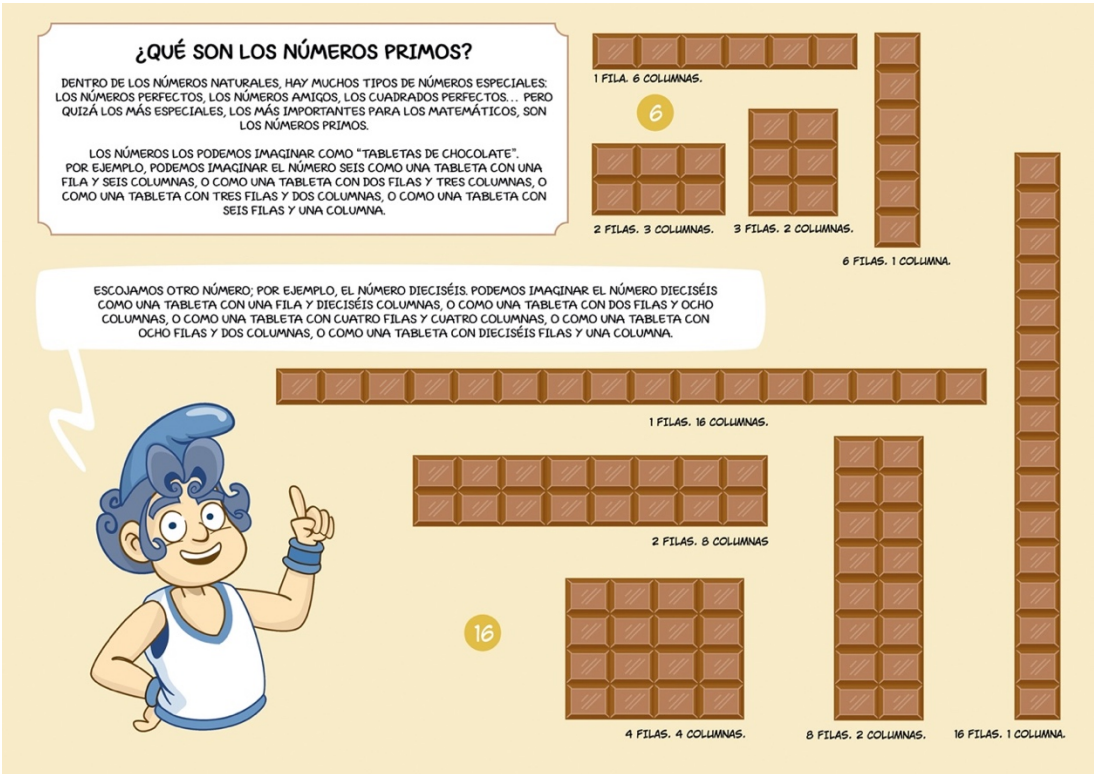


Figura 10. Página 52 del álbum Emmy Noether, pasión por las matemáticas (Selvi y Zarzo, 2020)

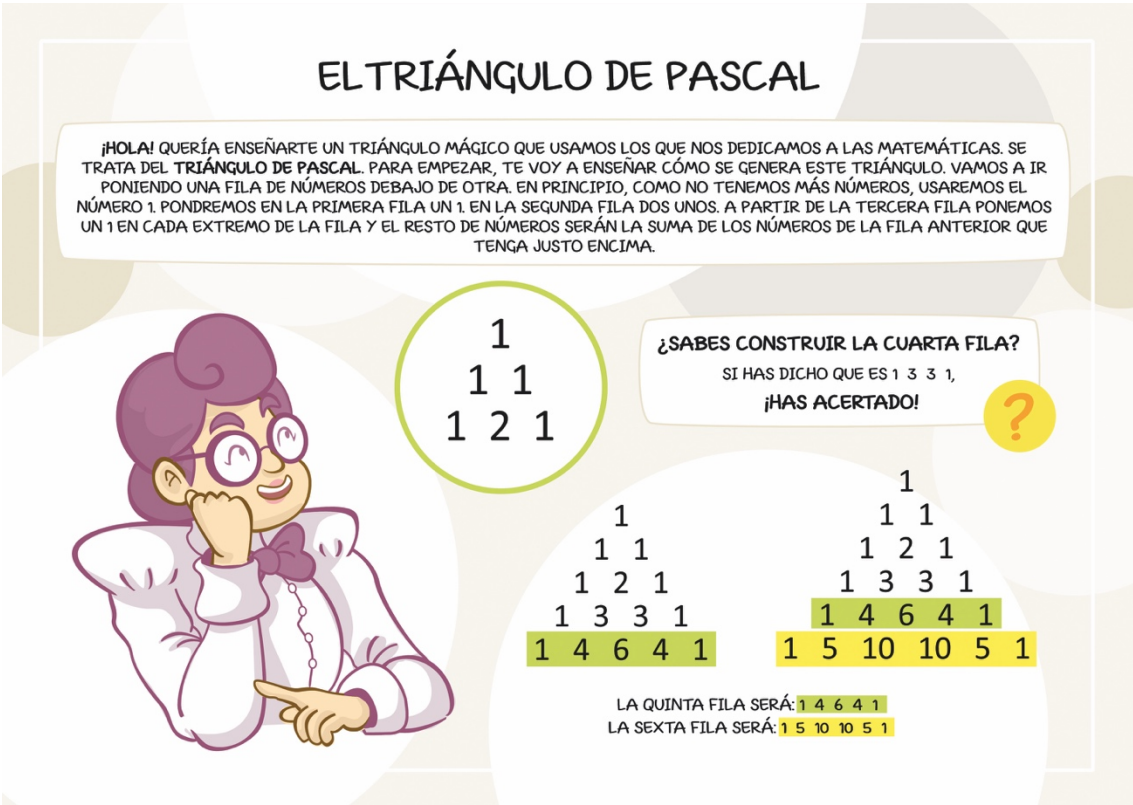


Figura 11. Página 59 del álbum Arquímedes, el mejor matemático de la Antigüedad (Selvi y Zarzo, 2018)

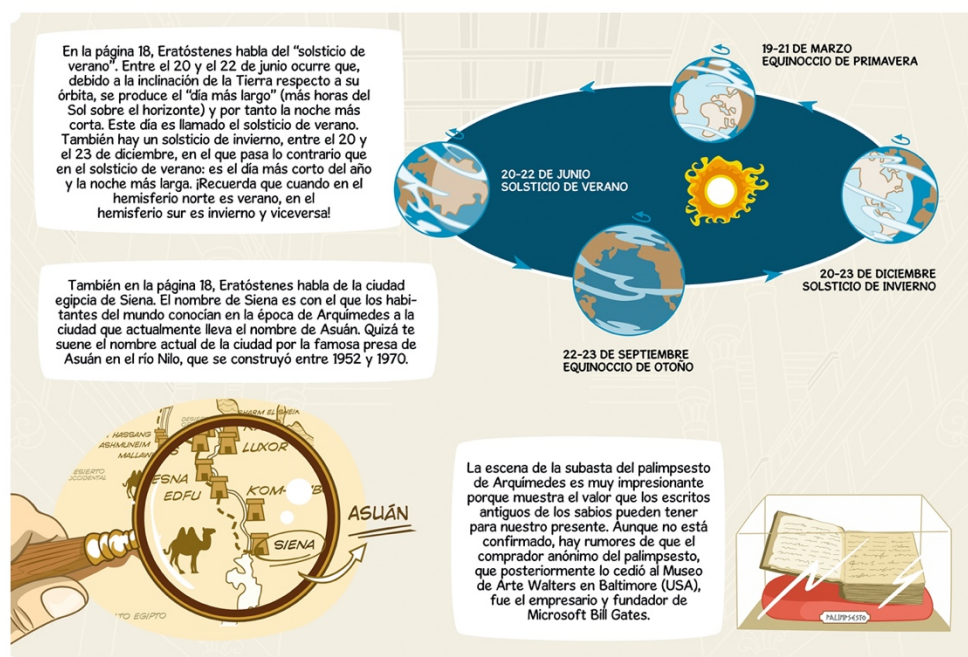


Figura 12. Página 54 del álbum Gauss, el príncipe de los matemáticos (Selvi y Zarzo, 2018)



La colección *Mamut Listo* ha tenido una repercusión relativamente importante en publicaciones digitales, como por ejemplo es el caso del reputado blog sobre ciencia Principia, que reseñó² los dos primeros álbumes (*Gauss* y *Arquímedes*). El álbum de *Gauss* recibió una interesante reseña³ en la revista académica sobre cómic *Cuadernos de Cómic*. La asociación profesional de guionistas de cómic de España, ¡ARGH!, también analizó en profundidad⁴ el lanzamiento del tercer álbum de la colección *Emmy Noether*, pasión por las matemáticas. La colección *Mamut Listo* también ha tenido cierta repercusión en los medios franceses (donde se publica como *Mamut Savant*). Por ejemplo, el conocido divulgador de contenido matemático en la plataforma *YouTube* Manu Houdart hizo un curiosísimo recorrido por la vida de la matemática Emmy Noether a través de las páginas del cómic de *Mamut Savant*, al mismo tiempo que recomendaba su compra. Se puede encontrar⁵ en su canal de *YouTube* llamado *VERY MATH TRIP*.

Esta colección de cómics didácticos está pensada para lectores a partir de nueve años y trabaja especialmente el amor por las matemáticas a través de las biografías de sus protagonistas históricos, sin renunciar a la enseñanza de conceptos matemáticos explicados ora en las propias biografías, ora en los materiales complementarios de los que acabamos de mostrar algunos ejemplos gráficos.

Otro cómic comercial y didáctico sobre matemáticas es el conocido *The cartoon guide to Algebra* (Gonick, 2015). Este trabajo de Gonick, autor de una serie multivendida de libros divulgativos dentro de la serie *Cartoon Guide*, está pensado para lectores adultos con una cierta base matemática. No corresponde exactamente, pues, con el objeto de esta tesis, a pesar de compartir dos de sus elementos más importantes: cómic y álgebra. El hecho de no estar diseñado para ser trabajado por estudiantes de secundaria aleja esta obra de la posibilidad de ser un referente real para esta tesis. Sin embargo, el parecido temático (álgebra) y de lenguaje narrativo (cómics) hacen necesaria siquiera una pequeña revisión de este trabajo.

Gonick se ayuda del lenguaje del cómic para explicar el álgebra, pero no hace un uso exclusivo del cómic. También utiliza un lenguaje literario, al estilo de una novela, que no enmarca dentro de ningún bocadillo (conocido recurso del cómic). Es decir, el tratamiento de cómic de esta obra no es al 100%, ya que no es el único lenguaje que utiliza. En opinión de quien suscribe esta tesis, este libro es un buen material divulgativo de las matemáticas para estudiantes de bachillerato o primeros cursos universitarios.

² <https://principia.io/2019/05/27/biografias-de-gauss-y-arquimedes-en-mamut-listo.ljkzNSI/>

³ <https://erevistas.publicaciones.uah.es/ojs/index.php/cuadernosdecomic/article/view/1195>

⁴ <https://www.argh.es/santi-selvi-publica-emmy-noether/>

⁵ <https://www.youtube.com/watch?v=Sg32PG6TRpM>

Capítulo 4. Unidad didáctica

La elección del tema de álgebra y del nivel de 1.º de Educación Secundaria Obligatoria no es baladí. El álgebra es la primera de las áreas matemáticas escolares que aparecen en el currículo y que exigen del alumnado un cierto nivel de abstracción, lo que provoca una ruptura respecto de sus experiencias matemáticas previas. Esta ruptura ocurre justo en el curso de 1.º de la Educación Secundaria Obligatoria (a partir de ahora, ESO), cuando el alumnado tiene (sin repetición mediante) 11 o 12 años.

Esta ruptura ha sido ampliamente estudiada y se la conoce con muchos nombres, entre ellos, el de «discontinuidad didáctica». Herscovics y Linchevski (1994) describen esta discontinuidad didáctica o brecha cognitiva como la incapacidad de los estudiantes para operar espontáneamente con o sobre lo desconocido. Además, el estudio revela otras dificultades de carácter preálgebraico como la tendencia a separar un numeral del signo menos precedente en la agrupación de términos numéricos y problemas en la aceptación del símbolo igual para denotar una descomposición en diferencia como en $23=37-n$ lo que lleva a algunos estudiantes a leer tales ecuaciones de derecha a izquierda.

En los primeros años de álgebra, los estudiantes a menudo tienen dificultades para resolver ecuaciones. Van Amerom (2003) diseñó un prototipo de línea de aprendizaje de preálgebra que toma las estrategias informales (aritméticas) de los estudiantes como punto de partida para resolver ecuaciones. Con el fin de poner a disposición las habilidades y herramientas necesarias para manipular ecuaciones, se estimula y guía a los estudiantes para que desarrollen un lenguaje algebraico, notaciones y razonamiento adecuados. Uno de los resultados de su estudio es que el razonamiento y la simbolización parecen desarrollarse como capacidades independientes. Por ejemplo, los estudiantes de los grados 6 y 7 pueden resolver ecuaciones tanto a nivel formal como informal, pero se ha descubierto que la simbolización formal es un obstáculo importante.

Y es que los problemas con el álgebra simbólica no acaban tras los estudios de lo que en España conocemos como Secundaria. Clement (1982) describe datos de pruebas que muestran que una gran proporción de estudiantes universitarios orientados a la ciencia no pudieron resolver un tipo de problema de álgebra muy simple. Presentó varios protocolos de pensamiento en voz alta para (a) formular hipótesis sobre por qué ocurrieron los errores, (b) examinar el fenómeno de los cambios entre enfoques inconsistentes dentro de una única solución y (c) ilustrar un método para diagramar procesos de pensamiento. Los datos indican que los estudiantes relativamente avanzados pueden experimentar serias dificultades para simbolizar ciertas relaciones significativas con ecuaciones algebraicas.

Filloy et al. (2010) centran su estudio en el progreso de la sintaxis algebraica una vez que los estudiantes han superado los obstáculos iniciales encontrados en la transición hacia el álgebra simbólica. En concreto, analizan el progreso de los alumnos en la operación sobre

la incógnita, cuando esta se representa mediante una expresión que implica una segunda incógnita. En términos curriculares, los estudiantes se enfrentan a esta situación cuando aprenden los métodos clásicos para resolver sistemas que involucran dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Los resultados de este estudio empírico muestran que extender la sintaxis algebraica anterior al segundo nivel de representación de la incógnita requiere reconceptualizaciones fundamentales como la de la ecuación algebraica y la de la incógnita matemática.

La introducción del álgebra (ya un área densa de por sí) conlleva una serie de dificultades añadidas para el profesorado, como, por ejemplo, la necesidad de introducir nuevas formas de planteamiento y resolución de problemas (que hasta ese momento se habían resuelto de manera puramente aritmética). Casualmente, esta brecha cognitiva coincide exactamente en el periodo de paso de la etapa de Educación Primaria a Educación Secundaria.

Es por todo lo expuesto previamente, que nos decidimos a crear un material didáctico para apoyar al profesorado y ayudar a la comprensión del alumnado en esta difícil transición de la aritmética al álgebra. Obviamente, apoyado por los estudios previos (ver Introducción) que indicaban que el cómic puede ser un excelente material didáctico y pedagógico en el aula.

Nuestra idea fue la creación de una unidad didáctica que sustituyera (o pudiera sustituir) totalmente al libro de texto en la materia del álgebra de 1.º de ESO. La novedad, la innovación, consistía en que esta unidad didáctica iba a estar realizada en su totalidad en formato de cómic. Con dicho objetivo en mente, lo primero fue buscar un equipo de trabajo que pudiera asumir la creación y elaboración de dicho cómic.

4.1. Currículo oficial de la materia de matemáticas en 1º de ESO en la Comunidad Valenciana

Teniendo como objetivo de nuestro trabajo la creación de una unidad didáctica, en formato de cómic, del álgebra de 1.º de ESO, era más que pertinente, antes de iniciar el proceso de creación de la unidad didáctica, llevar a cabo un análisis pormenorizado de los contenidos a desarrollar.

En el currículo oficial de matemáticas del primer ciclo de la ESO (lo que comprende los niveles de 1.º y 2.º de ESO) de la Comunidad Valenciana encontramos (dentro de los bloques 1 y 2) los siguientes contenidos:

BLOQUE 1.- Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver

subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.

BLOQUE 2.- Números y álgebra

- Iniciación al lenguaje algebraico.
- Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa.
- El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica.
- Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.
- Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.
- Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos algebraicos de resolución y método gráfico. Resolución de problemas.

Esto significa que hay que transmitir al alumnado una serie de conceptos nuevos (nada de esta área de las matemáticas se ha trabajado previamente en la Educación Primaria), tales como lenguaje algebraico, valor numérico de una expresión algebraica, identidades, polinomios, ecuaciones, ecuaciones de primer grado, ecuaciones de segundo grado.

4.2. Análisis de los libros de texto de matemáticas en el mercado editorial español

Decidimos, pues, realizar un análisis de los contenidos algebraicos de los libros de texto de matemáticas para 1.º de ESO de las editoriales más implantadas, no solo ya en la Comunidad Valenciana sino en diferentes territorios españoles (queremos recordar aquí que los currículos educativos son ligeramente diferentes en diferentes comunidades autónomas españolas). Hemos acudido a libros de texto de la Comunidad Valenciana, de Andalucía y de Galicia. El hecho de tener las tres versiones autonómicas de una de las editoriales más implantadas en nuestro país (nos referimos a la editorial Anaya) permite hacer comparaciones muy claras.

Consideramos que no es necesario hacer una compilación exhaustiva de libros de texto, sino simplemente una recopilación de ejemplares variados. Las primeras aproximaciones a estos ejemplares confirman de manera consistente nuestra hipótesis previamente comentada, pues los contenidos son esencialmente similares.

El resultado de esta búsqueda viene reflejado en las siguientes tablas:

Tabla 5. Contenido sobre álgebra de 1º de la ESO, según las diferentes editoriales

Editorial Anaya (CV) Letras en vez de números (representar números en clave, generalizar relaciones, expresar propiedades numéricas, expresar y operar números desconocidos, codificar matemáticamente un problema y facilitar su resolución), expresiones algebraicas (monomios, suma y resta de monomios, multiplicación de monomios, multiplicación de un monomio por una suma, división de monomios), ecuaciones (igualdades algebraicas: ecuaciones e identidades, elementos de una ecuación, ecuaciones equivalentes, qué es resolver una ecuación), primeras técnicas para la resolución de ecuaciones (resolución de la ecuación $x+a=b$, resolución de la ecuación $x-a=b$, resolución de la ecuación $ax=b$, resolución de la ecuación $x/a=b$), resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita, resolución de problemas con ayuda de las ecuaciones.	Editorial Anaya (Andalucía) Letras en vez de números (expresar propiedades aritméticas, generar la evolución de una serie, expresar relaciones entre magnitudes, fórmulas, expresar y operar números desconocidos, codificar matemáticamente un problema y facilitar su resolución), expresiones algebraicas (monomios, polinomios, suma y resta de monomios y polinomios, multiplicación de monomios, multiplicación de un monomio por un polinomio, división de monomios), ecuaciones (igualdades algebraicas: ecuaciones e identidades, elementos de una ecuación, ecuaciones equivalentes), primeras técnicas para la resolución de ecuaciones (resolución de la ecuación $x+a=b$, resolución de la ecuación $x-a=b$, resolución de la ecuación $ax=b$, resolución de la ecuación $x/a=b$), resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita (algunas cuestiones a tener en cuenta, práctica en la resolución de ecuaciones), resolución de problemas mediante ecuaciones.
Editorial Anaya (Galicia) Letras en vez de números (expresar propiedades aritméticas, generalizar relaciones numéricas, expresar relaciones entre magnitudes, fórmulas, expresar y operar números desconocidos, codificar matemáticamente un problema y facilitar su resolución), expresiones algebraicas (monomios, polinomios, suma y resta de monomios y polinomios, multiplicación de monomios, multiplicación de un monomio por un polinomio, división de monomios), ecuaciones (igualdades algebraicas: ecuaciones e identidades, elementos de una ecuación, ecuaciones equivalentes, qué es resolver una ecuación), primeras técnicas para la resolución de ecuaciones (resolución de la ecuación $x+a=b$, resolución de la ecuación $x-a=b$, resolución de la ecuación $ax=b$, resolución de la ecuación $x/a=b$), resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita (algunas cuestiones a tener en cuenta, práctica en la resolución de ecuaciones), resolución de problemas mediante ecuaciones.	Edelvives (CV) Lenguaje algebraico, expresión algebraica, términos, parte literal, coeficiente, incógnitas, valor numérico de una expresión algebraica, monomio, grado de un monomio, polinomio, suma y resta de monomios, multiplicación y división de monomios, igualdad, identidad, ecuación, miembros de una ecuación, soluciones de una ecuación, resolución de ecuaciones de primer grado, resolución de ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores, resolución de problemas mediante ecuaciones.
SM (CV) Igualdad y ecuaciones (ecuación, solución de una ecuación), reglas de la suma y el producto (ecuaciones equivalentes, regla de la suma, regla del producto), resolución de ecuaciones de primer grado (despejar la incógnita, ecuaciones con paréntesis), técnicas y estrategias para plantear y resolver una ecuación.	Santillana (CV) Expresiones algebraicas, lenguaje algebraico, términos, valor numérico de una expresión algebraica, monomios, suma y resta de monomios, producto y cociente de monomios, ecuación, miembros de una ecuación, incógnita de una ecuación, ecuaciones equivalentes.

Fuente: *elaboración propia.*

Aparte de para realizar un análisis de contenidos, también utilizamos los libros de texto para analizar la estructura de la unidad didáctica de álgebra en dichos libros de matemáticas para el nivel de 1.º de ESO.

Tabla 6. Estructura de la unidad didáctica sobre álgebra de 1º de la ESO, según las diferentes editoriales

Editorial Anaya (CV)	Editorial Anaya (Andalucía)
1. Letras en vez de números 2. Expresiones algebraicas 3. Ecuaciones 4. Primeras técnicas para la resolución de ecuaciones 5. Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita 6. Resolución de problemas con ayuda de las ecuaciones Ejercicios y problemas	1. Letras en vez de números 2. Expresiones algebraicas 3. Ecuaciones 4. Primeras técnicas para la resolución de ecuaciones 5. Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita 6. Resolución de problemas mediante ecuaciones Ejercicios y problemas
Editorial Anaya (Galicia)	Edelvives (CV)
1. Letras en vez de números 2. Expresiones algebraicas 3. Ecuaciones 4. Primeras técnicas para la resolución de ecuaciones 5. Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita 6. Resolución de problemas mediante ecuaciones Ejercicios y problemas	1. Lenguaje algebraico 2. Expresiones algebraicas y valor numérico 3. Monomios y polinomios 4. Suma y resta de monomios 5. Multiplicación y división de monomios 6. Igualdades, identidades y ecuaciones 7. Resolución de ecuaciones de primer grado 8. Resolución de ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores 9. Resolución de problemas mediante ecuaciones
SM (CV)	Santillana (CV)
1. Igualdades y ecuaciones 2. Reglas de la suma y del producto 3. Resolución de ecuaciones de primer grado 4. Técnicas y estrategias 5. Lo más importante 6. Actividades 7. Planeta matemático	1. Expresiones algebraicas El lenguaje algebraico Valor numérico de una expresión algebraica Monomios Ecuaciones ¿Qué es una ecuación? Ecuaciones equivalentes Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita Resolución algebraica de problemas Ideas Claras Actividades para repasar Actividades para ampliar Estrategias Evaluación

Fuente: *elaboración propia.*

Para dotar, pues, a nuestra unidad didáctica en forma de cómic de una estructura, analizamos lo común a todos los libros de texto analizados, que resultó ser lo siguiente:

- Lenguaje algebraico y expresiones algebraicas.
- Monomios y sus operaciones.
- Polinomios y sus operaciones.
- Ecuaciones: concepto y significado.
- Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Esta será, por lo tanto, la estructura básica de nuestra unidad didáctica.

Dado que nuestra idea era hacer un cómic que pudiera funcionar perfectamente como un sustituto del libro de texto tradicional, al menos en la unidad didáctica referente al álgebra en el nivel de 1.º de ESO, también nos interesamos por la extensión, la cantidad de

páginas, que ocupan dicha unidad didáctica en los libros de texto estudiados. Los datos son estos:

Tabla 7. Páginas dedicadas en los manuales sobre álgebra de 1º de la ESO, según las diferentes editoriales

Editorial	Número de páginas	Editorial	Número de páginas
Editorial Anaya (CV)	22	Editorial Anaya (Andalucía)	24
Editorial Anaya (Galicia)	22	Edelvives (CV)	23
SM (Gauss) (CV)	14	Santillana (CV)	16

Fuente: *elaboración propia.*

La media aritmética del número de páginas es: $(22+24+22+23+14+16)/6 = 121/6 = 20.16$. Es por ello que a la hora de crear nuestra unidad didáctica nuestra decisión fue estar en torno a las 20 páginas.

4.3. Creación de la unidad didáctica en cómic

Con toda la información obtenida tras el estudio pormenorizado de los libros de texto, y cotejando toda la información recabada con el currículo oficial de matemáticas para 1.º de ESO en la Comunidad Valenciana, llegamos a la conclusión de que una unidad didáctica de álgebra en formato cómic debería tener los siguientes elementos:

- Portada, ya que no hemos de perder de vista que estamos hablando de una unidad didáctica, pero también de un cómic, y casi todo cómic tiene una portada. Dicha portada aclararía el tema de estudio (álgebra) e indicaría el nombre de los autores.
- ¿Qué es el álgebra?
- Concepto de variable.
- Expresiones algebraicas.
- Monomios, coeficiente, parte literal.
- Operaciones con monomios: suma, resta, producto.
- Polinomios, polinomio completo, polinomio ordenado.
- Operaciones con polinomios: suma, resta, producto.
- Ecuaciones: concepto.
- Miembros de una ecuación.
- Ecuación de primer grado.
- Trasposición de términos, ecuaciones de primer grado sin paréntesis.
- Solución de una ecuación de primer grado.
- Ecuaciones de primer grado con paréntesis.
- Resumen del tema.
- Ejercicios finales.

En este punto, se trataba de encontrar un artista adecuado para elaborar gráficamente el cómic. En la industria española del cómic hay pocos autores especializados en cómic infantil o juvenil, pero uno de ellos es precisamente José Pérez Zarzoso, o Zarzo, como firma sus obras. Zarzo ya había trabajado con quien suscribe esta tesis en varios cómics previos de carácter científico y divulgativo, de corte infantil-juvenil. Era, por tanto, una elección interesante, que iba a permitir la cooperación y la colaboración desde el primer momento.

Por tanto, se le propuso a Zarzo participar en la creación de este cómic, explicándole todas las características que considerábamos necesarias:

- El cómic debía ser exacto y correcto en su vertiente matemática.
- El cómic debía ser claro, comprenderse con facilidad.
- El cómic debía tener un estilo gráfico que enganchara a un lector objetivo de 11 o 12 años.

Zarzo aceptó y se comenzó a trabajar en el proceso creativo del cómic. Con todos los requisitos comentados previamente, nos dispusimos a crear el guion del cómic. Se introduce como anexo 1. Este guion desarrollaba el contenido de todas las páginas del cómic, que finalmente quedó como se puede apreciar en el anexo 2.

En la creación de un cómic, aunque sea de corte didáctico, es necesario tener una trama que desarrollar. En este caso, la idea era crear a un grupo de alumnos y alumnas de una clase de 1.º de ESO que se iban a encargar de explicar (en forma de trabajo grupal) el tema del álgebra al resto de sus compañeros de clase, por lo que se lo tenían que preparar previamente. Esa era la trama del cómic ÁLGEBRA.

En los comics destinados al público más infantil o preadolescente, la creación de personajes con los que dicho público pueda empatizar es de gran relevancia. Según la trama del cómic que se acaba de comentar, los protagonistas iban a ser un grupo de alumnos y alumnas de 1.º de ESO (decidimos usar a cinco protagonistas) mientras que los secundarios iban a ser sus compañeros y compañeras de clase, así como el profesor que desempeñaría el rol de maestro de ceremonias.

Dado que el contenido matemático a explicar era el álgebra, donde tiene una gran importancia la utilización de letras que representen cantidades, se decidió nombrar a los cinco protagonistas con nombres que comenzaran con las letras A, B, C, D, E. Así que los protagonistas se llamaron Andrés, Beni, Carla, Damián y Elías.

Figura 13. Personajes del cómic Álgebra



ANDRÉS



BENI



CARLA



DAMIÁN



ELÍAS

Tras haber concluido la producción de las veintiuna páginas del cómic (más la portada), el cómic ya estaba acabado, pero había que testarlo. Antes de lanzarlo a su público objetivo, decidimos (como es frecuente hacer con los cómics) enviarlo en formato PDF a algunas personas expertas que pudieran darnos opiniones y sugerencias, esencialmente en lo que se refiere a su contenido matemático. Para garantizar que se estaban tratando adecuadamente los contenidos de la unidad didáctica, el que suscribe esta tesis solicitó a Amparo Morant y Pepe Barberà, profesores de matemáticas del colegio Luz Casanova de Valencia, que revisaran el contenido matemático y el desarrollo del cómic. Asimismo, se solicitó a Daniel Macián, profesor de matemáticas del Col·legi Sant Francesc de Guadassuar (Valencia) que revisara la unidad didáctica. Las sugerencias que fue indicando en cada una de las páginas de la unidad didáctica nos resultaron de gran valor y ayuda.

Con las modificaciones que tanto el ilustrador como el guionista introdujeron, siguiendo todas las sugerencias y recomendaciones del profesorado que había leído el texto, se dio

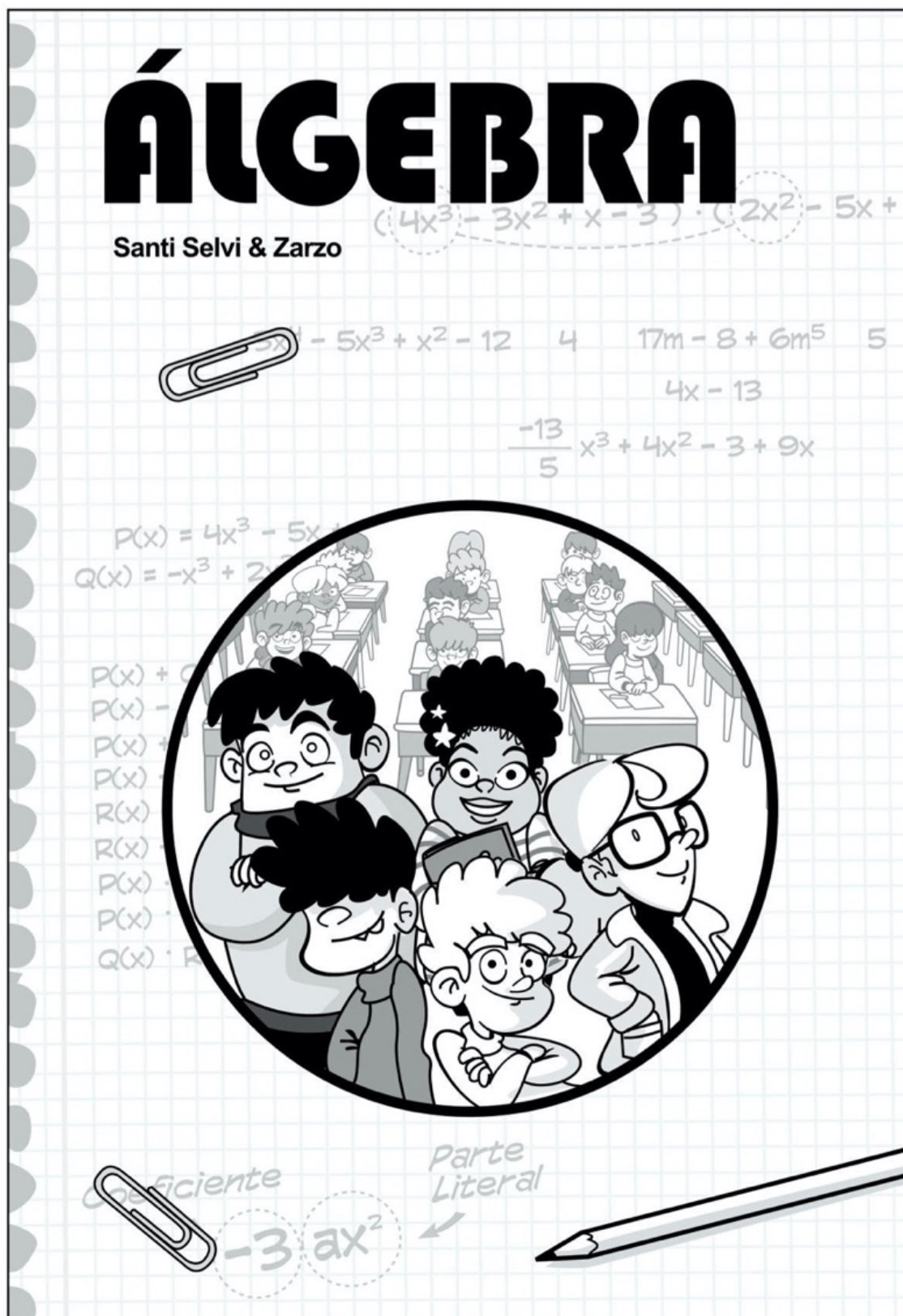
el cómic por terminado. Con su finalización, quedaba un último e importante paso: difundirlo para comprobar qué impacto causaba entre el personal docente y el alumnado.

4.4. Análisis página a página del cómic

Como casi todos los cómics (a excepción de las tiras de prensa y pocos casos más), este cómic de Álgebra debía tener una portada que lo identificara. En ella decidimos incluir los elementos típicos de las portadas de cómic, como son:

- El título de la historia (Álgebra).
- El nombre de los autores (Santi Selvi y Zarzo).
- Una imagen con los cinco personajes protagonistas de la historia: Andrés, Beni, Carla, Damián y Elías.
- Imágenes que dejaran claro desde el inicio que se trataba de un cómic para ser trabajado en instituciones educativas, como por ejemplo los clips y el lápiz.
- Una imagen de fondo, con cierta transparencia, que mostrara parte de los ejercicios y explicaciones que van a aparecer en el cómic.
- Los huecos grises a la izquierda de la página. Pueden parecer irrelevantes, pero estos huecos grises nos recuerdan a un cuaderno escolar y refuerzan la idea de que este es un cómic para ser trabajado en el aula.

Figura 14. Portada del cómic Álgebra



Página 1.

La historia comienza con un plano general mostrando el patio de un colegio, con lo que logramos dejar claro que la acción va a transcurrir en dicho colegio. En la primera viñeta, a través de los diálogos, ya se anuncia también la trama de la historia: el profesor ha encargado a un grupo de alumnos que expliquen el tema de álgebra.

En las siguientes viñetas conocemos la actitud de los protagonistas ante este desafío que no parecen arrugarse precisamente; lo que, es más, empiezan a organizarse enseguida para elaborar el trabajo.

En esta página aún no conocemos el nombre de los personajes protagonistas, pero ya se les puede ver a todos.

Figura 15. Página 01 del cómic Álgebra



Esta página sirve para que el lector vea cómo los personajes han organizado la búsqueda de información. Aunque es un cómic sobre matemáticas, no deja de ser un cómic escolar y hay que aprovechar cualquier momento para reforzar valores y técnicas de estudio. En este caso, quedan patentes las posibilidades que ofrece el trabajo en equipo cuando este está bien hecho.

Analizamos el grupo de personajes protagonistas: son tres chicos y dos chicas de los que aún no se saben sus nombres. Este «elemento de suspense» funciona con el alumnado como gancho para que deseen continuar la lectura del cómic sin perder el interés. Además, hace su primera aparición el profesor del grupo, que va a ser un personaje secundario pero importante ya que es el desencadenante de toda la historia.

Figura 16. Página 02 del cómic Álgebra



Página 3.

El equipo, que a propósito de la actividad se han puesto el curioso nombre de Diofanto Team, comienza su exposición. El simple hecho de haberse puesto ese nombre puede dar lugar en el aula a una búsqueda de información por parte del alumnado sobre la figura histórica de Diofanto, que está considerado como uno de los creadores del álgebra.

En esta página conocemos el nombre del profesor, que resulta ser Santi, como el que suscribe esta tesis.

Figura 17. Página 03 del cómic Álgebra



En esta página da comienzo la exposición propiamente dicha del Diofanto Team. El lector descubre el nombre de una de las protagonistas: Carla, la chica con estrellas en el pelo. Carla y la otra componente del equipo, de la que el lector aún desconoce el nombre, empiezan a explicar que el álgebra trabaja con cantidades desconocidas y las representa con letras, al igual que la aritmética (que tan bien conoce el alumnado que ha acabado la educación primaria) trabaja con cantidades conocidas y las representa con números.

Figura 18. Página 04 del cómic Álgebra



En esta página, dos de los personajes principales acaparan el protagonismo junto a un personaje secundario. El secundario es Paula, una compañera de la clase que forma parte del Diofanto Team y participa en la explicación mostrando una duda que sus compañeros inmediatamente aprovechan para resolver.

Los personajes principales que vehiculan la acción de esta página son Andrés (el chico al que no se le ven los ojos porque se los tapa el pelo) y Damián (el más grande del equipo).

Vemos cómo se utilizan ejemplos muy cercanos a los conocimientos enciclopédicos del alumnado de doce-trece años para enganchar la lectura (Amazing Spiderman) y cómo se relacionan conceptos matemáticos con conceptos de otras materias que se estudian en el colegio, como en este caso es el inglés.

Figura 19. Página 05 del cómic Álgebra

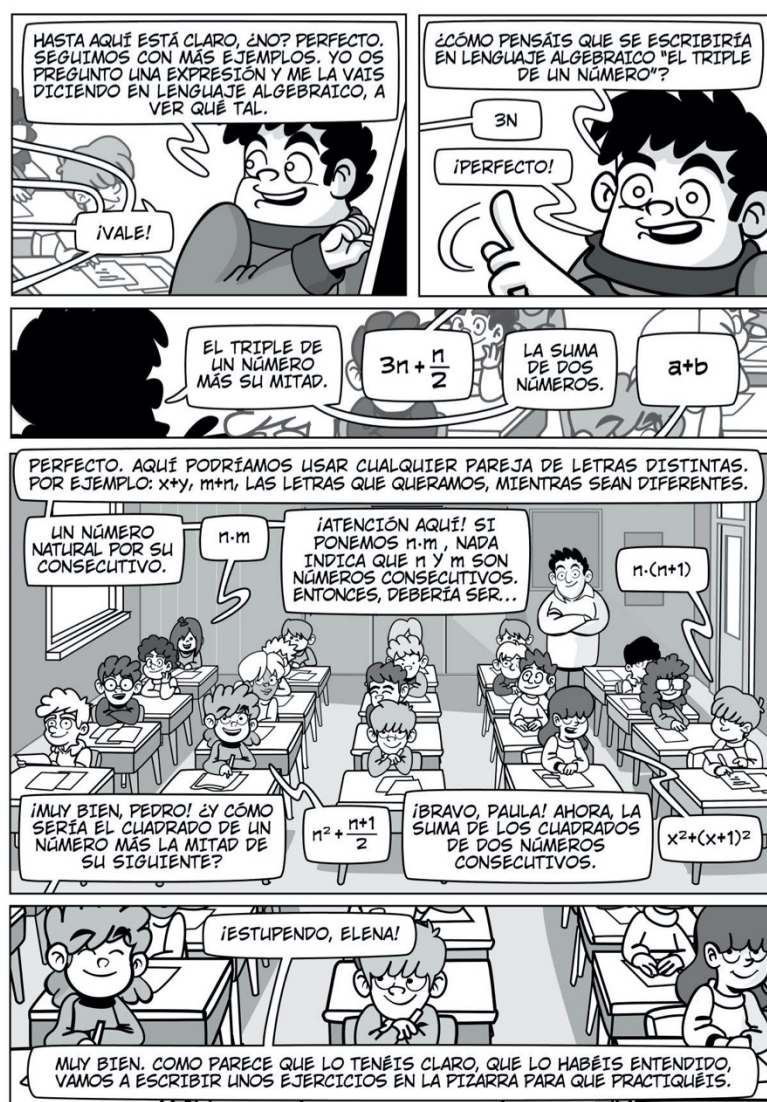


Página 6.

En esta página se refuerza el hecho de que la historia se desarrolla como una clase explicada por un grupo de alumnos. La interacción de los alumnos-profesores con los alumnos-estudiantes se desata en esta ocasión con una tanda de preguntas y respuestas sobre el lenguaje algebraico.

Destaca en esta ocasión una viñeta, que ocupa casi media página, en la que vemos la disposición en el aula del alumnado.⁶

Figura 20. Página 06 del cómic Álgebra



⁶ Como curiosidad. En una ocasión en que quien suscribe esta tesis puso en práctica en el aula este cómic para enseñar álgebra en su clase de 1º de ESO, un alumno, al llegar a esta página en concreto, levantó la mano y preguntó: «¿Dónde se sientan en esa clase los del Diofanto Team? No hay mesas libres». La mente de los alumnos es insondable.

En esta página, los miembros del Diofanto Team ponen tareas en la pizarra a sus compañeros. Se supone que los profesores que implementen este cómic en sus aulas pondrán estos ejercicios a su alumnado y posteriormente los corregirán. En cualquier caso, en la última viñeta de la página aparecen las respuestas correctas de algunos de dichos ejercicios plasmadas en el cuaderno de uno de los alumnos-estudiantes que están aprendiendo en la clase que se desarrolla en nuestra historia.

Figura 21. Página 07 del cómic Álgebra



En esta página se empiezan a explicar los monomios. Se supone que en la historia ha tenido lugar un salto temporal de un día (no es posible explicar todo el tema de álgebra en una sola sesión).

Beni, del Diofanto Team, da una definición de monomio y Andrés pide a sus compañeros de clase que no pertenecen al Diofanto Team que pongan ejemplos. Esta técnica es útil en un aula porque permite discriminar los objetos que pertenecen a una categoría de los que no pertenecen a ella y, al mismo tiempo, explicar por qué. Los miembros del Diofanto Team emplean aquí esta técnica pedagógica y también la de pedir una «definición final» tras la definición más informal aportada inicialmente por los docentes (en este caso, el Diofanto Team). En la historia, una alumna de nombre María da una respuesta más que buena.

Figura 22. Página 08 del cómic Álgebra



Tras definir lo que son los monomios, llega la hora de operar con ellos. En esta página se explica cómo se suman monomios, cómo se restan monomios y cómo se multiplican monomios. Se aportan ejemplos de todas estas operaciones. Por supuesto, queda a elección del docente la decisión de aportar o no más ejemplos y poner más ejercicios sobre los procedimientos aprendidos en esta página.

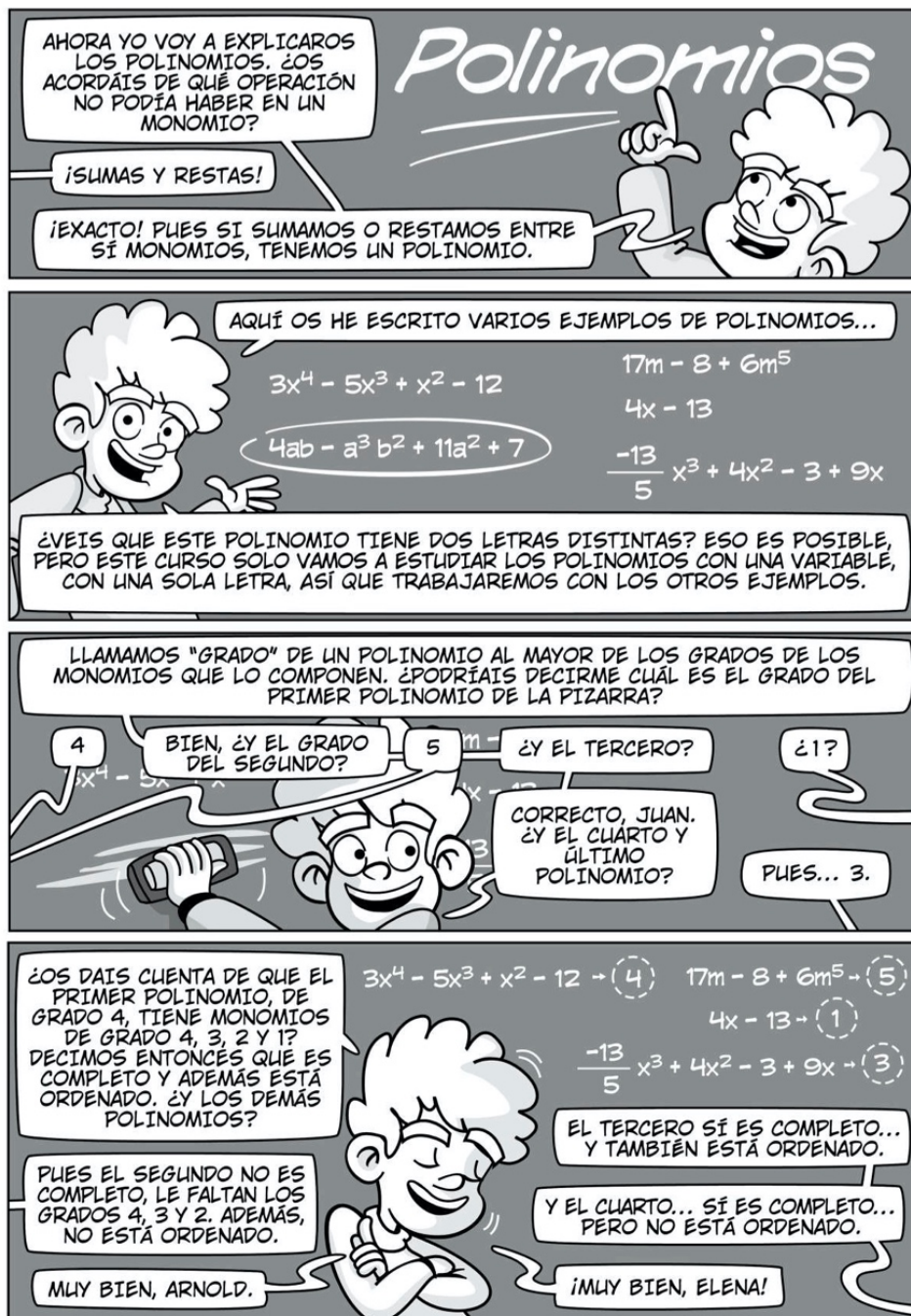
De nuevo se emplea la técnica de preguntas y respuestas; en esta ocasión los propios personajes lo llaman «ronda de preguntas rápidas». La interacción entre docentes (Diofanto Team) y discentes (resto del alumnado de la clase) tiene un flujo continuo. La idea del que suscribe esta tesis era aportar esta metodología a las aulas donde se fuera a implementar el cómic, aunque esto siempre quedará a la decisión personal del docente. En la segunda viñeta además vemos a un estudiante preguntar a «los profesores» una duda que estos se aclaran de resolver con claridad a través de un ejemplo de la vida cotidiana.

Figura 23. Página 09 del cómic Álgebra



En esta página se explica el concepto de polinomio, así como el de grado de un polinomio, términos de un polinomio, polinomio ordenado y polinomio completo. De nuevo, la interacción docentes-discentes es constante. Mediante esta técnica, el que suscribe esta tesis buscaba la replicación en las aulas reales en las que se implementara este cómic.

Figura 24. Página 10 del cómic Álgebra



Se empiezan a explicar las primeras operaciones básicas entre polinomios: suma y resta. Al final de la página se plantea una batería de ejercicios que el alumnado real deberá ir haciendo. De nuevo, recalcamos que el docente real puede ampliar con más ejercicios, o cambiar los aquí propuestos. Este cómic es un recurso más, como lo sería en otro caso un libro de texto, que el profesor puede modificar según le dicte su experiencia profesional.

Figura 25. Página 11 del cómic Álgebra

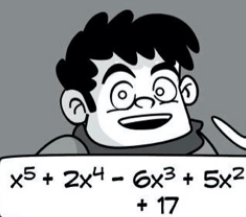
Operaciones con Polinomios

CON LOS POLINOMIOS, COMO OBJETOS MATEMÁTICOS QUE SON, TAMBIÉN PODEMOS OPERAR: SUMARLOS, RESTARLOS, MULTIPLICARLOS...



PARA SUMARLOS, SE TRATA DE SUMAR LOS MONOMIOS QUE SEAN SEMEJANTES. POR EJEMPLO, CON LOS DOS POLINOMIOS DE LA PIZARRA, LA SUMA DARÍA...

$$3x^4 - 2x^3 + x^2 - 11x + 9$$

$$x^5 - x^4 + 4x^2 - 4x^3 + 8 + x$$


PARA RESTARLOS SE HACE IGUAL, PERO TENIENDO EN CUENTA QUE AL SEGUNDO POLINOMIO HEMOS DE CAMBIARLE EL SIGNO A TODOS SUS TÉRMINOS.



$$3x^4 - 2x^3 + x^2 - 11x + 9 - (x^5 - x^4 + 4x^2 - 4x^3 + 8 + x) =$$

$$= 3x^4 - 2x^3 + x^2 - 11x + 9 - x^5 + x^4 - 4x^2 + 4x^3 - 8 - x =$$

$$= -x^5 + 4x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 12x + 1$$


OS ACONSEJO QUE PRIMERO CAMBIÉIS EL SIGNO Y LUEGO SUMÉIS. COMO ESTÁ HACIENDO BENI EN EL PIZARRA...

OS PONEMOS AQUÍ UNOS POLINOMIOS PARA QUE HAGÁIS LAS SUMAS Y LAS RESTAS QUE OS PEDIMOS, ASÍ PRACTICÁIS...



$$P(x) = -4x^2 - 5x^3 - 9x$$

$$Q(x) = 4x^3 - 7x^2 + 11x - 3$$

$$R(x) = -x^4 - x^3 + 8x - 12x^2 - 10$$

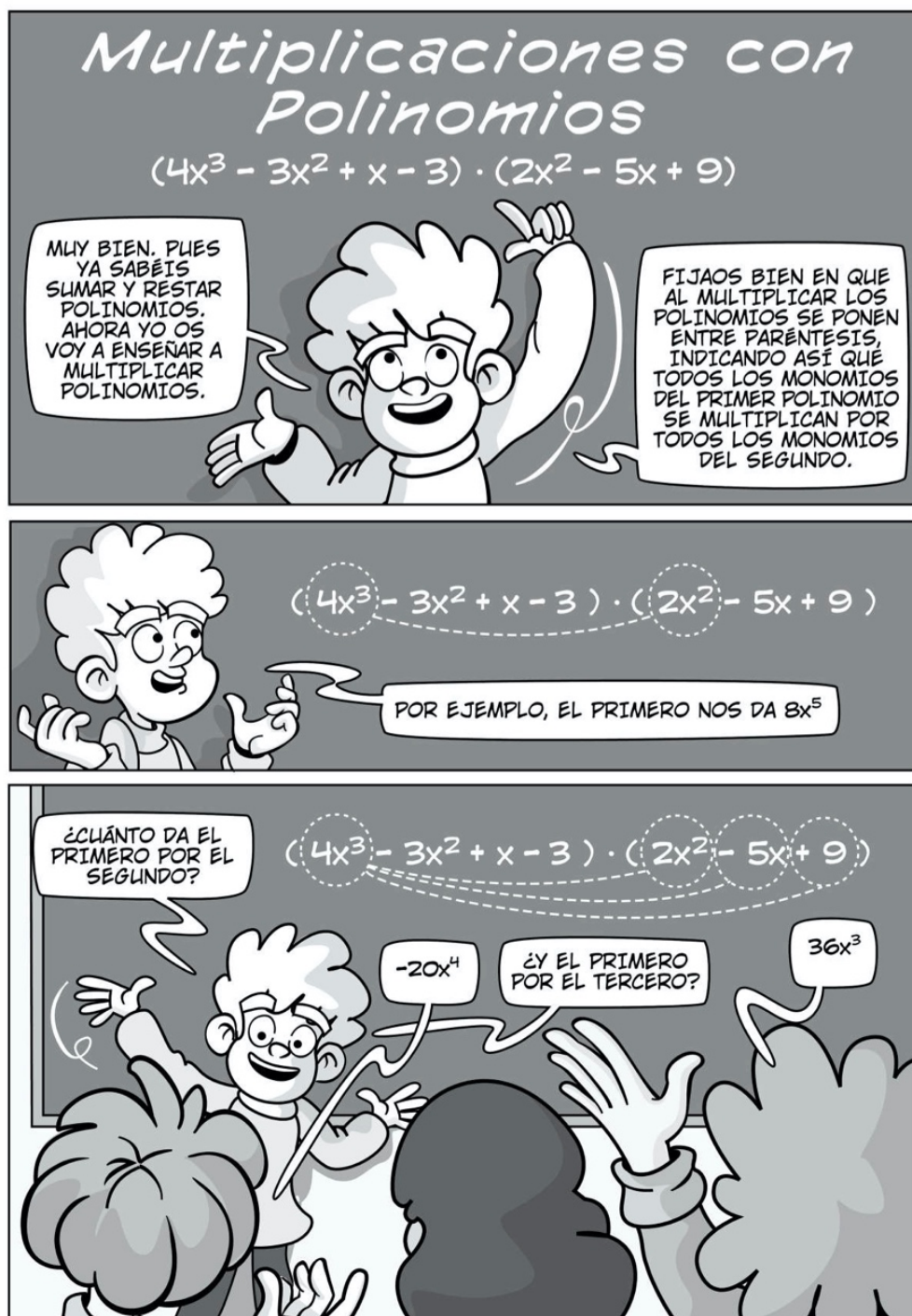
TAREAS

$P(x)+Q(x)$	$P(x)-Q(x)$	$Q(x)-P(x)$
$P(x)+R(x)$	$P(x)-R(x)$	$R(x)-P(x)$
$Q(x)+R(x)$	$Q(x)-R(x)$	$R(x)+Q(x)$

75

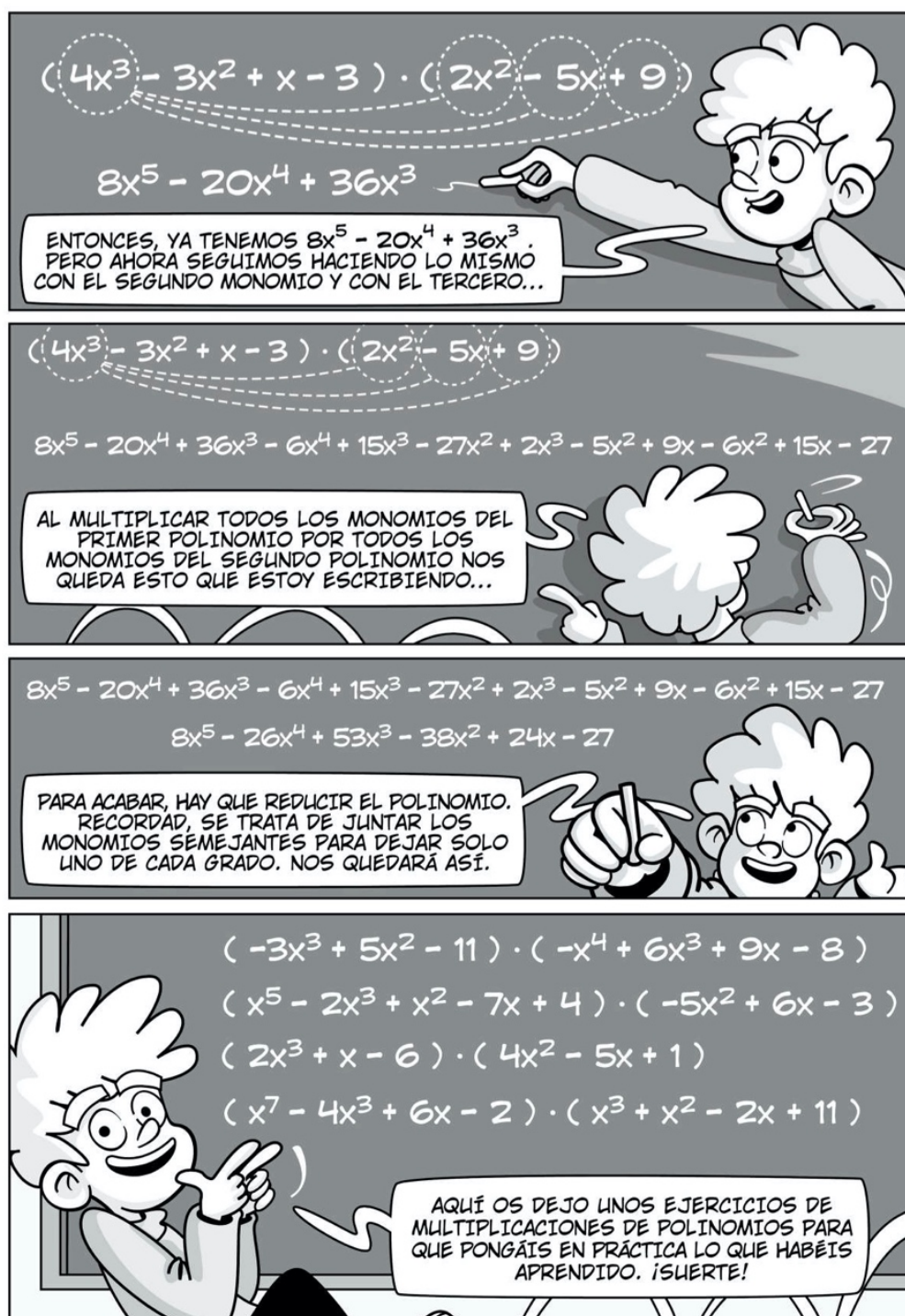
Se aborda aquí el producto de polinomios. Esta explicación es más larga que las anteriores de la unidad didáctica y va a requerir más páginas.

Figura 26. Página 12 del cómic Álgebra



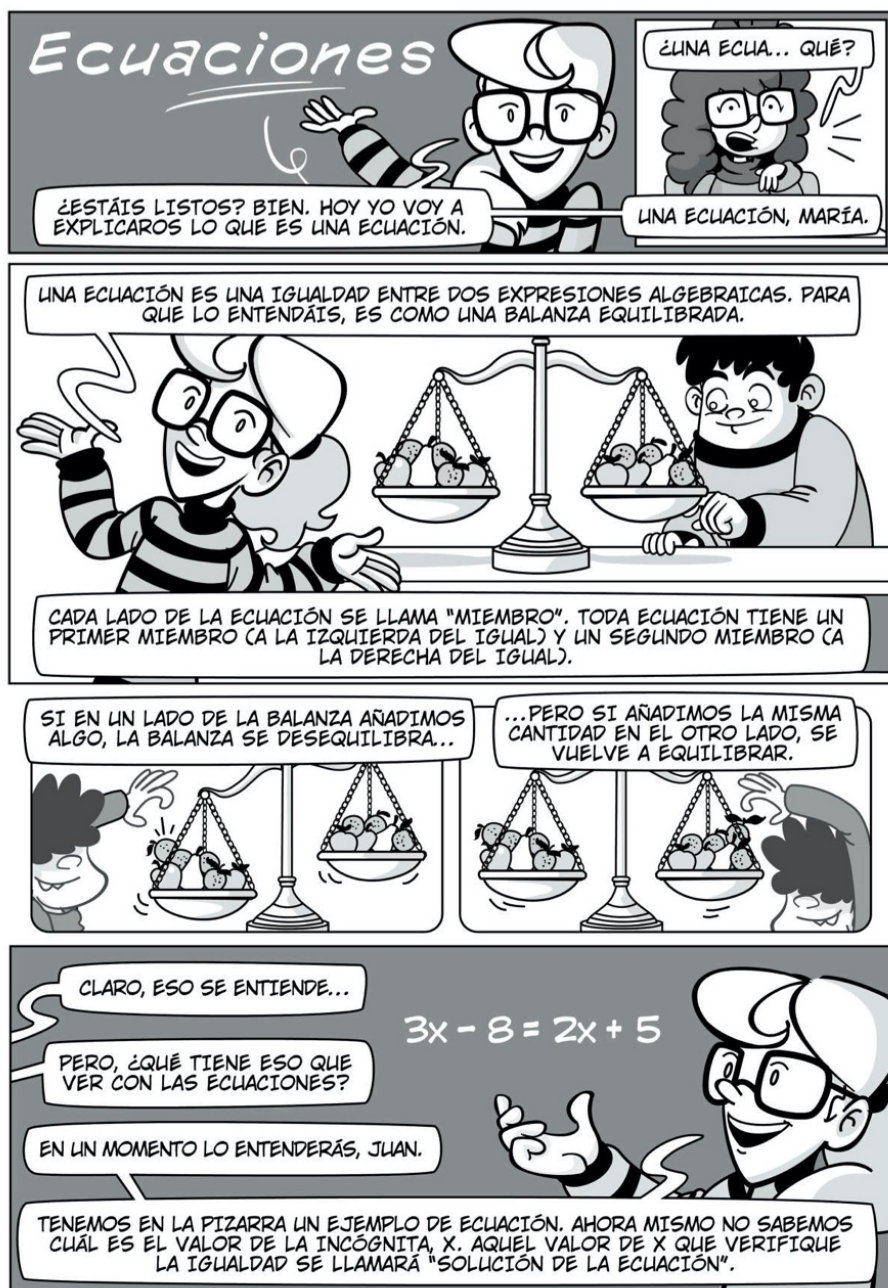
Se continúa con el producto de polinomios. Al final de esta página se ofrece una batería de ejercicios que el docente real puede trabajar con su alumnado, o no, según considere.

Figura 27. Página 13 del cómic Álgebra



Aparecen las ecuaciones. En esta página el Diofanto Team, a través de Beni, define el concepto con la conocida metáfora de la balanza equilibrada. Esta metáfora permite explicar con total claridad la trasposición de términos, lo que el famoso matemático persa al-Jwarizmi definió en su obra Compendio de cálculo por reintegración y compensación como “al-jabr”, vocablo que dio lugar posteriormente al término español «álgebra», como se explica en El libro del Álgebra (Moreno Castillo, 2007).

Figura 28. Página 14 del cómic Álgebra



Siguiendo con el método de resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita sin paréntesis y sin denominadores, se explica también el concepto de solución de una ecuación.

Figura 29. Página 15 del cómic Álgebra



Se refuerza la explicación previa con más ejemplos dado que la larga experiencia como docente de quien suscribe esta tesis le ha llevado a concluir que el proceso de resolución de ecuaciones hay que explicarlo muy bien, incluso aunque requiera varias sesiones lectivas, porque la resolución de ecuaciones es la base conceptual de muchos aprendizajes posteriores y si no se comprenden y fijan adecuadamente, posteriormente será fuente de multitud de errores que lastrarán el aprendizaje de los estudiantes en el campo del álgebra.

Figura 30. Página 16 del cómic Álgebra

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

BENI OS HA ENSEÑADO MUY BIEN LO QUE SON LAS ECUACIONES Y CÓMO SE TRABAJA CON ELLAS. VEAMOS SI LO HABÉIS ENTENDIDO TODO BIEN.

$$3x - 5 + 8x = 7 - 2x - 11$$

FIJAOS EN LA ECUACIÓN QUE HA ESCRITO CARLA EN LA PIZARRA. ¿QUÉ HABRÍA QUE HACER PRIMERO?

YO ME HE FIJADO EN QUE ANTES LO QUE OCURRÍA ES QUE SUMANDO O RESTANDO LA MISMA COSA EN LOS DOS MIEMBROS, ES COMO SI ALGO PASARA AL OTRO MIEMBRO HACIENDO LO CONTRARIO QUE HACÍA, ¿NO?

$$3x - 5 + 8x + 5 = 7 - 2x - 11 + 5$$

$$3x - \cancel{5} + 8x + \cancel{5} = 7 - 2x - 11 + 5$$

$$3x + 8x = 7 - 2x - 11 + 5$$

¡MUY BIEN, PAULA! SI OS FIJÁIS EN LOS PASOS QUE HEMOS SEGUIDO, CARLA HA SUMADO 5 EN AMBOS MIEMBROS; LUEGO HA TACHADO EL "-5" Y EL "+5" DEL PRIMER MIEMBRO YA QUE SE CANCELAN MUTUAMENTE.

ENTONCES, EFECTIVAMENTE, PAULA, ES COMO SI EL "-5" DEL PRIMER MIEMBRO SE HUBIERA IDO AL SEGUNDO MIEMBRO COMO "+5".

AHORA HEMOS "TRAÍDO" EL "-2x" DEL SEGUNDO MIEMBRO AL PRIMER MIEMBRO, CAMBIÁNDOLE EL SIGNO.

$$3x + 8x + 2x = 7 - 11 + 5$$

FINALMENTE HEMOS AGRUPADO LO DE CADA MIEMBRO EN UN ÚNICO MONOMIO.

$$13x = 1$$

¿QUÉ ES ESO DE "DESPEJAR"?

CASI ESTÁ RESUELTA. SÓLO FALTA DESPEJAR.

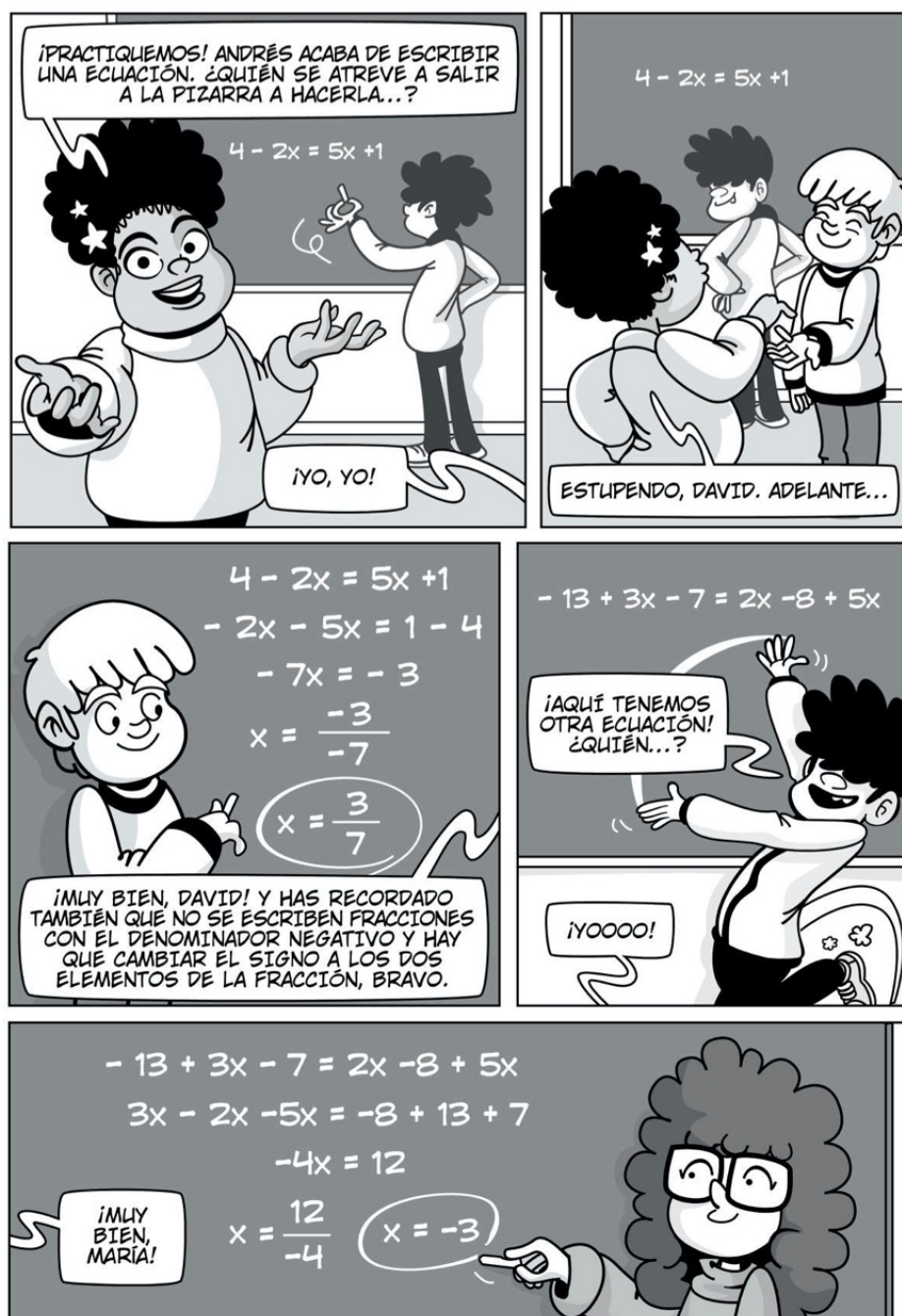
$$13x = 1 \quad x = \frac{1}{13}$$

Solución

SÍ... DESPEJAR ES DEJAR LA INCÓGNITA SOLA. EL COEFICIENTE QUE LA ACOMPAÑA, QUE LE ESTÁ MULTIPLICANDO, SE VA AL OTRO MIEMBRO A DIVIDIR. Y ESO NOS DA LA SOLUCIÓN.

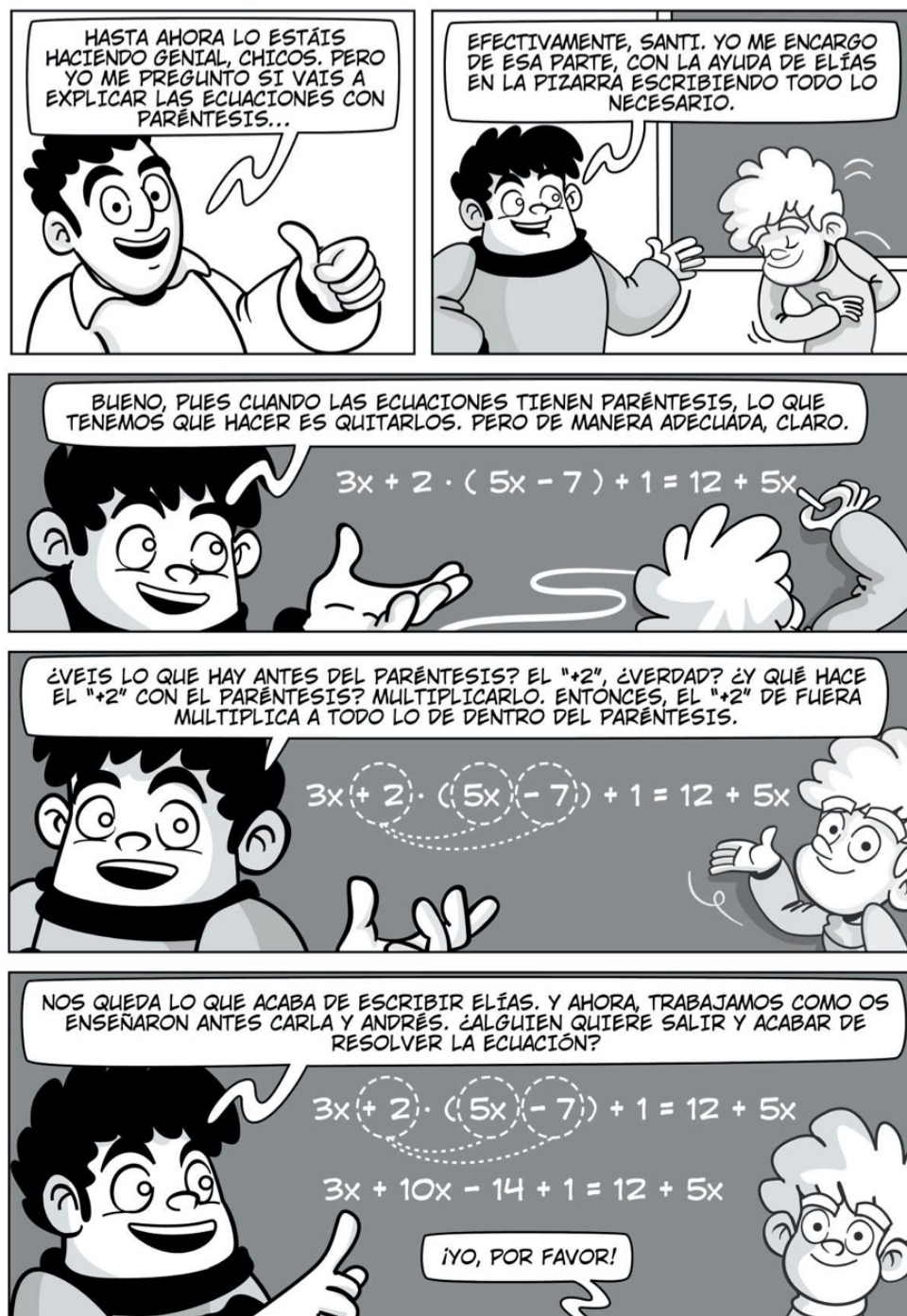
Se continúa con la práctica de resolución de ecuaciones. La intención de los creadores de la unidad didáctica es que esta dinámica interactiva que se muestra en el cómic se replique en las aulas a la hora de implementarlo. Cuantos más ejemplos y ejercicios se hagan en este punto, más claro les quedará el proceso de resolución de ecuaciones al alumnado.

Figura 31. Página 17 del cómic Álgebra



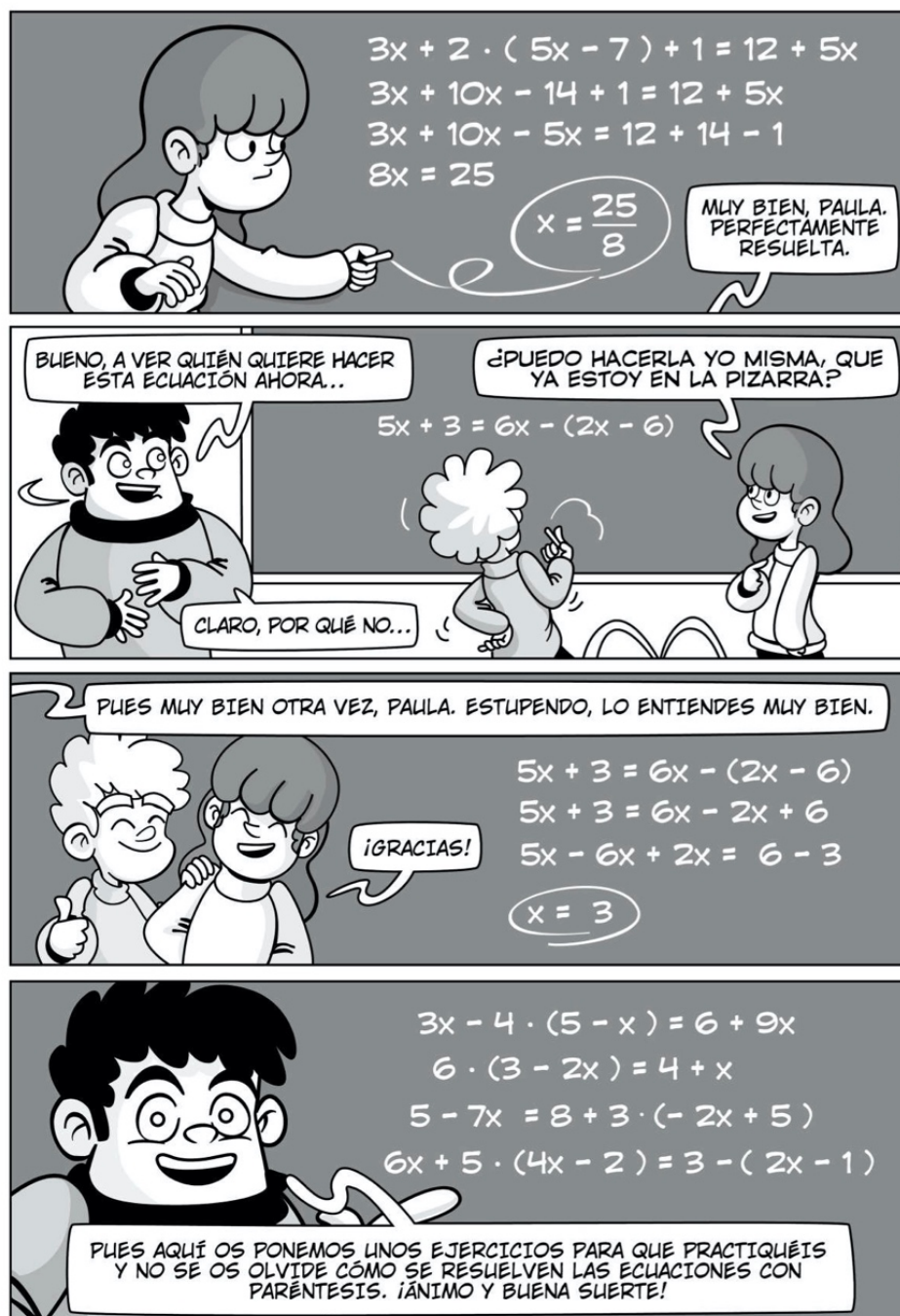
Se introduce una dificultad extra a lo visto hasta ahora: la existencia de paréntesis en las ecuaciones de primer grado. Se explica cómo resolver esta dificultad añadida a través de un ejemplo que se desarrolla en esta página; más adelante habrá más ejemplos.

Figura 32. Página 18 del cómic Álgebra



Continúa la explicación anterior con más ejemplos y se ofrece una batería de ejercicios que, como siempre, el docente real puede modificar o añadir a su antojo en función de las características de su grupo y los objetivos concretos que pretenda mediante el uso de esta unidad didáctica en forma de cómic.

Figura 33. Página 19 del cómic Álgebra



Como comentábamos al principio de este capítulo, en la estructura de casi todos los libros de texto analizados existe un resumen del tema. Esta unidad didáctica en forma de cómic pretendía emular en contenido y estructura un capítulo de un libro de texto de matemáticas y aquí, en su penúltima página, aparece un resumen de todo lo visto hasta ahora. Esto sirve al docente para recapitular y al discente para analizar lo que le ha quedado claro y lo que no.

Figura 34. Página 20 del cómic Álgebra



En absolutamente todos los libros de texto consultados, al final de cada unidad didáctica hay un apartado de ejercicios finales para repasar todo lo visto en dicha unidad. En su última página este cómic también aporta una batería de ejercicios a modo de evaluación final. Por supuesto, como venimos comentando en cada uno de los apartados de esta unidad didáctica, el profesor real puede modificar este listado de ejercicios.

Figura 35. Página 21 del cómic Álgebra

RELLENA LA SIGUIENTE TABLA SOBRE MONOMIOS:

MONOMIOS	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	GRADO
$-3x^2$			
$5m^2 n^7$			
$\frac{17}{17}$			
$-a$			
$9x$			

CONSIDERA LOS SIGUIENTES POLINOMIOS:

$$P(x) = 4x^3 - 5x + 8$$

$$Q(x) = -x^3 + 2x^2 - 6x + 11$$

$$R(x) = x^4 - 3x^2 + 9x - 1$$

$P(x) + Q(x)$
 $P(x) - Q(x)$
 $P(x) + R(x)$
 $P(x) - R(x)$
 $R(x) + Q(x)$
 $R(x) - Q(x)$
 $P(x) \cdot Q(x)$
 $P(x) \cdot R(x)$
 $Q(x) \cdot R(x)$

RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES:

$$3x - 8 = 1$$

$$5x - 2 = -3 - 2x$$

$$7x - 2 + x = 9 - 5x + 4$$

$$6 - 2 \cdot (3x - 5) + 1 = 4x - 9$$

Figura 37. Provincias españolas de procedencia de las peticiones



Fuente: *Elaboración propia.*

Como se aprecia en la siguiente tabla, han llegado peticiones de la mayoría de países de habla hispana (todos a excepción de Cuba, Guinea Ecuatorial, Nicaragua, Panamá).

Tabla 8. País de procedencia de las peticiones

País de procedencia de las peticiones	Número de peticiones	Número de envíos	Porcentaje de envíos por peticiones
Andorra	1	1	100%
Argentina	30	24	80%
Bolivia	10	10	100%
Chile	14	6	42.9%
Colombia	21	13	61.9%
Costa Rica	1	1	100%
Ecuador	3	2	66.7%
El Salvador	3	3	100%
España	102	75	73.5%
Guatemala	6	5	83.3%
Honduras	1	1	100%
México	75	49	65.3%
Paraguay	3	3	100%
Perú	23	14	60.9%
República Dominicana	2	1	50%
Uruguay	5	4	80%
EE. UU.	1	1	100%
Venezuela	4	3	75%
Peticiones que no explicitaban su procedencia	190	56	29.4%
TOTAL	493	272	55.2%

Fuente: *elaboración propia.*

Países que conforman la OEI: Andorra, Argentina, Bolivia, Brasil, Colombia, Costa Rica, Cuba, Chile, República Dominicana, Ecuador, El Salvador, España, Guatemala, Guinea Ecuatorial, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, Portugal, Uruguay y Venezuela.

Países que conforman la OEI de los que no hemos recibido ninguna solicitud: Brasil, Cuba, Guinea Ecuatorial, Nicaragua, Panamá. En el caso de Brasil, suponemos que el motivo es el idioma (no se tradujo el cómic al portugués ni a ningún otro idioma distinto al castellano). En el caso de Cuba, Guinea Ecuatorial, Nicaragua y Panamá desconocemos los motivos. En cualquier caso, haber recibido peticiones de 18 de los 23 países que integran la OEI supone más de un 78%, lo que consideramos un éxito. Si descartamos Brasil por la cuestión idiomática, el porcentaje supera el 81%.

Países que no conforman la OEI, pero de los que sí hemos recibido alguna solicitud: EE. UU. Esto quizá responde al interés de algún profesor de ascendencia latinoamericana, pero que en el momento de la oferta que hicimos en la página web de la OEI pudiera estar residiendo en los USA.

En lo tocante a España, de las 102 peticiones recibidas, nos pareció interesante desglosarlas por provincias:

Tabla 9. Cantidad de solicitudes del material por provincias

PROVINCIAS DE ESPAÑA	SOLICITUDES DEL MATERIAL	PROVINCIAS DE ESPAÑA	SOLICITUDES DEL MATERIAL
Álava	0	Las Palmas	5
A Coruña	2	León	0
Albacete	11	Lleida	0
Alicante	3	Lugo	1
Almería	1	Madrid	12
Asturias	2	Málaga	2
Ávila	1	Melilla	0
Badajoz	4	Murcia	1
Barcelona	2	Navarra	3
Burgos	0	Ourense	0
Cáceres	2	Palencia	1
Cádiz	4	Pontevedra	0
Cantabria	0	Salamanca	3
Castellón	1	Santa Cruz de Tenerife	1
Ceuta	1	Segovia	1
Ciudad Real	3	Sevilla	7
Córdoba	0	Soria	0
Cuenca	0	Tarragona	1
Girona	0	Teruel	1
Granada	2	Toledo	0
Guadalajara	1	Valencia	8
Guipúzcoa	0	Valladolid	3
Huelva	4	Vizcaya	1
Huesca	0	Zamora	0
Islas Baleares	1	Zaragoza	0
Jaén	2	(desconocido)	3
La Rioja	0		

Fuente: *elaboración propia.*

De las 52 provincias españolas (considerando las 50 provincias y las dos ciudades autónomas) hemos recibido solicitudes de 34 de ellas, lo que representa un 65.4%.

5.2. Procedencia de las respuestas del profesorado

Hasta este momento, hemos recibido 275 respuestas de alumnos y 35 respuestas de profesores. Como se puede observar a simple vista en la tabla que sigue, el porcentaje de respuesta del profesorado al que se le envió la unidad didáctica es bajo. Solo 35 de los 272 profesores implicados en el experimento han respondido a la encuesta. Si bien es cierto que entre esos 272 hay algunos que no son realmente profesores, no hay más de 20 en esas circunstancias. El porcentaje de respuesta entre el profesorado, por tanto, es del 12.87%, si entendemos por «respuesta» haber contestado la encuesta para el profesorado que se les envió junto con el cómic.

Tabla 10. Desglose de respuestas del profesorado por países

País	Número de respuestas del profesorado
Argentina	1
Bolivia	1
Chile	1
Colombia	2
Costa Rica	1
España	17
México	10
Perú	1
República Dominicana	1

Fuente: *elaboración propia.*

Tabla 11. Desglose de respuestas del profesorado por países, ciudades y centros educativos

País	Ciudad	Centro educativo	Número de respuestas
Argentina	Ushuaia	José Martí	1
Bolivia	Kepallo	Padre Adrián Williems Paz	1
Chile	Chillán	Hispano	1
Colombia	Chinchiná (Departamento de Caldas)	Institución Educativa Rural El Naranjal - La Quiebra	1
Colombia	San Marcos	Institución Educativa María Inmaculada	1
Costa Rica	Orotina	Colegio de Santa Ana	1
España	Albacete	IES Bachiller Sabuco	1

España	Alcázar de San Juan	Colegio Sagrada Familia	1
España	Almendralejo	IES Carolina Coronado	1
España	Alzira	La Purísima	1
<i>España</i>	<i>Begíjar</i>	<i>IES Vera Cruz</i>	<i>1</i>
España	El Pito (Cudillero)	IES Selgas	1
España	Fuenlabrada	Alhucema	1
<i>España</i>	<i>Guadassuar</i>	<i>Sant Francesc</i>	<i>1</i>
España	Las Palmas de Gran Canaria	IES Ana Luisa Benítez	1
España	Lepe	IES La Arboleda	1
España	Logroño	IES Tomás Mingot	1
España	Madrid	Santa María del Pilar	1
España	Onda	Secció del IES Serra d'Espadà a Onda	1
España	Palma de Mallorca	IES Antoni Maura	1
España	Sant Mateu	IES Maestrat	1
España	Torrejón de Ardoz	IES Palas Atenea	1
<i>España</i>	<i>Valencia</i>	<i>Colegio Luz Casanova</i>	<i>1</i>
México	Córdoba	Secundaria Técnica 104	1
México	Ensenada	IRSS	1
México	Ixtaczoquitlan	Lázaro Cardenas del Río	1
México	Mazatlán	Universidad Autónoma de Sinaloa	1
México	Navolato	Bachillerato Intercultural de Villa Juárez	1
<i>México</i>	<i>Oaxaca</i>	<i>iebo 17 san pedro el alto</i>	<i>2</i>
<i>México</i>	<i>San José del Rincón</i>	<i>Dr. Maximiliano Ruiz Castañeda</i>	<i>1</i>
México	Tecalitlán, Jalisco	Escuela Secundaria Técnica 32	1
México	Toluca	Universidad Autónoma del Estado de México	1
Perú	Lima	Nuestra Señora de la Consolación	1
República Dominicana	Puerto Plata	Liceo José Francisco Peña Gómez	1

Fuente: *elaboración propia.*

Nota: las filas en cursiva corresponden a centros en los que hemos recibido respuestas a los cuestionarios tanto del profesorado como del alumnado.

5.3. Procedencia de las respuestas del alumnado

Tabla 12. Desglose de respuestas del alumnado por países

País	Número de respuestas
Argentina	24
Bolivia	2
Chile	1
Colombia	33
Costa Rica	2
España	181
Guatemala	2
México	18
Paraguay	1
Perú	4

Fuente: *elaboración propia.*

Tabla 13. Desglose de respuestas del alumnado por países, ciudades y centros educativos

País	Ciudad	Nombre del centro	Número de respuestas
Argentina	Córdoba	IPEM N37 anexo General Fotheringham	5
Argentina	Tancacha	Instituto Manuel Belgrano	19
Bolivia	El Alto	Simón Bolívar	1
Bolivia	La Paz	U.E. Sagrada Familia	1
Chile	Chillán	Hispano	1
Colombia	Bogotá	IAM	1
Colombia	Medellín		1
Colombia	Neiva	Institución educativa Humberto Tafur Charry	1
Colombia	Pamplona	Instituto Superior de Educación Rural ISER	28
Colombia	San Marcos	Institución educativa María Inmaculada	1
Colombia			1
Costa Rica	Orotina	Colegio de Santa Ana	1
Costa Rica	Zarcero	Universidad de Costa Rica	1
España	Albacete	I.E.S. Leonardo Da Vinci	25
España	Alcázar de San Juan	Colegio Sagrada Familia	1
España	Begíjar	IES Vera Cruz	1
España	Guadassuar	Sant Francesc	26
España	Miño	CPI Castro Baxoi	14
España	Sant Mateu	IES Maestrat	24
España	Sax	Pascual Carrión	1
España	Teo	IES Cacheiras	3
España	Valencia	Colegio Luz Casanova	86
Guatemala	Guatemala	Liceo Cristiano Natanael	1
Guatemala	Quiché	Colegio Javier	1
México	Ciudad de México	CCH VALLEJO, UNAM	1
México	Córdoba	Secundaria Técnica 104	1
México	Gutiérrez Zamora	Luis Donaldo Colosio Murrieta	1

México	Mazatlán	UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA	1
México	Oaxaca	Escuela Secundaria Técnica 180	1
México	Oaxaca	<i>iebo 17 san pedro el alto</i>	4
México	Progreso	ITSP	1
México	Querétaro	Daromaki	1
México	<i>San José del Rincón</i>	<i>Dr Maximiliano Ruiz Castañeda</i>	1
México	Tlaxcala	Secundaria Agustín Melgar	1
México	Xalapa	Facultad de Psicología	1
México	Xalapa, Veracruz	Universidad Veracruzana	2
México	Zacapoaxtla	21dtv0081j	1
México	Zongolica, Veracruz	Telesecundaria Cuauhtemoc	1
Paraguay	Asunción	Techo Paraguay	1
Perú	Acraquia- Pampas-Tayacaja-Huancavelica	Institución Educativa José María Arguedas	2
Perú	Chiclayo	I.E. Peruano Canadiense	1
Perú	Cólcab	I.E. N°85056 Daniel Alcides Carrión	1

Fuente: *elaboración propia.*

Nota: las filas en cursiva corresponden a centros en los que hemos recibido respuestas a los cuestionarios tanto del profesorado como del alumnado.

5.4. Respuestas del profesorado

Tabla 14. Resultados cuestionario profesorado

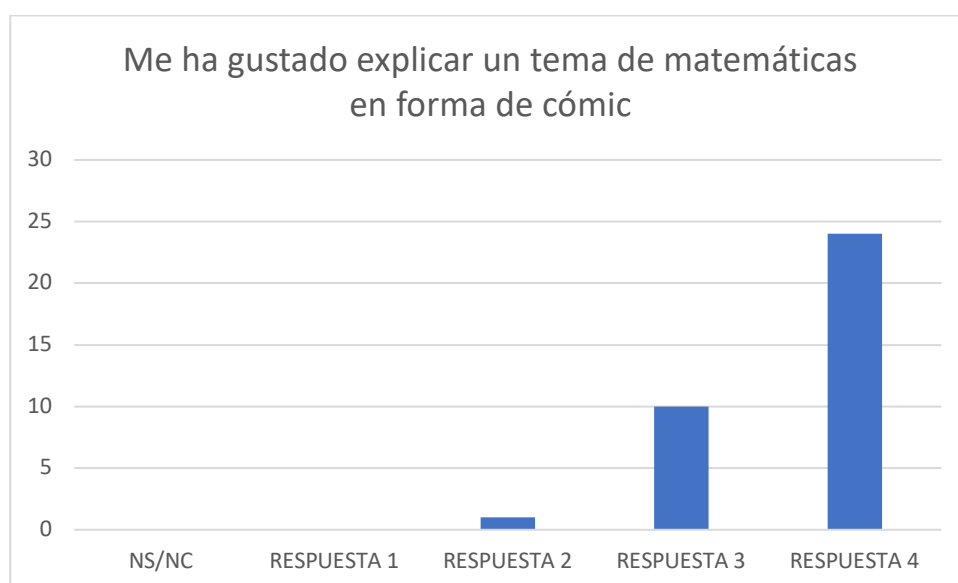
PROFESORADO	MÍN.	P. C.	MEDIANA	MEDIA	T. C.	MÁX	NA
Años de experiencia docente como profesor de matemáticas	1	3	13	14	21	36	0
Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic	2	3	4	3.657	4	4	0
Me ha gustado el dibujo del cómic	3	4	4	3.771	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve	2	3	3	3.229	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado	2	3	4	3.543	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican	1	3	3	3.265	4	4	1
Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio	2	3	4	3.562	4	4	3
Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios	2	3	3	3.25	4	4	3
Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones	1	3	4	3.424	4	4	2
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis	1	3	3	3.242	4	4	2
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis	1	3	3	3.242	4	4	2
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic	2	3	3	3.371	4	4	0

Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre	3	3	4	3.714	4	4	0
Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic	2	3	4	3.657	4	4	0
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico	1	2	2	2.257	3	4	0

Fuente: *elaboración propia.*

Vamos a ver las respuestas ofrecidas por el profesorado, pregunta a pregunta.

Figura 38. Respuestas del profesorado a la pregunta 1: «Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic»



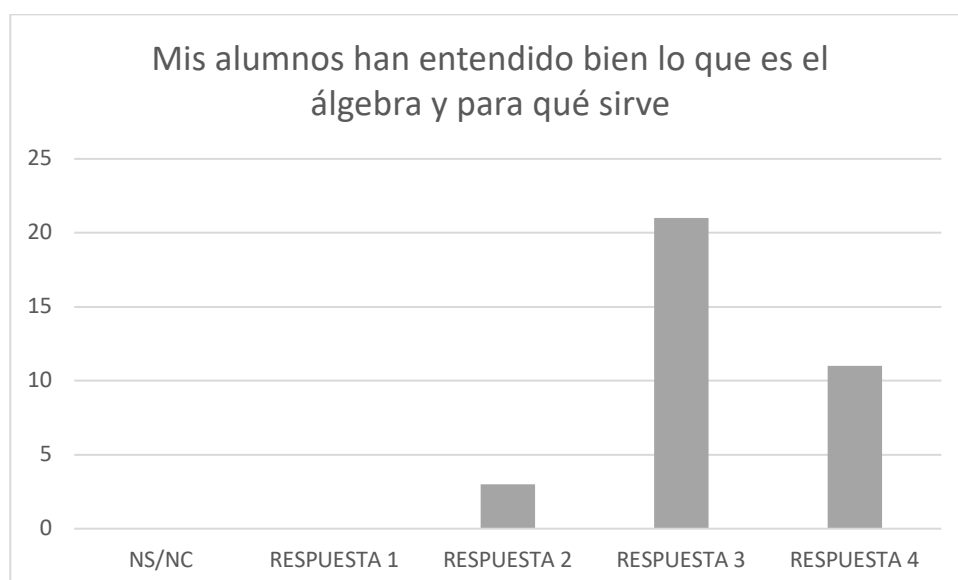
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 39. Respuestas del profesorado a la pregunta 2: «Me ha gustado el dibujo del cómic»



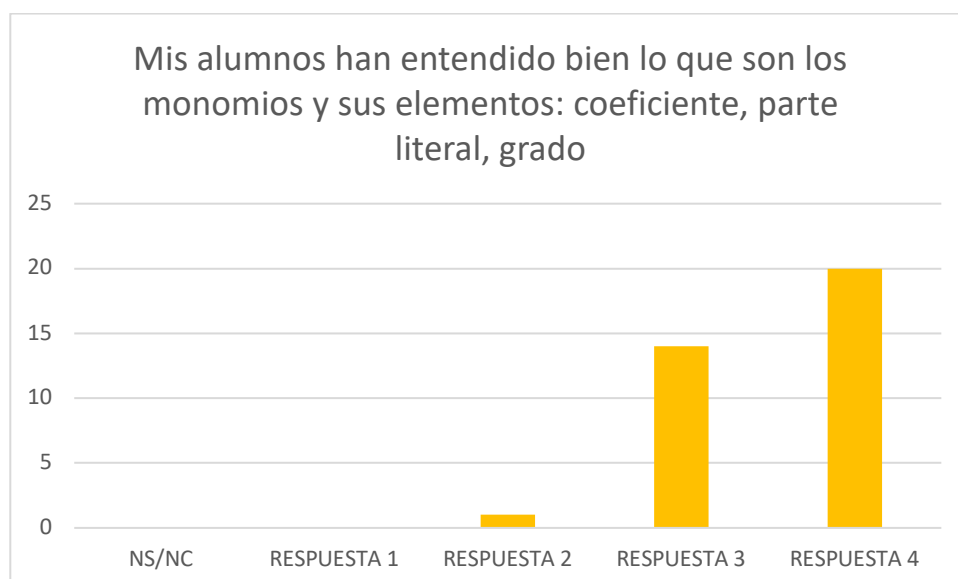
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 40. Respuestas del profesorado a la pregunta 3: «Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve»



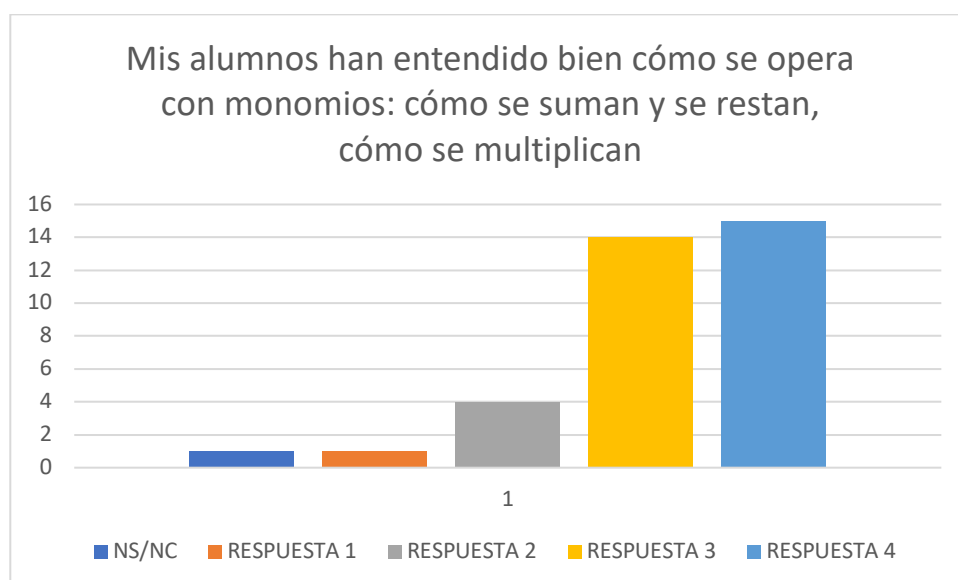
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 41. Respuestas del profesorado a la pregunta 4: «Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado»



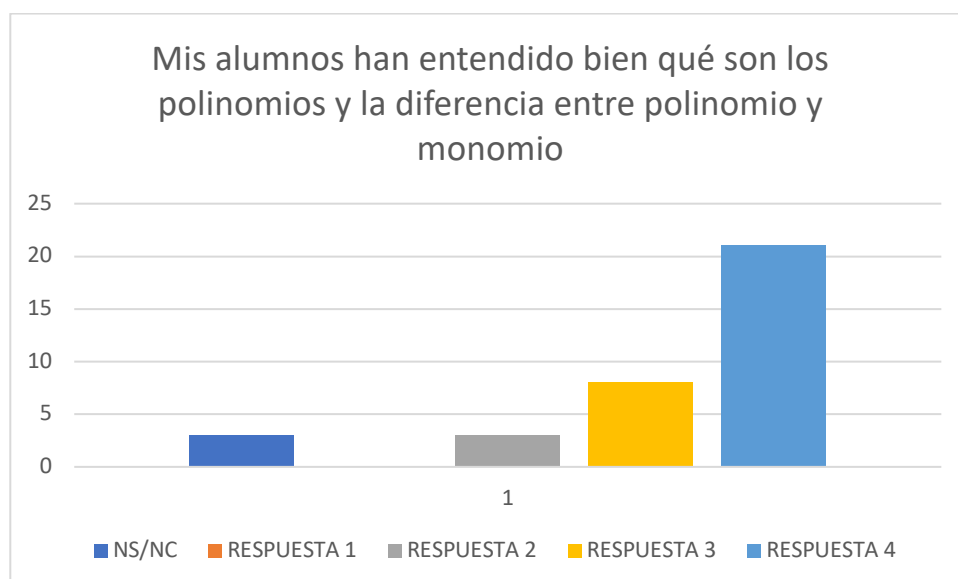
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 42. Respuestas del profesorado a la pregunta 5: «Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican»



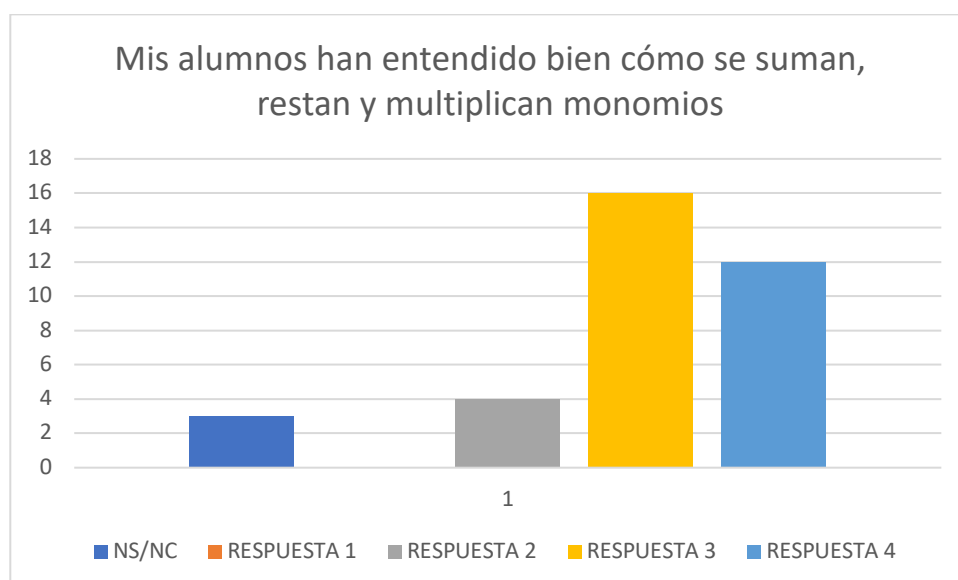
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 43. Respuestas del profesorado a la pregunta 6: «Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio»



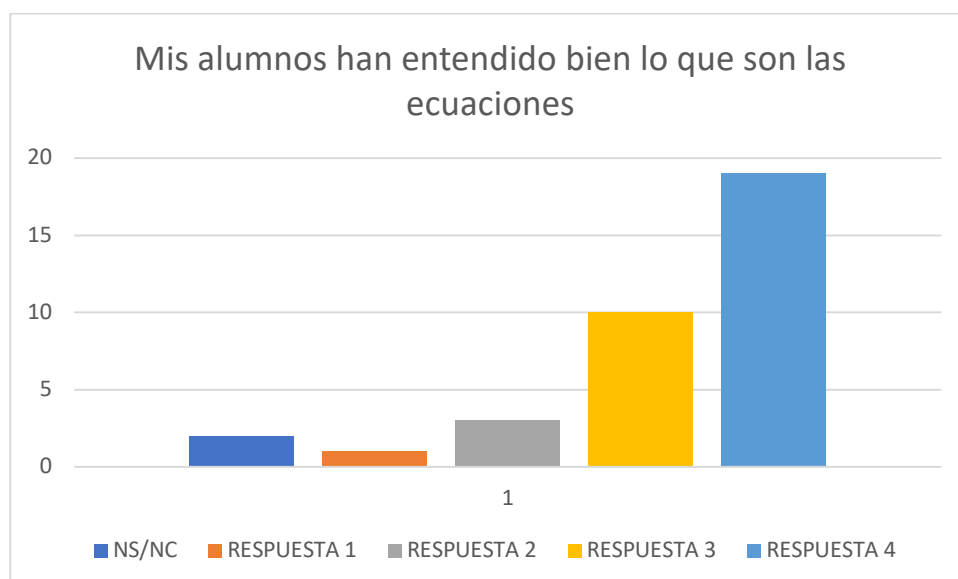
Fuente: elaboración propia.

Figura 44. Respuestas del profesorado a la pregunta 7: «Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican monomios»



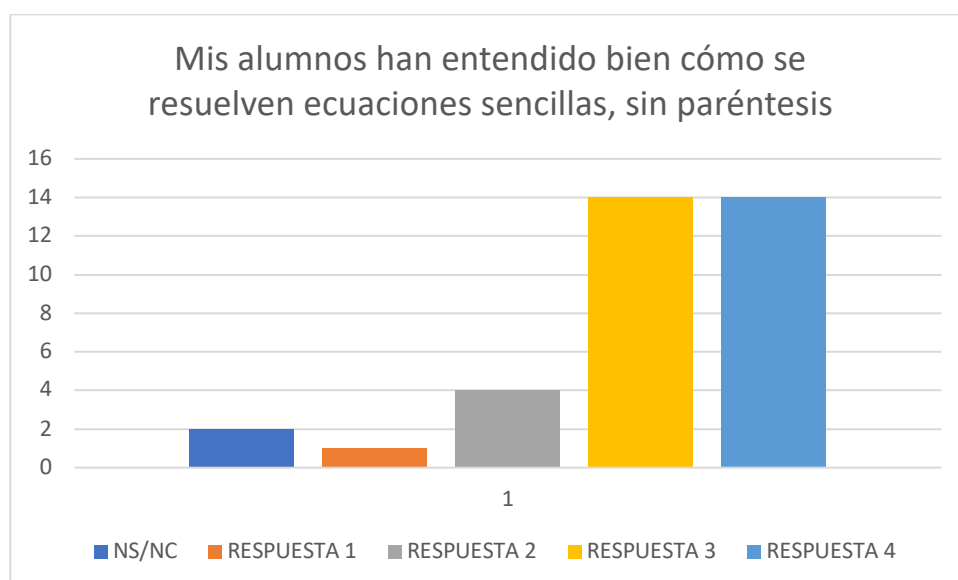
Fuente: elaboración propia.

Figura 45. Respuestas del profesorado a la pregunta 8: «Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones»



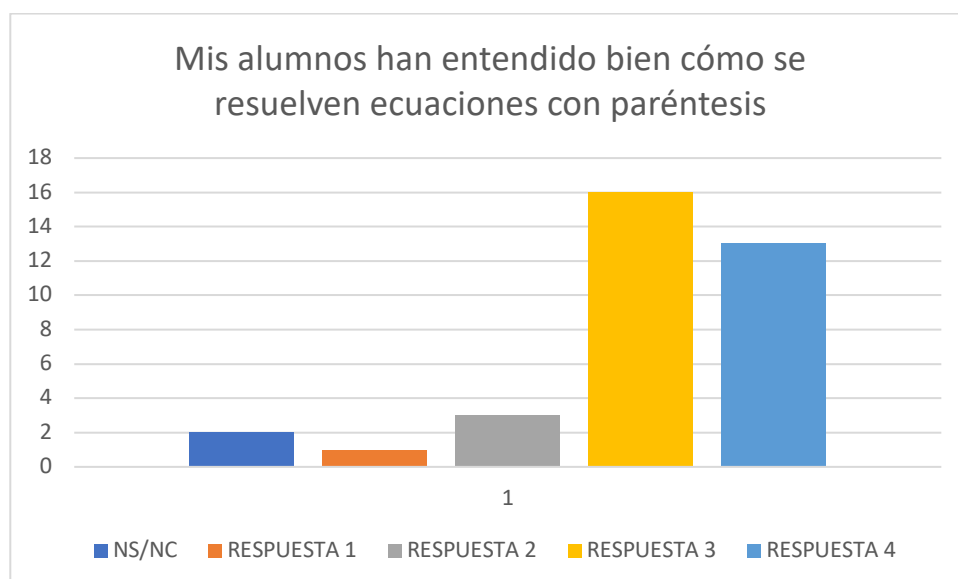
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 46. Respuestas del profesorado a la pregunta 9: «Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis»



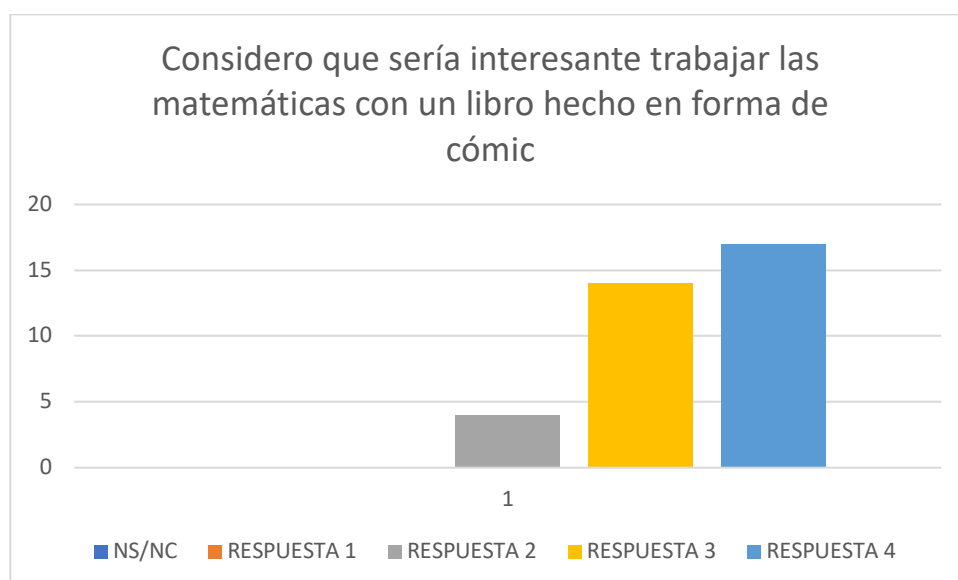
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 47. Respuestas del profesorado a la pregunta 10: «Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis»



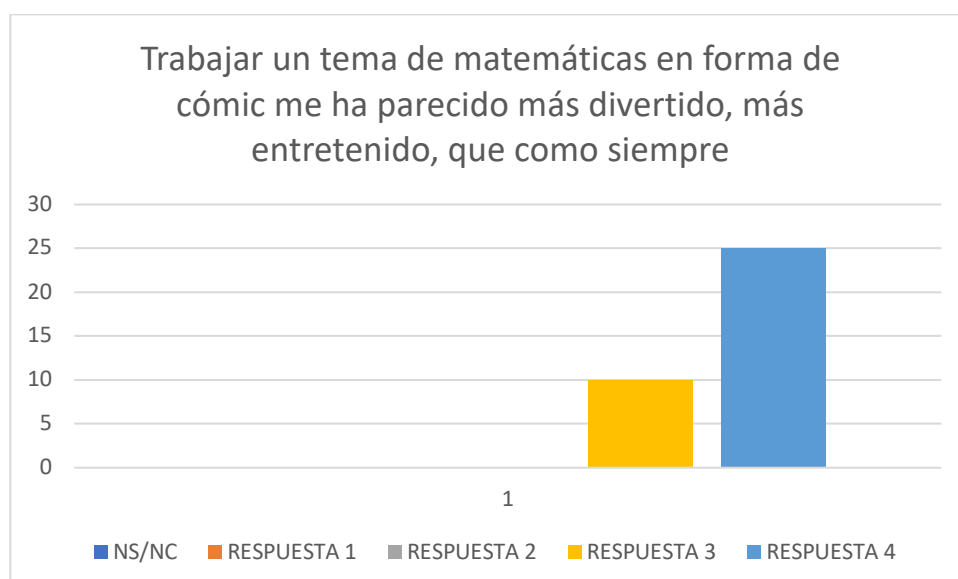
Fuente: elaboración propia.

Figura 48. Respuestas del profesorado a la pregunta 11: «Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic»



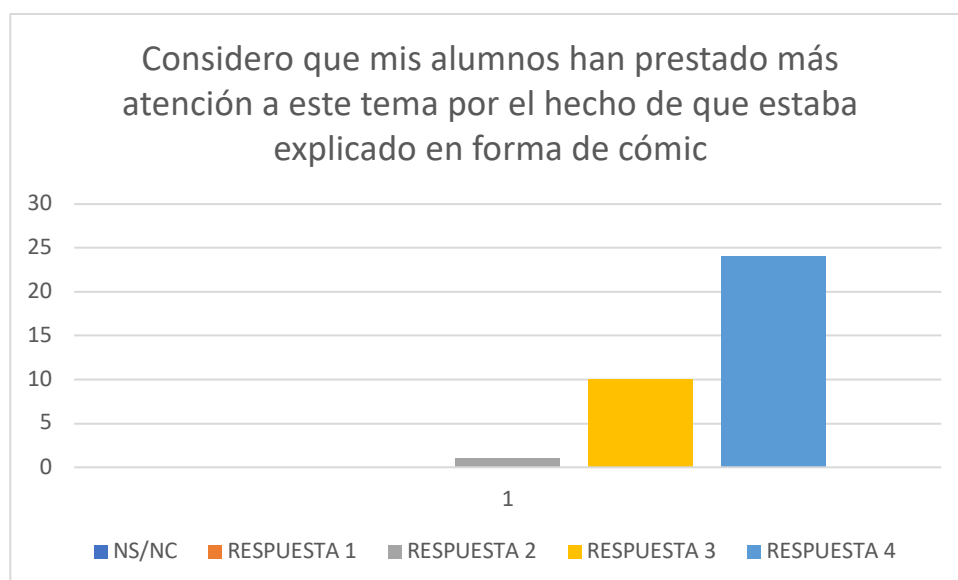
Fuente: elaboración propia.

Figura 49. Respuestas del profesorado a la pregunta 12: «Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre»



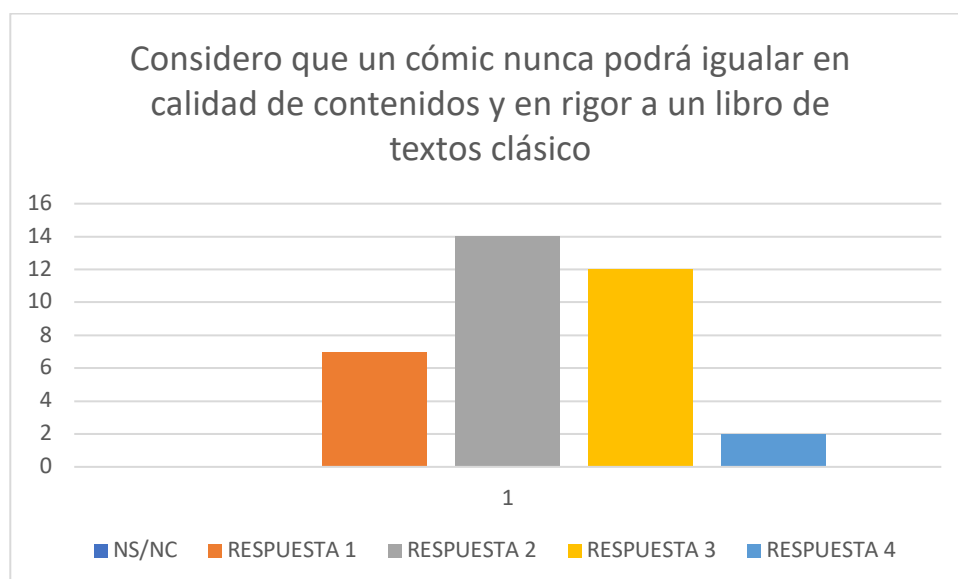
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 50. Respuestas del profesorado a la pregunta 13: «Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic»



Fuente: *elaboración propia.*

Figura 51. Respuestas del profesorado a la pregunta 14: «Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de textos clásico»



Fuente: *elaboración propia.*

5.5. Respuestas del alumnado

A continuación, mostramos, en forma de tabla, los resultados del cuestionario del alumnado.

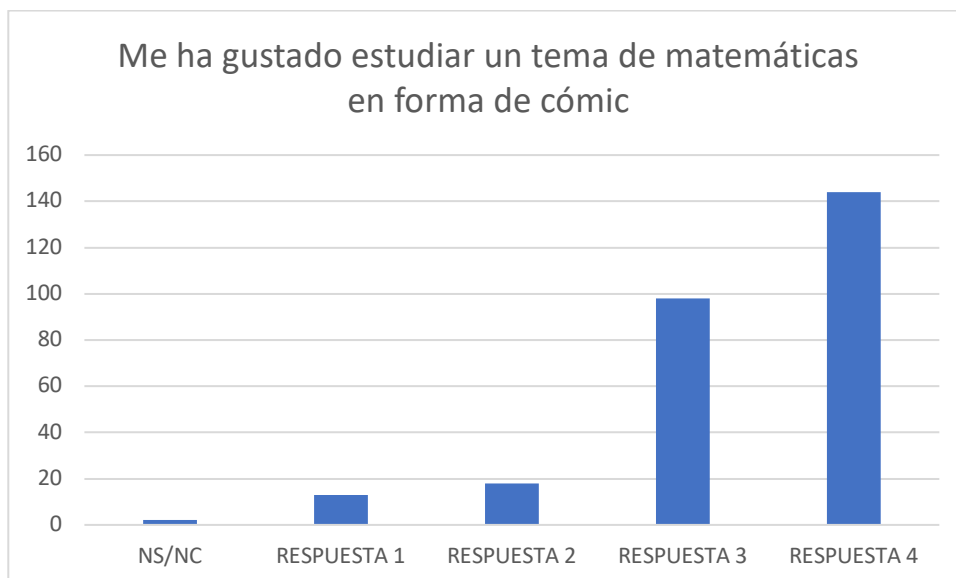
Tabla 15. Resultados cuestionario alumnado

ALUMNADO	MÍN.	P. C.	MEDIANA	MEDIA	T. C.	MÁX.	NA
Me ha gustado estudiar un tema de matemáticas en forma de cómic	1	3	4	3.366	4	4	2
Me ha gustado el dibujo del cómic	1	3	4	3.484	4	4	0
He entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve	1	3	3	3.219	4	4	1
He entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado	1	3	3	3.219	4	4	1
He entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican	1	3	3	3.164	4	4	1
He entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio	1	2	3	3.064	4	4	8
He entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios	1	3	3	3.239	4	4	3
He entendido bien lo que son las ecuaciones	1	3	3	3.331	4	4	9
He entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis	1	3	4	3.320	4	4	6
He entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis	1	3	3	3.201	4	4	7
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic	1	3	4	3.343	4	4	7
Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre	1	3	4	3.351	4	4	4
Considero que he prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic	1	3	3	3.103	4	4	4
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico	1	1	3	2.506	3	4	6

Fuente: *elaboración propia.*

Vamos a ver las respuestas ofrecidas por el alumnado, pregunta a pregunta.

Figura 52. Respuestas del alumnado a la pregunta 1: «Me ha gustado estudiar un tema de matemáticas en forma de cómic»



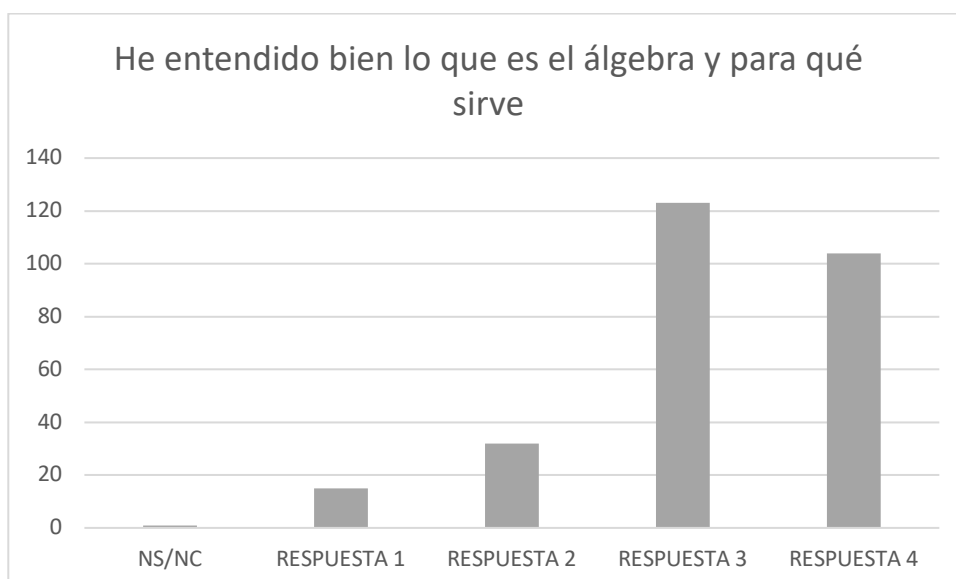
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 53. Respuestas del alumnado a la pregunta 2: «Me ha gustado el dibujo del cómic»



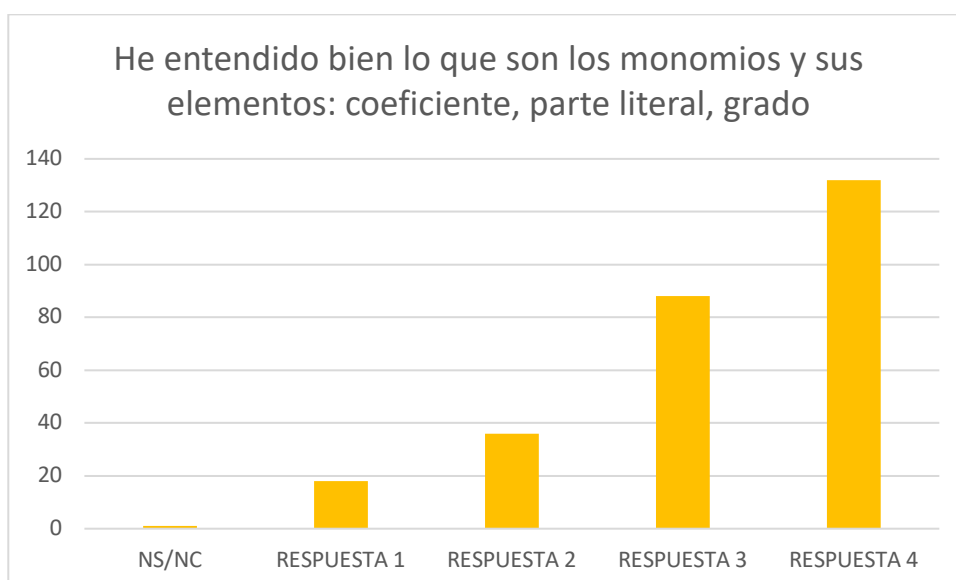
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 54. Respuestas del alumnado a la pregunta 3: «He entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve»



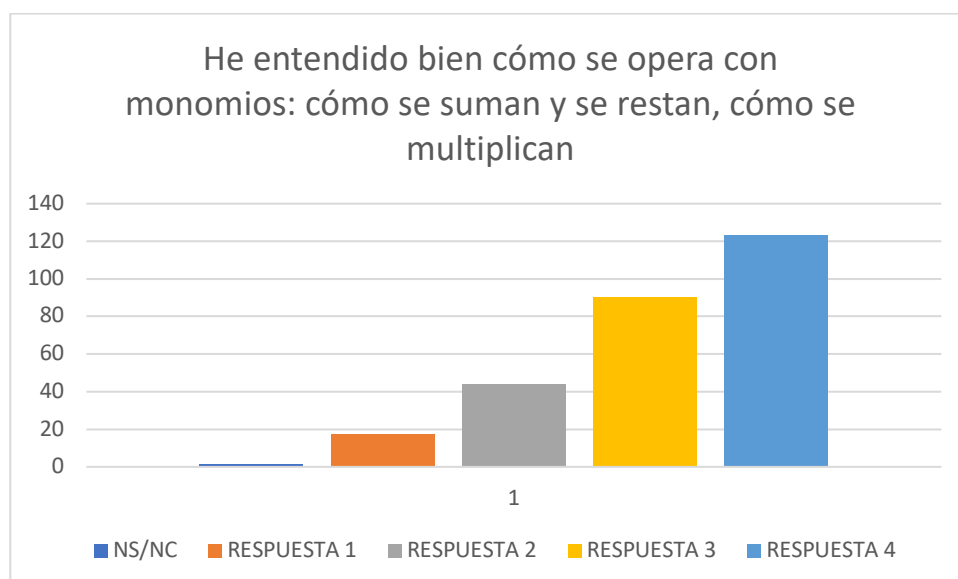
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 55. Respuestas del alumnado a la pregunta 4: «He entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado»



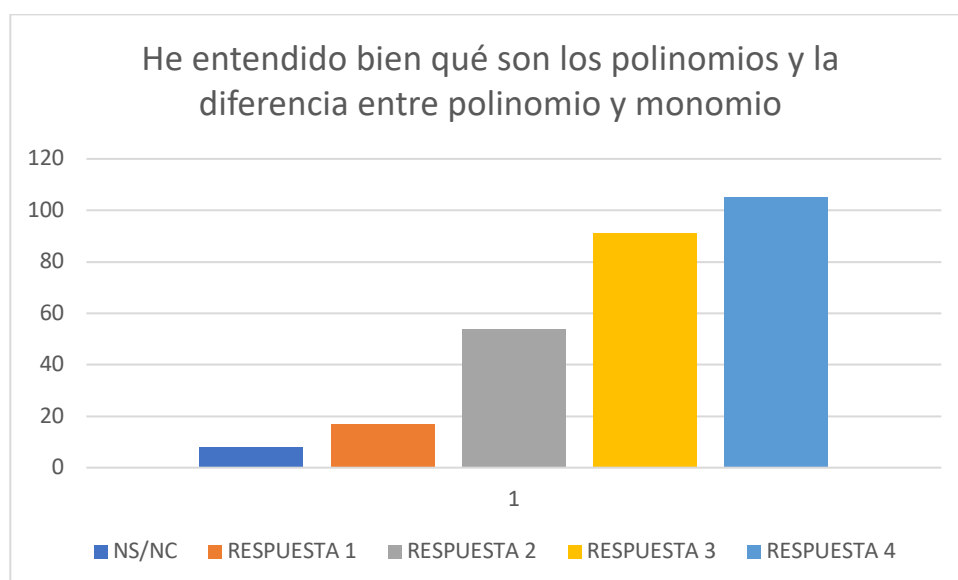
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 56. Respuestas del alumnado a la pregunta 5: «He entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican»



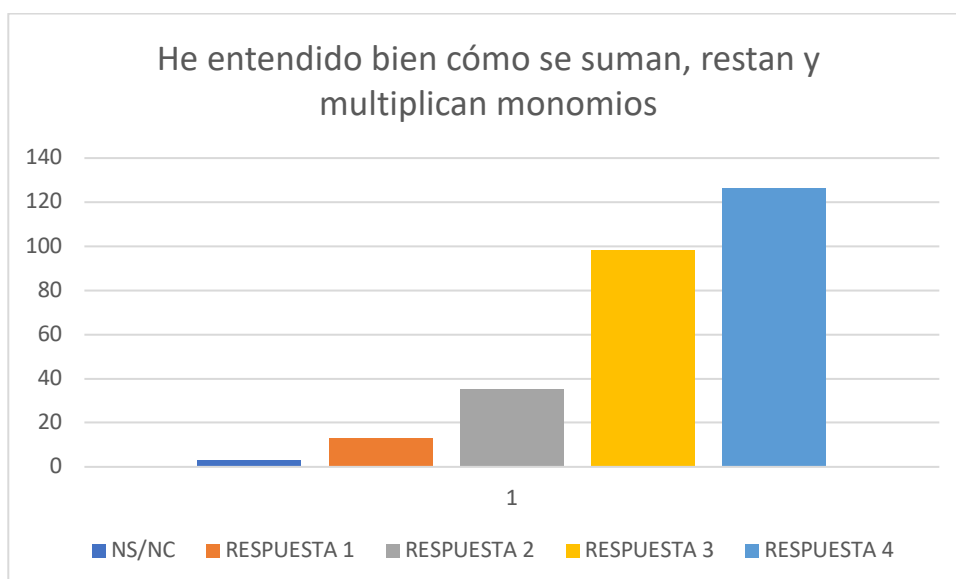
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 57. Respuestas del alumnado a la pregunta 6: «He entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio»



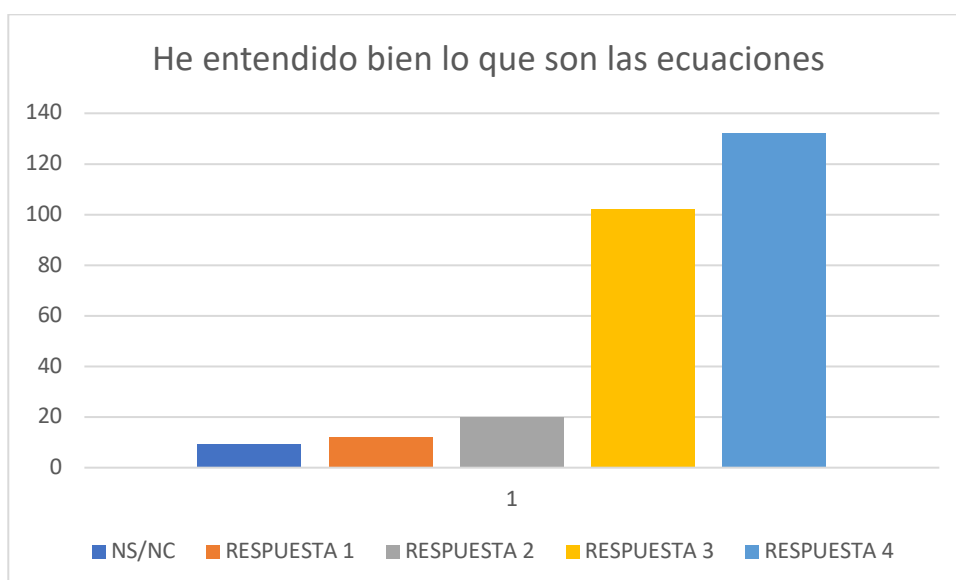
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 58. Respuestas del alumnado a la pregunta 7: «He entendido bien cómo se suman, restan y multiplican monomios»



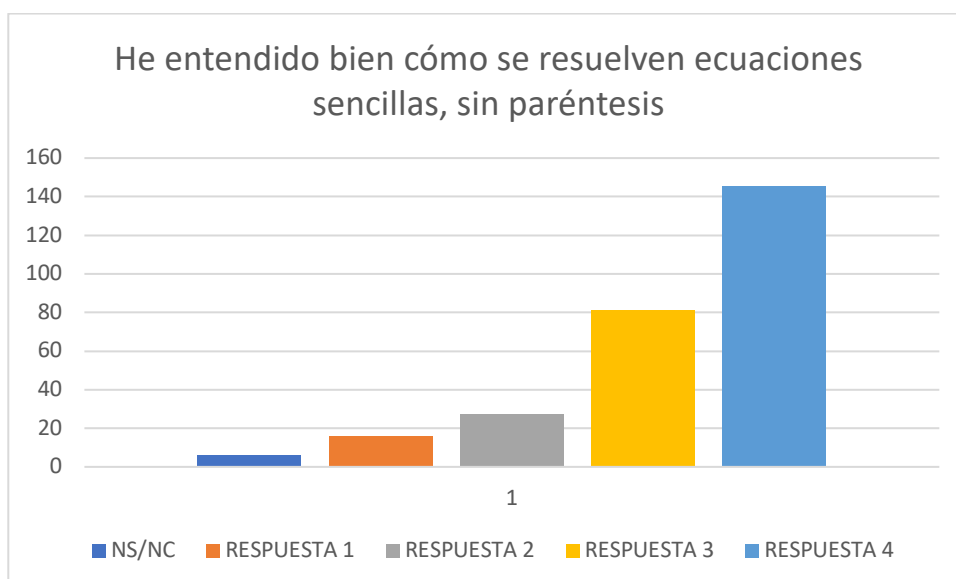
Fuente: elaboración propia.

Figura 59. Respuestas del alumnado a la pregunta 8: «He entendido bien lo que son las ecuaciones»



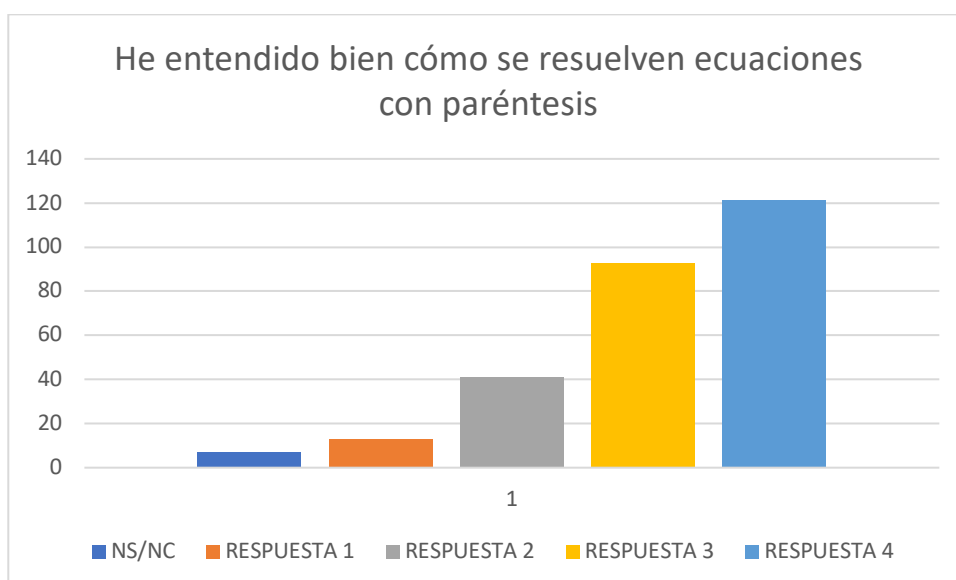
Fuente: elaboración propia.

Figura 60. Respuestas del alumnado a la pregunta 9: «He entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis»



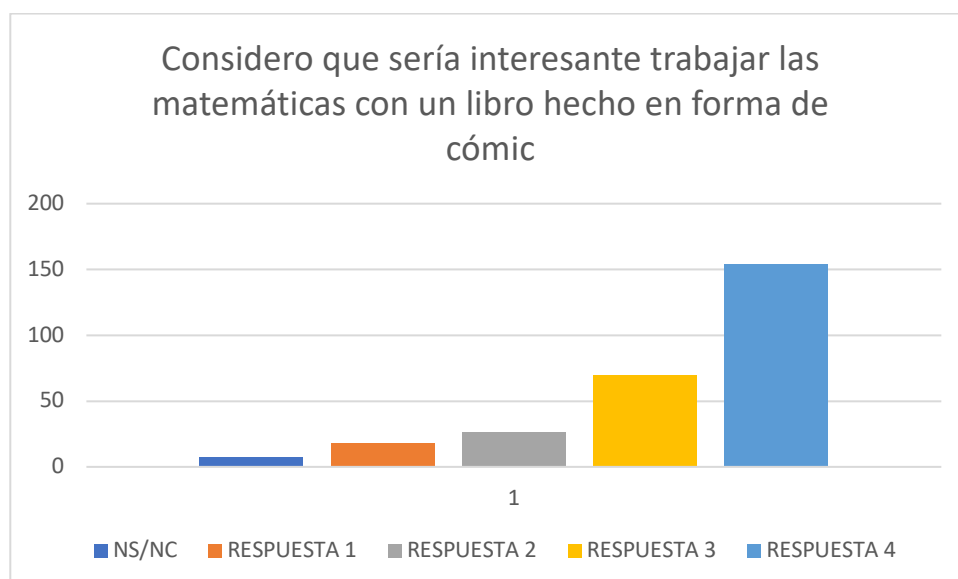
Fuente: elaboración propia.

Figura 61. Respuestas del alumnado a la pregunta 10: «He entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis»



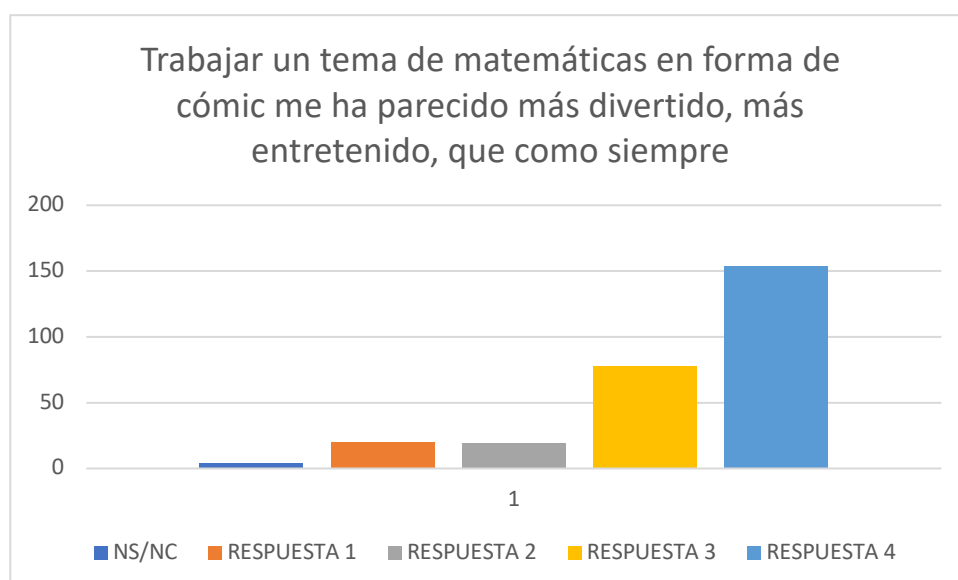
Fuente: elaboración propia.

Figura 62. Respuestas del alumnado a la pregunta 11: «Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic»



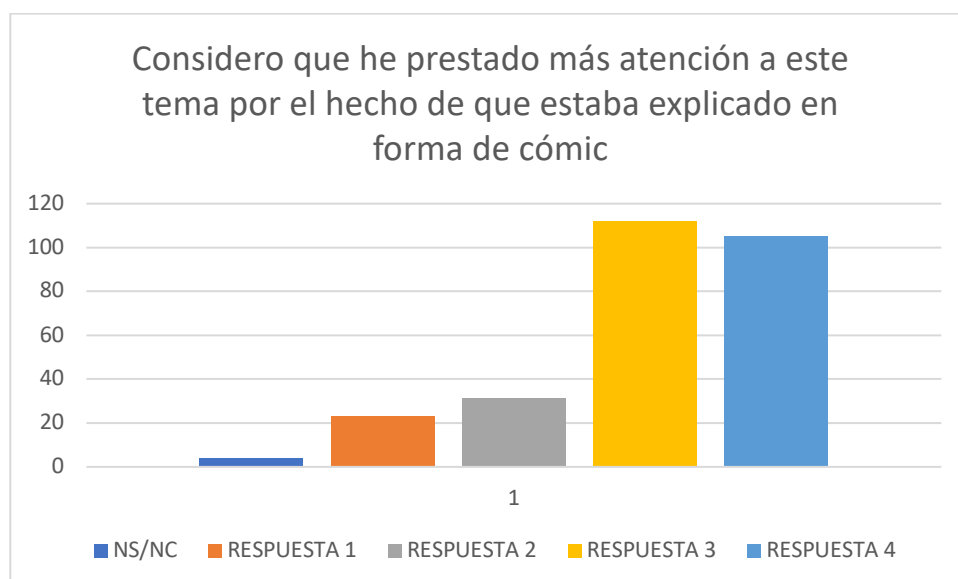
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 63. Respuestas del alumnado a la pregunta 12: «Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre»



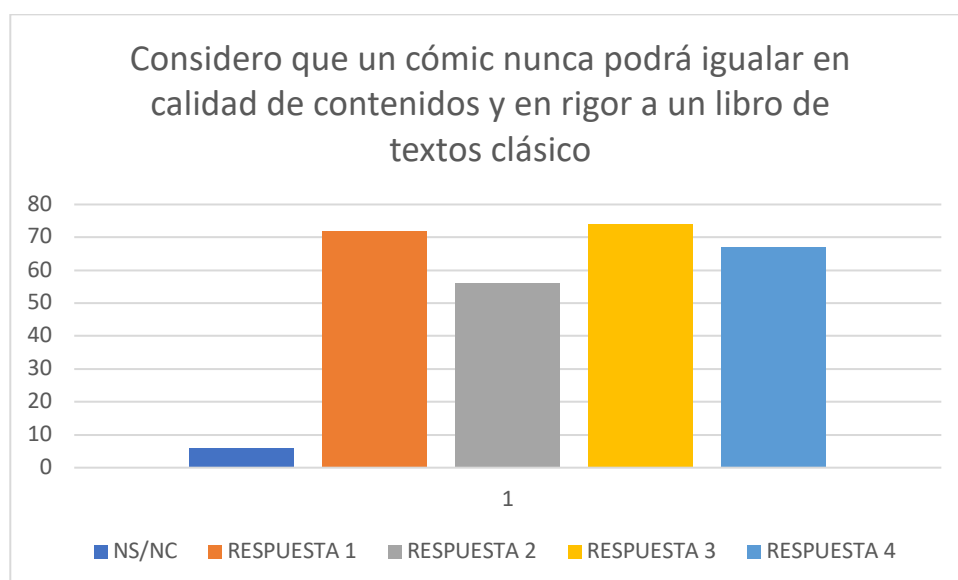
Fuente: *elaboración propia.*

Figura 64. Respuestas del alumnado a la pregunta 13: «Considero que he prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic»



Fuente: *elaboración propia.*

Figura 65. Respuestas del alumnado a la pregunta 14: «Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de textos clásico»



Fuente: *elaboración propia.*

Tabla 16. Respuestas cuestionario profesorado por países

PRE GUN TAS	Argentina	Bolivia	Chile	Colombia	Costa Rica	España	Guatemala	México	Paraguay	Perú	República Dominicana
(1)	25	2	7	16	15	13.59		15.8		17	3
(2)	3	4	4	4	4	3.59		3.6		4	4
(3)	4	4	4	3.5	4	3.82		3.6		4	4
(4)	3	3	4	3.5	4	3.12		3.1		4	4
(5)	3	4	4	3.5	4	3.53		3.5		4	3
(6)		3	4	3.5	4	3.18		3.2		4	3
(7)		3	4	4	4	3.33		3.7		4	4
(8)		4	4	3.5	4	3.07		3.2		4	3
(9)	3	4	4	3	4	3.33		3.5		4	3
(10)	3	3	4	3	4	3.2		3.2		4	3
(11)	3	3	4	3.5	4	3.13		3.2		4	3
(12)	3	4	4	3.5	4	3.06		3.7		3	4
(13)	4	4	4	3.5	4	3.65		3.7		4	4
(14)	3	4	4	3.5	4	3.59		3.7		4	4
(15)	2	3	2	3.5	4	2.06		2.2		3	1

Fuente: *elaboración propia.*

PREGUNTAS

- (1) Años de experiencia docente como profesor de matemáticas.
- (2) Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic.
- (3) Me ha gustado el dibujo del cómic.
- (4) Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve.
- (5) Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado.
- (6) Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican.
- (7) Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio.
- (8) Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios.
- (9) Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones.
- (10) Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis.
- (11) Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis.
- (12) Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic.
- (13) Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre.
- (14) Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic.
- (15) Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico.

Tabla 17. Respuestas cuestionario alumnado por países

PRE GUN TAS	Argentina	Bolivia	Chile	Colombia	Costa Rica	España	Guatemala	México	Paraguay	Perú	República Dominicana
(1)	14.875	38.5	15	22.24	30.5	12.88	25.5	30.17	25	41.25	22.29
(2)	3.21	4	4	3.58	4	3.3	3.5	3.56	4	4	3.29
(3)	3.54	3	4	3.55	4	3.48	3.5	3.44	4	3.5	3
(4)	3.25	3.5	4	3.36	4	3.02	3.5	3.61	4	3.25	3.29
(5)	3	4	4	3.3	4	3.15	3.5	3.61	4	4	3.14
(6)	3	4	4	3.33	4	3.08	4	3.44	4	4	2.86
(7)	3.3	4	4	3.18	4	2.9	4	3.56	4	4	2.8
(8)	3.13	4	4	3.3	4	3.2	4	3.2	4	4	3
(9)	3.43	4	4	3.42	4	3.27	3	3.5		3.5	3
(10)	3.38	4	4	3.42	4	3.26	3.5	3.44	4	3.5	3.14
(11)	3.17	4	4	3.39	4	3.13	3.5	3.33	4	3.5	2.86
(12)	3.08	3.5	4	3.63	4	3.3	4	3.5		4	2.86
(13)	2.96	4	4	3.55	4	3.33	3.5	3.44	4	4	3
(14)	3.04	4	4	3.48	4	2.97	3.5	3.39	4	4	2.71
(15)	2.54	4	3	3	4	2.36	2	2.56	4	3	2.29

Fuente: *elaboración propia.*

Preguntas:

- (1) Edad.
- (2) Me ha gustado estudiar un tema de matemáticas en forma de cómic.
- (3) Me ha gustado el dibujo del cómic.
- (4) He entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve.
- (5) He entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado.
- (6) He entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican.
- (7) He entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio.
- (8) He entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios.
- (9) He entendido bien lo que son las ecuaciones.
- (10) He entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis.
- (11) He entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis.
- (12) Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic.
- (13) Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre.
- (14) Considero que he prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic.
- (15) Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico.

Capítulo 6. Análisis de los resultados de las encuestas entre profesorado y alumnado

En los capítulos previos se ha establecido que el enfoque metodológico elegido para este análisis es el de un estudio cuantitativo. A través de la recolección de datos mediante cuestionarios se ha obtenido información valiosa que debe ser analizada e interpretada.

La muestra de estudio estuvo compuesta por 275 estudiantes y 35 profesores, que respondieron a los cuestionarios explicitados en el capítulo de metodología.

Es importante comparar las respuestas obtenidas entre ambos grupos, ya que, excepto la primera pregunta (años de experiencia en el caso de los profesores, edad en el caso de los alumnos), las demás son idénticas, aunque planteadas de forma diferente a profesores y estudiantes, lo que permite una fácil comparación.

Tabla 18. Comparación entre respuestas del profesorado y del alumnado

COMPARACIÓN PROFESORADO-ALUMNADO	PROFESORADO	ALUMNADO	RESTA PROF - ALUM	EN %
Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic	3.657	3.366	0.291	7.275
Me ha gustado el dibujo del cómic	3.771	3.484	0.287	7.175
Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve	3.229	3.219	0.01	0.25
Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado	3.543	3.219	0.324	8.1
Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican	3.265	3.164	0.101	2.525
Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio	3.562	3.064	0.498	12.45
Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios	3.25	3.239	0.011	0.275
Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones	3.424	3.331	0.093	2.325
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis	3.242	3.32	-0.078	-1.95
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis	3.242	3.201	0.041	1.025
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic	3.371	3.343	0.028	0.7
Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre	3.714	3.351	0.363	9.075
Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic	3.657	3.103	0.554	13.85
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico	2.257	2.506	-0.249	-6.225

Fuente: *elaboración propia.*

En la tabla presentada, se observan varias tendencias que también se replican en tablas similares de países específicos, como se analizará más adelante en este capítulo.

6.1. Tendencias encontradas

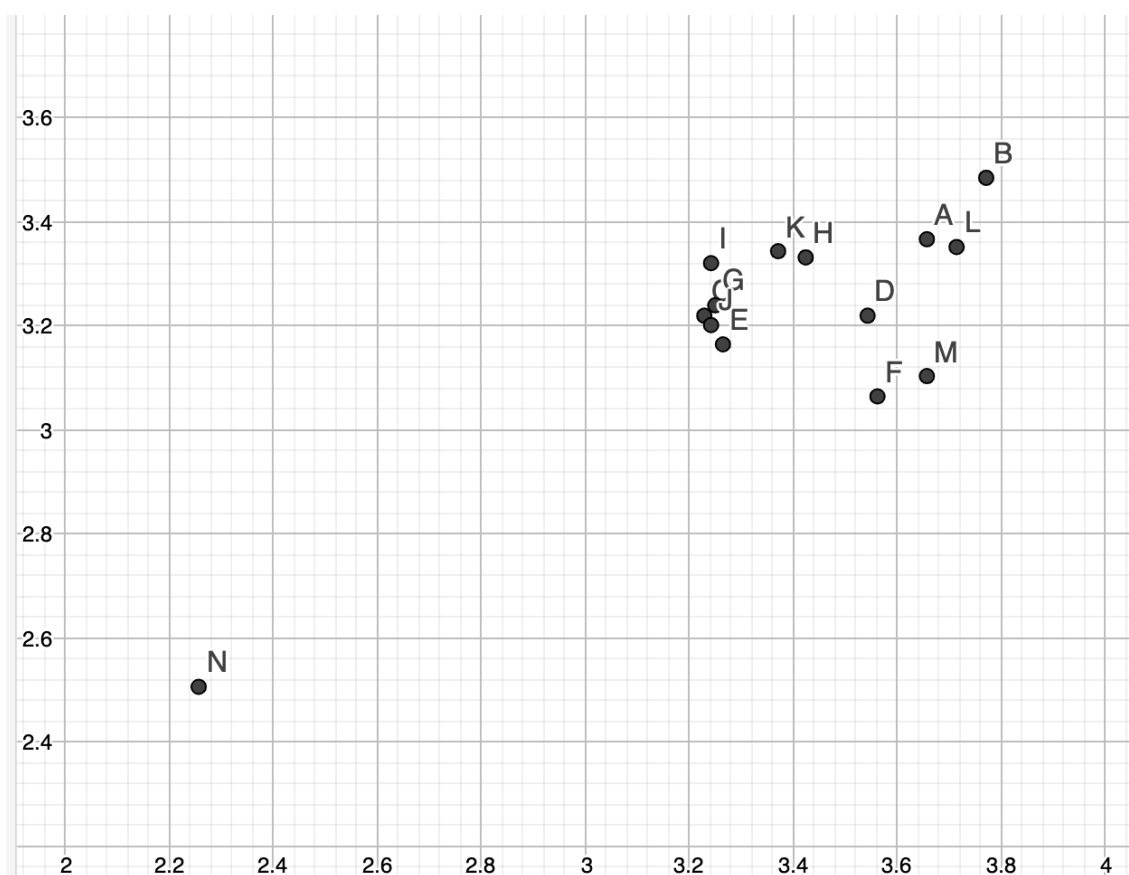
TENDENCIA 1 (ANÁLISIS): los datos obtenidos en los cuestionarios de profesores y estudiantes muestran un patrón consistente de valores superiores a 3, lo que equivale a un 75% de valoración o una calificación de 7.5 sobre 10. Solo la pregunta 14ª, la última, presenta un resultado diferente, lo que fortalece la hipótesis inicial, ya que esta pregunta («considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico») es la única que está formulada de manera negativa. Cuanto mayor sea la puntuación asignada por los encuestados a esta pregunta, menor será el acuerdo con la hipótesis inicial de la tesis.

TENDENCIA 1 (INTERPRETACIÓN): esta tendencia representa una clara confirmación de la hipótesis de partida, que sostiene que un cómic puede ser utilizado como un recurso metodológico tan efectivo o incluso más que un libro de texto clásico.

TENDENCIA 2 (ANÁLISIS): los promedios obtenidos por el profesorado y el alumnado son en gran medida similares en la mayoría de los casos. Esto se puede apreciar con claridad al examinar la última columna, que proporciona la diferencia (en porcentaje) entre las valoraciones del profesorado y del estudiantado. De las 14 preguntas reflejadas, solo 2 de ellas (la 6ª y la 13ª) tienen una diferencia que excede el 10%.

Para analizar esta correlación de manera estadísticamente precisa, consideraremos los resultados del profesorado como una variable (x), los resultados del alumnado como otra variable (y), dibujaremos la nube de puntos y calcular la correlación. La nube de puntos se presenta de la siguiente manera:

Figura 66. Nube de puntos para hallar la correlación entre los resultados del profesorado y del alumnado



Fuente: elaboración propia.

El coeficiente de correlación entre estas dos variables es de 0.82, siendo lo máximo posible 1. Este coeficiente nos remite a una correlación muy fuerte entre las respuestas del profesorado y el alumnado.

TENDENCIA 2 (INTERPRETACIÓN): esto nos habla de la consistencia de respuestas entre profesorado y alumnado. Parece ser que lo que piensa el profesor y lo que piensan sus alumnos coincide de forma bastante precisa. Coherencia en la visión que hacen ambos sectores respecto al uso del cómic como recurso metodológico.

TENDENCIA 3 (ANÁLISIS): las medias de las respuestas del profesorado son casi siempre mayores que las del alumnado. Esto lo vemos con claridad en la tercera columna, la que nos da la diferencia de profesorado menos alumnado. Solo dos preguntas (la 9ª y la 14ª) tienen valores negativos, lo que indica que solo en esas preguntas el alumnado ha dado una valoración superior a la dada por el profesorado.

TENDENCIA 3 (INTERPRETACIÓN): el hecho de que el profesorado tenga una valoración más alta en casi todos los ítems del cuestionario se puede interpretar desde el

punto de vista del anhelo en la profesión docente de recursos materiales diferentes e innovadores para enseñar matemáticas.

TENDENCIA 4 (ANÁLISIS): las cuatro preguntas con mejor valoración por parte del profesorado son, en este orden:

- (1) «Me ha gustado el dibujo del cómic», con una nota promedio de 3.771 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 94.275%.
- (2) «Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre», con una nota promedio de 3.714 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 92.85%.
- (3) «Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic», con una nota promedio de 3.657 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 91.425%.
- (4) «Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic», con una nota promedio de 3.657 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 91.425%.

TENDENCIA 4 (INTERPRETACIÓN): las preguntas mejor valoradas por el profesorado son precisamente aquellas que hablan del uso del cómic de forma genérica, como experiencia. Queremos poner un especial énfasis en la 13ª pregunta, que ha sido la cuarta mejor valorada por el profesorado. El profesorado avala con más de un 90% que la atención brindada por su alumnado a la explicación de los conceptos matemáticos desarrollados durante la unidad didáctica, en este caso el álgebra, ha sido mayor con el cómic y precisamente por este motivo. Es decir, el profesorado avala que el uso del cómic puede mejorar (en este caso ha sido así) la atención de su alumnado en las clases. Este resultado en concreto de la encuesta refuerza la hipótesis de partida.

TENDENCIA 5 (ANÁLISIS): las cuatro preguntas con mejor valoración por parte del alumnado son, en este orden:

- (1) «Me ha gustado el dibujo del cómic», con una nota promedio de 3.484 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 87.1%.
- (2) «Me ha gustado aprender un tema de matemáticas en forma de cómic», con una nota promedio de 3.366 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 84.15%.
- (3) «Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre», con una nota promedio de 3.351 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 83.775%.
- (4) «Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic», con una nota promedio de 3.343 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 83.575%.

TENDENCIA 5 (INTERPRETACIÓN): las preguntas mejor valoradas por el alumnado son, al igual que pasaba con las respuestas del profesorado, aquellas que hablan del uso del cómic de forma genérica, como experiencia. Al igual que en la tendencia

anteriormente comentada, lo más valorado por el alumnado es el dibujo del cómic. Obviamente, al ser el cómic un medio narrativo gráfico, es muy importante que los dibujos gusten al público objetivo. Sin duda, esto ayuda a que la implicación de los alumnos funcione mejor. En la segunda pregunta mejor valorada, el alumnado refiere haber disfrutado con la experiencia. En la tercera pregunta mejor valorada destacan lo divertido, lo entretenido, que les ha parecido, y lo valoran con más de un 83%. El hecho de que la cuarta pregunta mejor valorada por el alumnado indique que consideran que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic, y lo valoren con más de un 83%, es un nuevo refuerzo a nuestra hipótesis de partida.

Figura 67. Gráfico comparativo de respuestas de profesorado y alumnado



Fuente: *elaboración propia.*

6.2. Comparación entre España y México

Considerando que España y México son los dos países de los que más resultados hemos obtenido, tanto en el colectivo de profesorado como en el del alumnado, hemos decidido

hacer también la comparativa entre alumnado y profesorado atendiendo específicamente a los datos de cada uno de estos dos países.

Tabla 19. Comparación entre respuestas del profesorado y del alumnado de España

COMPARACIÓN PROFESORADO-ALUMNADO ESPAÑA	PROFESORADO ESPAÑA	ALUMNADO ESPAÑA	RESTA PROF-ALUM	RESTA EN %
Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic	3.59	3.3	0.29	7.25
Me ha gustado el dibujo del cómic	3.82	3.48	0.34	8.5
Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve	3.12	3.02	0.1	2.5
Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado	3.53	3.15	0.38	9.5
Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican	3.18	3.08	0.1	2.5
Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio	3.33	2.9	0.43	10.75
Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios	3.07	3.2	-0.13	-3.25
Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones	3.33	3.27	0.06	1.5
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis	3.2	3.26	-0.06	-1.5
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis	3.13	3.13	0	0
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic	3.06	3.3	-0.24	-6
Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre	3.65	3.33	0.32	8
Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic	3.59	2.97	0.62	15.5
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico	2.06	2.36	-0.3	-7.5

Fuente: *elaboración propia.*

6.3. Comparación profesorado-alumnado en España

En esta tabla comparamos los resultados promedio del profesorado con el alumnado, pero solo en España. Procedemos a analizar si también, en este universo restringido de España surgen las mismas cinco tendencias.

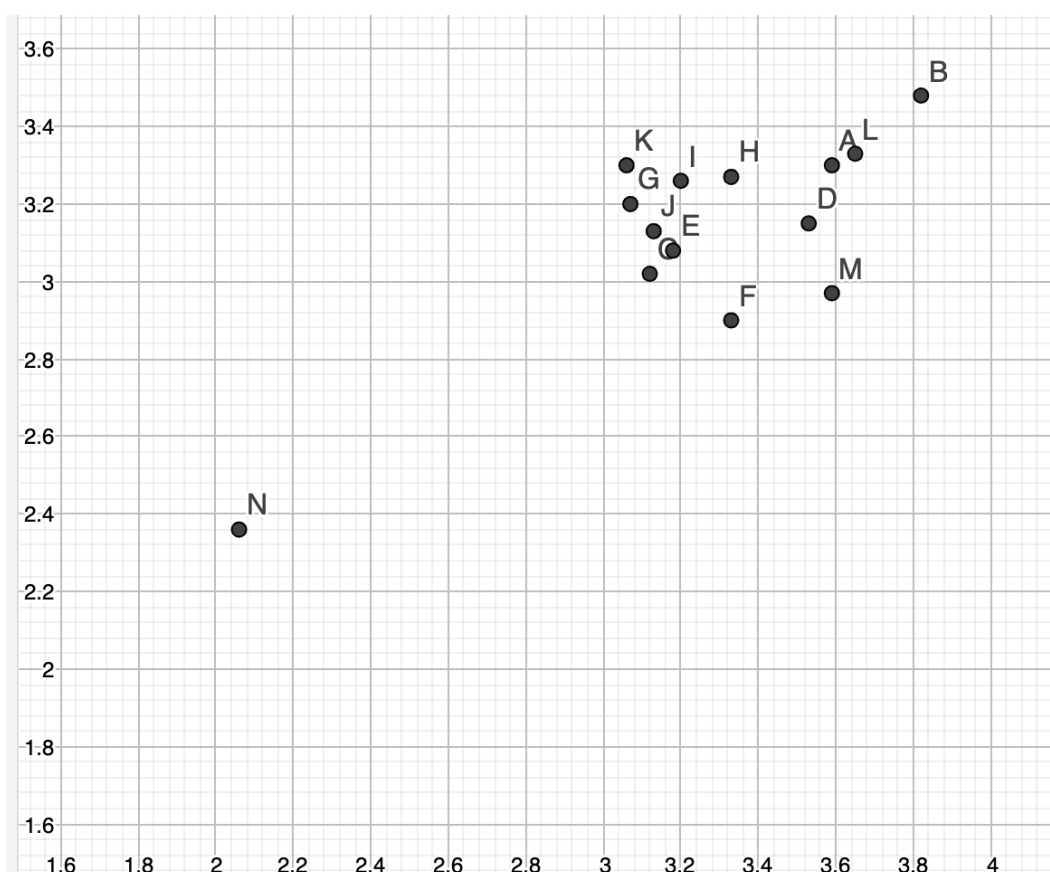
TENDENCIA 1 (ANÁLISIS): los valores obtenidos en los cuestionarios de profesores y de alumnos dan casi siempre valores por encima del 3, lo que equivaldría a un 75% de valoración o una nota de 7.5 si lo pensamos sobre 10. Solo escapa a este resultado la pregunta 14ª, la última (lo cual refuerza la hipótesis inicial como ya explicamos); la 6ª pregunta (he entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio) pero solo en el sector de alumnos, que ha dado un resultado de 2.9, lo que significaría un porcentaje de 72.5%; y la pregunta 13ª (considero que he prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic) pero solo

en el sector de alumnos, que ha dado un resultado de 2.97, lo que significaría un porcentaje de 74.25%. Es decir, se ratifica en España esta tendencia general que comentamos en el apartado anterior.

TENDENCIA 2 (ANÁLISIS): las medias de profesorado y alumnado son bastante similares en casi todos los casos. Esto lo apreciamos con claridad observando la última columna, la que nos da la diferencia (en porcentaje) de las valoraciones de profesorado y alumnado. De las 14 preguntas reflejadas, solo 2 de ellas (la 6ª y la 13ª) tienen una diferencia que excede del 10%. Se ratifica esta tendencia en los cuestionarios españoles.

Al igual que en el caso general tratado anteriormente para analizar esta correlación de una manera correcta desde el punto de vista estadístico, vamos a considerar los resultados del profesorado español como una variable (x), los resultados del alumnado español como otra variable (y), vamos a dibujar la nube de puntos y vamos a calcular la correlación. La nube de puntos queda así:

Figura 68. Nube de puntos para hallar la correlación entre los resultados del profesorado español y del alumnado español



Fuente: elaboración propia.

El coeficiente de correlación entre estas dos variables es de 0.78, siendo lo máximo posible 1. Siendo un valor algo inferior al calculado en el caso anterior, sin filtro espacial,

podemos considerar que este coeficiente sigue remitiéndonos a una correlación muy fuerte entre las respuestas del profesorado y el alumnado.

TENDENCIA 3 (ANÁLISIS): las medias de las respuestas del profesorado son casi siempre mayores que las del alumnado. Esto lo vemos con claridad en la tercera columna, la que nos da la diferencia de profesorado menos alumnado. Solo cuatro preguntas (la 7ª, la 9ª, la 11ª y la 14ª) tienen valores negativos, lo que indica que solo en esas preguntas el alumnado ha dado una valoración superior a la ofrecida por el profesorado. Solo cuatro preguntas de las catorce planteadas. Volvemos a encontrar esta tendencia, un poco aminorada, en los cuestionarios españoles.

TENDENCIA 4 (ANÁLISIS): las cuatro preguntas con mejor valoración por parte del profesorado español son, en este orden:

- (1) «Me ha gustado el dibujo del cómic», con una nota promedio de 3.82 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 95.5%.
- (2) «Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre», con una nota promedio de 3.65 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 91.25%.
- (3) «Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic», con una nota promedio de 3.59 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 89.75%.
- (4) «Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic», con una nota promedio de 3.59 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 89.75%.

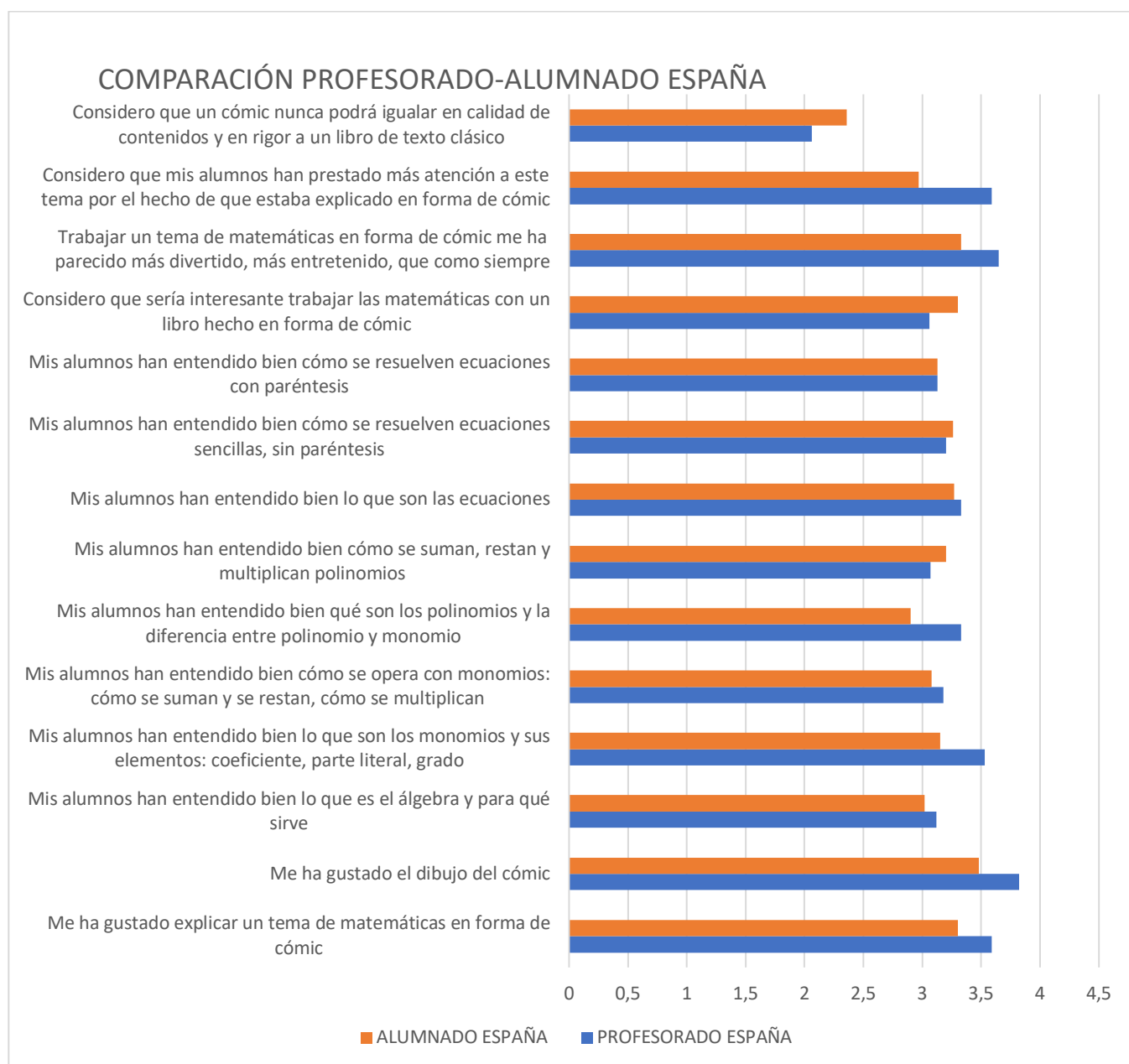
Que las preguntas más valoradas por el profesorado español sean estas cuatro preguntas concuerda con la tendencia general comentada previamente.

TENDENCIA 5 (ANÁLISIS): las cuatro preguntas con mejor valoración por parte del alumnado son, en este orden:

- (1) «Me ha gustado el dibujo del cómic», con una nota promedio de 3.48 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 87%.
- (2) «Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre», con una nota promedio de 3.33 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 83.25%.
- (3) «Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic», con una nota promedio de 3.3 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 82.5%.
- (4) «Me ha gustado aprender un tema de matemáticas en forma de cómic», con una nota promedio de 3.3 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 82.5%.

Que las preguntas más valoradas por el alumnado español sean estas cuatro preguntas concuerda con la tendencia general comentada previamente.

Figura 69. Gráfico comparativo de respuestas de profesorado español y alumnado español



Fuente: elaboración propia.

6.4. Comparación profesorado-alumnado en México

Tabla 20. Comparación entre respuestas del profesorado y del alumnado de México

COMPARACIÓN MÉXICO	PROFESORADO-ALUMNADO	PROFESORADO MÉXICO	ALUMNADO MÉXICO	RESTA PROF-ALUM	RESTA EN %
Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic		3.6	3.56	0.04	1
Me ha gustado el dibujo del cómic		3.6	3.44	0.16	4
Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve		3.1	3.61	-0.51	-12.75
Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado		3.5	3.61	-0.11	-2.75
Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican		3.2	3.44	-0.24	-6
Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio		3.7	3.56	0.14	3.5
Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios		3.2	3.2	0	0
Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones		3.5	3.5	0	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis		3.2	3.44	-0.24	-6
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis		3.2	3.33	-0.13	-3.25
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic		3.7	3.5	0.2	5
Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre		3.7	3.44	0.26	6.5
Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic		3.7	3.39	0.31	7.75
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico		2.2	2.56	-0.36	-9

Fuente: *elaboración propia.*

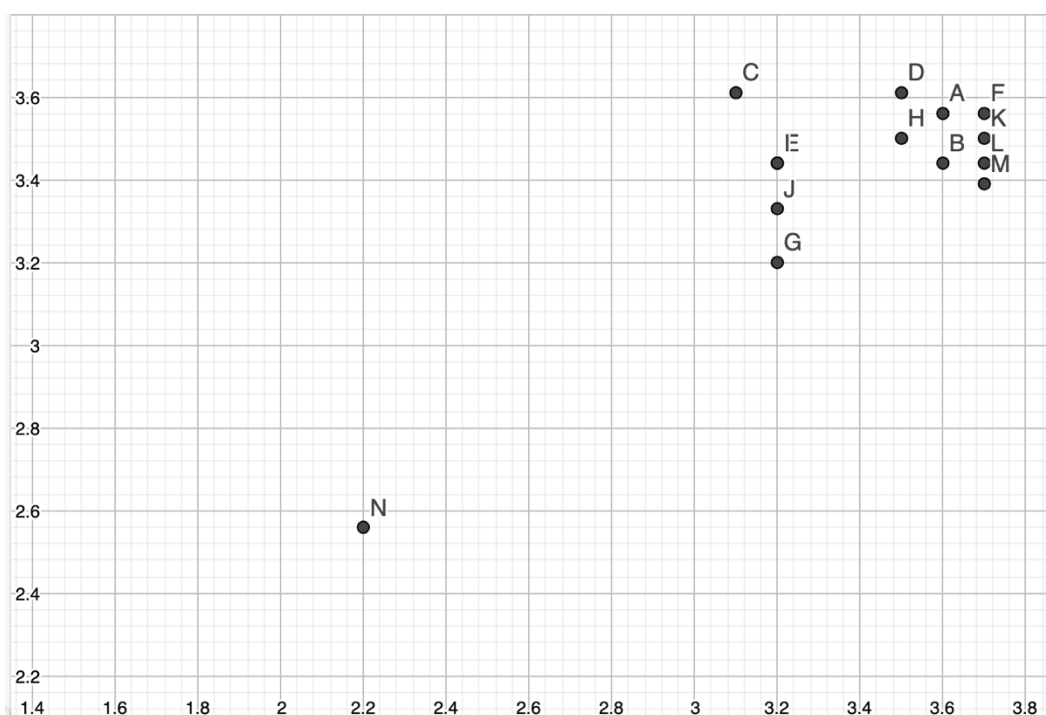
En esta tabla comparamos los resultados promedio del profesorado con el alumnado, pero solo en México. Procedemos a analizar si también, en este universo restringido de México surgen las mismas cinco tendencias.

TENDENCIA 1 (ANÁLISIS): los valores obtenidos en los cuestionarios de profesores y de alumnos dan casi siempre valores por encima del 3, lo que equivaldría a un 75% de valoración o una nota de 7.5 si lo pensamos sobre 10. Solo escapa a este resultado la pregunta 14ª, la última (lo cual refuerza la hipótesis inicial como ya explicamos. Es decir, se ratifica en México esta tendencia general que comentamos en el apartado anterior).

TENDENCIA 2 (ANÁLISIS): las medias de profesorado y alumnado son bastante similares en casi todos los casos. Esto lo apreciamos con claridad observando la última columna, la que nos da la diferencia (en porcentaje) de las valoraciones de profesorado y alumnado. De las 14 preguntas reflejadas, solo una de ellas (la 3ª) tiene una diferencia que excede del 10%. Se ratifica esta tendencia en los cuestionarios mexicanos.

Al igual que en el caso general y en el caso español tratados anteriormente, para analizar esta correlación de una manera correcta desde el punto de vista estadístico, vamos a considerar los resultados del profesorado mexicano como una variable (x), los resultados del alumnado mexicano como otra variable (y), vamos a dibujar la nube de puntos y vamos a calcular la correlación. La nube de puntos queda así:

Figura 70. Nube de puntos para hallar la correlación entre los resultados del profesorado mexicano y del alumnado mexicano



Fuente: *elaboración propia.*

El coeficiente de correlación entre estas dos variables es de 0.82, siendo lo máximo posible 1. De nuevo, al igual que en el caso general, se trata de una correlación muy fuerte.

TENDENCIA 3 (ANÁLISIS): Las medias de las respuestas del profesorado son casi siempre mayores que las del alumnado. Esto lo vemos con claridad en la tercera columna, la que nos da la diferencia de profesorado menos alumnado. En el caso de México, 6 preguntas (la 3ª, la 4ª, la 5ª, la 9ª, la 10ª y la 14ª) tienen valores negativos, lo que indica que solo en esas preguntas el alumnado ha dado una valoración superior a la dada por el profesorado. Esta tendencia no aparece tan clara en los cuestionarios mexicanos.

TENDENCIA 4 (ANÁLISIS): las cuatro preguntas con mejor valoración por parte del profesorado español comparten la nota, un promedio de 3.7 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 92.5%. Son las siguientes:

- (1) «Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre».

- (2) «Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic».
- (3) «Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic».
- (4) «Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio».

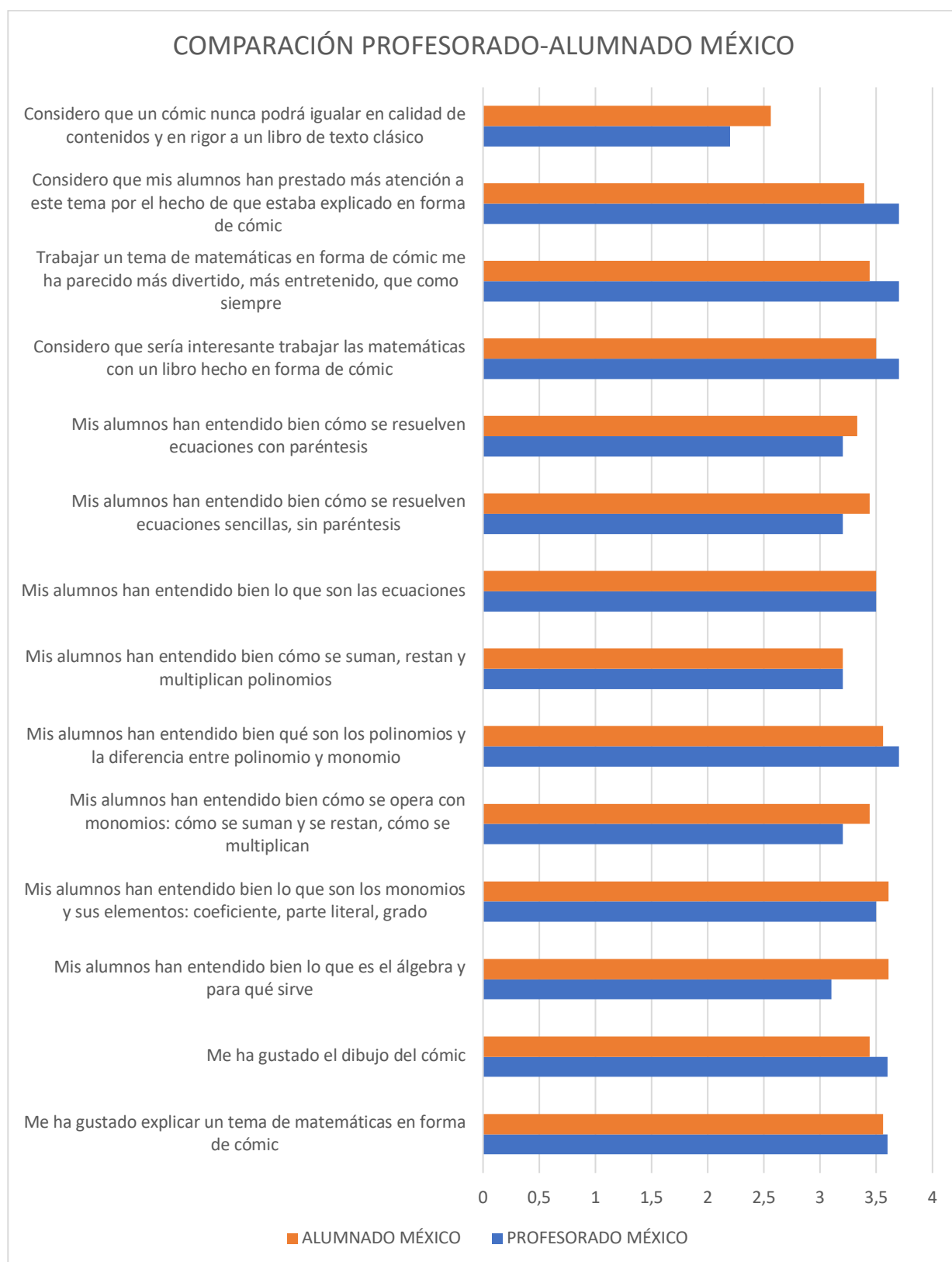
Que las preguntas más valoradas por el profesorado mexicano sean estas cuatro preguntas es coherente con la tendencia general comentada previamente.

TENDENCIA 5 (ANÁLISIS): las cuatro preguntas con mejor valoración por parte del alumnado son, en este orden:

- (1) «Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve», con una nota promedio de 3.61 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 90.25%.
- (2) «Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado», con una nota promedio de 3.61 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 90.25%.
- (3) «Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio», con una nota promedio de 3.56 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 89%.
- (4) «Me ha gustado aprender un tema de matemáticas en forma de cómic», con una nota promedio de 3.56 sobre 4, lo que en porcentaje sería una valoración del 89%.

En esta ocasión, la tendencia general no concuerda con lo visto en los cuestionarios mexicanos. Las preguntas más valoradas por el alumnado mexicano se refieren a la comprensión del concepto de álgebra y a los conceptos de monomios y sus elementos (coeficiente, parte literal, grado). Precisamente, estos dos conceptos aparecen en las primeras páginas del cómic. Esto nos sugiere que probablemente en los colegios mexicanos en los que se ha implementado el cómic, no se ha avanzado más allá de las primeras páginas.

Figura 71. Gráfico comparativo de respuestas de profesorado mexicano y alumnado mexicano



Fuente: *elaboración propia.*

6.5. Comparación profesorado-alumnado por centro escolar

A continuación, ofrecemos un análisis que nos parece muy interesante y que ha consistido en comparar los resultados del profesorado con los de su propio alumnado. Disponemos de datos para hacerlo en ocho colegios:

- El colegio Hispano de Chillán, en Chile (un cuestionario de profesor, un cuestionario de alumno).
- La institución educativa María Inmaculada de San Marcos, en Colombia (un cuestionario de profesor, un cuestionario de alumno).
- El colegio de Santa Ana de Orotina, en Costa Rica (un cuestionario de profesor, un cuestionario de alumno).
- El IEBO 17 San Pedro el Alto de Oaxaca, en México (dos cuestionarios de profesor, cuatro cuestionarios de alumnos).
- El colegio Doctor Maximiliano Ruiz Castañeda de San José del Rincón, en México (un cuestionario de profesor, un cuestionario de alumno).
- El IES Veracruz de Begíjar, en Jaén (España) (un cuestionario de profesor, un cuestionario de alumno).
- El colegio Sant Francesc de Guadassuar, en Valencia (España) (un cuestionario de profesor, veintiséis cuestionarios de alumnos).
- El colegio Luz Casanova de Valencia, en Valencia (España) (un cuestionario de profesor, ochenta y seis cuestionarios de alumnos).

Tabla 21. Comparación entre respuestas del profesor y del alumno del colegio Hispano de Chillán, en Chile

COMPARACIÓN PROFESORADO-ALUMNADO Hispano de Chillán	PROFESOR	ALUMNO	RESTA PROF-ALUM
Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic	4	4	0
Me ha gustado el dibujo del cómic	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis	4	4	0
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic	4	4	0
Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre	4	4	0
Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic	4	4	0
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico	2	3	-1

Fuente: *elaboración propia.*

Las respuestas del profesor y del alumno del colegio Hispano de Chillán, en Chile son las más altas posibles (4) en todas las preguntas, excepto en la última, que como venimos comentando es una pregunta inversa, en negativo. En esta última pregunta («considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico»), el profesor ha valorado con un 2 sobre 4 y el alumno con un 3 sobre 4.

Exceptuando esta diferencia, las respuestas de profesor y alumno de este colegio Hispano de Chillán, en Chile son exactamente las mismas. Y extraordinariamente positivas.

Tabla 22. Comparación entre respuestas del profesor y del alumno del colegio María Inmaculada de San Marcos, en Colombia

COMPARACIÓN PROFESORADO-ALUMNADO María Inmaculada	PROFESOR	ALUMNO	RESTA PROF-ALUM
Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic	4	3	1
Me ha gustado el dibujo del cómic	3	3	0
Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve	3	3	0
Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado	3	4	-1
Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican	3	3	0
Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio	4	3	1
Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios	3	3	0
Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones	2	3	-1
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis	2	3	-1
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis	3	3	0
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic	3	4	-1
Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre	3	4	-1
Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic	3	4	-1
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico	3	4	-1

Fuente: *elaboración propia.*

Las respuestas del profesor y del alumno del colegio María Inmaculada de San Marcos, en Colombia varían casi siempre entre el 3 y el 4. Solamente encontramos un par de valoraciones de 2: «mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones» y «mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis». En ambos casos, el alumno ha dado una valoración más alta a esta pregunta. De hecho, las valoraciones de este alumno son por lo general más altas que las de su profesor.

Tabla 23. Comparación entre respuestas del profesor y del alumno del colegio Santa Ana de Orotina, en Costa Rica

COMPARACIÓN PROFESORADO-ALUMNADO Santa Ana	PROFESOR	ALUMNO	RESTA PROF-ALUM
Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic	4	4	0
Me ha gustado el dibujo del cómic	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis	4	4	0
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic	4	4	0
Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre	4	4	0
Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic	4	4	0
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico	4	4	0

Fuente: *elaboración propia.*

Tanto el profesor como el alumno del colegio Santa Ana de Orotina, en Costa Rica, han valorado todas las preguntas con una nota de 4 sobre 4. Incluso la última pregunta, la que está formulada de modo negativo y su valoración debe interpretarse de forma totalmente opuesta a todas las demás preguntas. Pensamos que ni el profesor ni el alumno han leído concienzudamente todas las preguntas, sino que más bien han decidido a evaluar con la mejor puntuación (supuestamente) todas las preguntas. De hecho, es curioso que el alumno hace la observación de «excelente material» que resulta incoherente con su respuesta en la última pregunta.

Tabla 24. Comparación entre respuestas de los profesores y de los alumnos del colegio IEBO 17 San Pedro el Alto de Oaxaca, en México

COMPARACIÓN PROFESORADO-ALUMNADO IEBO 17 San Pedro el Alto de Oaxaca	PROFESOR	ALUMNO	RESTA PROF-ALUM
Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic	3.5	3.5	0
Me ha gustado el dibujo del cómic	4	3.5	0.5
Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve	3	3.25	-0.25
Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado	3.5	3.25	0.25
Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican	3.5	3.25	0.25
Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio	3.5	3.75	-0.25

Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios	3.5	3	0.5
Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones	3.5	3.5	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis	3	3.75	-0.75
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis	3.5	3	0.5
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic	3.5	3.5	0
Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre	3.5	3.5	0
Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic	3.5	3.75	-0.25
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico	2.5	2.5	0

Fuente: *elaboración propia.*

La nota asignada al profesor es la media de las dos valoraciones de profesores que habíamos comentado que había. La nota asignada al alumno es la media de las cuatro valoraciones de alumnos que habíamos comentado que había. Las notas promedio tanto del profesorado como del alumnado muestran un nivel mínimo de 3 sobre 4 (valoración del 75%) en todas las preguntas, excepto en la última, que muestra en ambos sectores de población una nota de 2.5 sobre 4 (62.5%). Este bajo resultado obtenido en la última pregunta frente a los resultados siempre más elevados en el resto de las preguntas es coherente con nuestra hipótesis de trabajo.

Tabla 25. Comparación entre respuestas del profesor y del alumno del colegio Doctor Maximiliano Ruiz Castañeda de San José del Rincón, en México

COMPARACIÓN PROFESORADO-ALUMNADO Doctor Maximiliano Ruiz Castañeda	PROFESOR	ALUMNO	RESTA PROF-ALUM
Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic	4	4	0
Me ha gustado el dibujo del cómic	4	4	0
Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve	3	4	-1
Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado	3	3	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican	3	3	0
Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio	4	3	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios	3	3	1
Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones	3	3	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis	3	3	0
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis	3	4	-1
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic	4	4	0
Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre	4	3	1
Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic	4	3	1
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico	2	3	-1

Fuente: *elaboración propia.*

Apreciamos de nuevo respuestas bastantes similares entre el profesor y el alumno.

Tabla 26. Comparación entre respuestas del profesor y de los alumnos del colegio Sant Francesc de Guadassuar, Valencia (España)

COMPARACIÓN PROFESORADO-ALUMNADO Sant Francesc de Guadassuar	PROFESOR	ALUMNO	RESTA PROF-ALUM
Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic	4	2.73	1.27
Me ha gustado el dibujo del cómic	4	3.42	0.58
Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve	3	3.12	-0.12
Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado	4	3.12	0.88
Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican	3	3	0
Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio	4	2.73	1.27
Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios	3	3.15	-0.15
Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones		3.18	
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis		3.23	
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis		3.43	
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic	3	3.10	-0.1
Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre	4	3.05	0.95
Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic	4	3.05	0.95
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico	2	2.64	-0.64

Fuente: *elaboración propia.*

En los resultados del colegio Sant Francesc de Guadassuar observamos una particularidad que aún no había aparecido en este análisis de resultados: respuestas en blanco. Además, esto se da en el sector del profesorado. El profesor ha dejado en blanco las tres preguntas que se refieren a las ecuaciones, lo que da a entender que quizá su explicación del tema del álgebra no llegó a tocar las ecuaciones.

Observamos que, a excepción (como casi siempre) de la última pregunta, todas las respuestas, tanto del profesor como de sus alumnos, no bajan del 3. Hay una excepción en este caso. Se trata de la primera respuesta del alumnado a la pregunta «Me ha gustado aprender un tema de matemáticas en forma de cómic» valorada con un 2.73. Es un resultado curioso considerando que todas las demás respuestas se han situado como mínimo en un 3. Cabe la posibilidad de que haya habido algún tipo de conflicto en el aula relacionado con el proceso de evaluación o alguna cuestión de este estilo. Se podría investigar si en esta ocasión ha ocurrido algo inusual.

Tabla 27. Comparación entre respuestas del profesor y de los alumnos del colegio Luz Casanova, de Valencia (España)

COMPARACIÓN	PROFESORADO-ALUMNADO	Sant Francesc de	PROFESOR	ALUMNO	RESTA PROF-ALUM
Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic			4	3.49	0.51
Me ha gustado el dibujo del cómic			4	3.55	0.45
Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve			3	2.92	0.08
Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado			4	3.11	0.89
Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican			4	3.08	0.92
Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio			3	3.03	-0.03
Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican polinomios			4	3.15	0.85
Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones			3	3.27	-0.27
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis			3	3.16	-0.16
Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis			3	3.16	-0.16
Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic			3	3.47	-0.47
Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre			3	3.49	-0.49
Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic			4	3.14	-0.86
Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de texto clásico			1	2.17	-1.17

Fuente: *elaboración propia.*

En los resultados del colegio Luz Casanova aparecen las mismas constantes que se están viendo en todas las encuestas parciales por colegios, como por ejemplo, las valoraciones con notas mínimas de 3 en casi todas las preguntas (a excepción, como es deseable, de la última pregunta). Destaca en este análisis que en este colegio el alumnado responda, a la mayoría de preguntas, con notas superiores a las del profesor, lo que no había sucedido hasta ahora. Quizá sea debido a que este es el colegio en el que trabaja el doctorando que suscribe esta tesis y el alumnado en pleno lo conoce en persona. No encontramos ninguna otra diferencia entre este centro escolar y los demás que pueda explicar esta mayor valoración general del alumnado que la que aporta el profesorado.

6.6. Estudio comparativo entre países

A continuación, vamos a realizar un estudio comparativo entre los resultados obtenidos en los diferentes países, para tratar de abordar el asunto de si las diferentes características de cada sistema educativo nacional son un factor a tener en cuenta a la hora de aceptar el cómic como un recurso educativo válido.

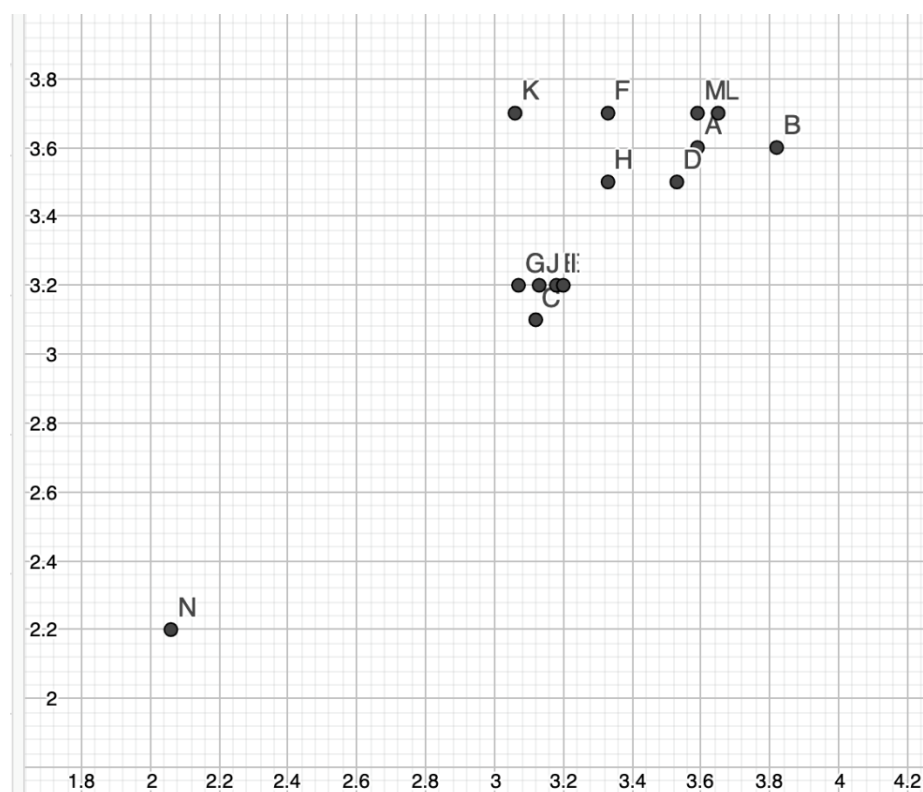
Para este estudio de correlación entre distintos países, vamos a prescindir de analizar la primera pregunta de cada cuestionario; en el del profesorado, esta primera pregunta se refería a los años de experiencia docente; en el del alumnado, esta primera pregunta se

refería a la edad. Esta pregunta se ha analizado al principio de este capítulo y no tiene ningún interés en este momento.

Comparativa entre respuestas del profesorado.

Considerando el bajo número de respuestas del profesorado, únicamente consideramos significativo el estudio comparativo entre España (diecisiete respuestas de profesores) y México (diez respuestas de profesores).

Figura 72. Nube de puntos correspondiente a las respuestas del profesorado español (x) y del profesorado mexicano (y)



Fuente: *elaboración propia.*

La correlación de estas dos variables da un valor de 0.88, lo que nos explicita que las respuestas del profesorado de estos dos países analizados están fuertemente relacionadas. Esto nos hace descartar la hipótesis de que el uso del cómic puede funcionar mejor en unos países que en otros, en función de las características del sistema educativo.

Comparativa entre respuestas del alumnado.

Los países con mayor número de respuestas del alumnado son, en orden decreciente, España (181), Colombia (33), Argentina (24) y México (18).

Vamos, por tanto, a calcular los coeficientes de correlación de cada pareja de estos países y los vamos a colocar en una tabla.

Tabla 28. Valores de los coeficientes de correlación entre las respuestas del alumnado de los países con mayor número de respuestas del alumnado

	España	Colombia	Argentina	México
España		0.85	0.71	0.71
Colombia			0.48	0.61
Argentina				0.67
México				

Fuente: *elaboración propia.*

Vemos que la correlación es alta en todos los casos, excepto entre los resultados de Colombia y Argentina ($r = 0.48 < 0.5$). El resto de valores superan el umbral del $r = 0.5$ y se pueden, por tanto, considerar altas. Especial y significativamente altos son los valores de la correlación entre España y Colombia ($r = 0.85$), entre España y Argentina ($r = 0.71$) y entre España y México ($r = 0.71$).

Estos parámetros nos hablan de la relación entre las respuestas de una pareja de países, lo que anula la posible hipótesis de que las diferencias entre los sistemas educativos determinan la adecuación o no de la implementación de cómics como recursos metodológicos en el aula de matemáticas. Estos resultados nos demuestran que, efectivamente, el sistema educativo y sus posibles características diferenciadas no es obstáculo para implementar los cómics como recurso didáctico en el aula de matemáticas.

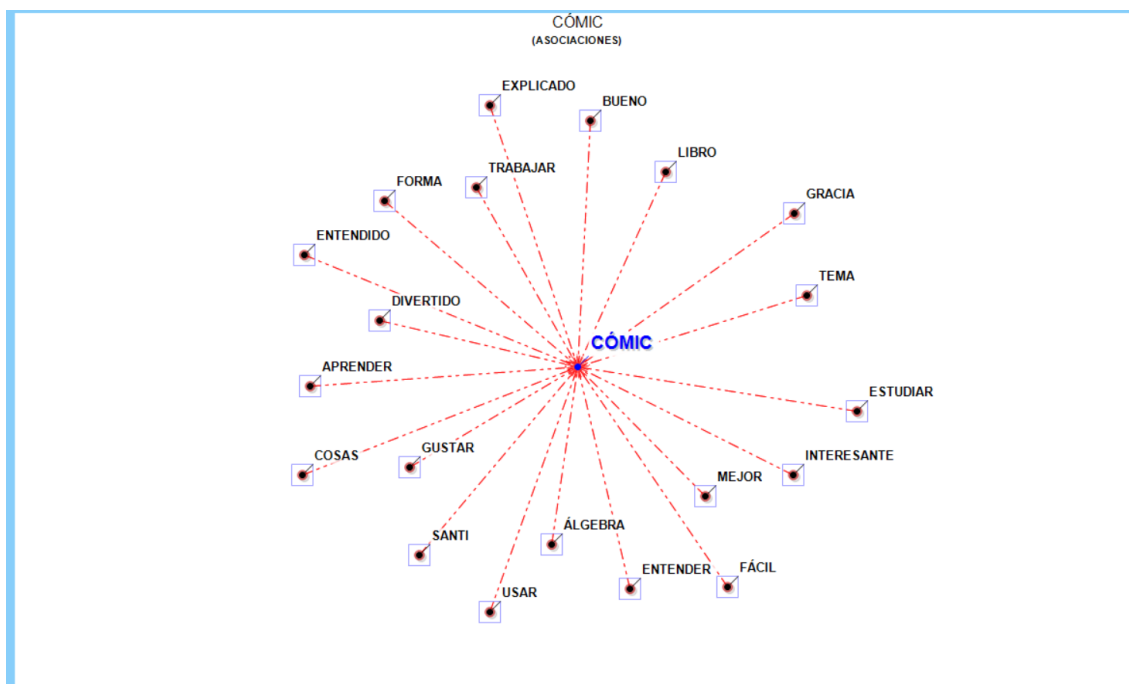
Por otra parte, en los cuestionarios disponíamos de respuestas a un campo abierto que nos han deparado una cantidad importante de texto sobre el que hemos realizado varios análisis, bien en forma de clústeres, bien de mapas de asociaciones de términos, bien de mapas de árbol, bien de nubes de palabras.

6.7. Mapa de asociaciones de términos

Las asociaciones de términos generadas por el software T-LAB PLUS ofrecen una visión fascinante de las conexiones y relaciones que existen entre palabras en un corpus de texto libre, como el de las preguntas abiertas de los cuestionarios. Estas asociaciones revelan patrones y agrupaciones semánticas que permiten comprender mejor el contenido y el contexto en el que se utilizan las palabras. Al explorar estas asociaciones, se pueden identificar clústeres de términos relacionados que representan temas o conceptos específicos presentes en el texto analizado.

Al analizar las conexiones entre términos, es posible descubrir conceptos relacionados o palabras clave que pueden enriquecer la comprensión de un tema en particular. Además, estas asociaciones pueden inspirar nuevas perspectivas y enfoques al revelar relaciones que de otro modo podrían haber pasado desapercibidas.

Figura 73. Mapa de asociaciones de términos de las respuestas de campo abierto del cuestionario del alumnado



Fuente: elaboración propia.

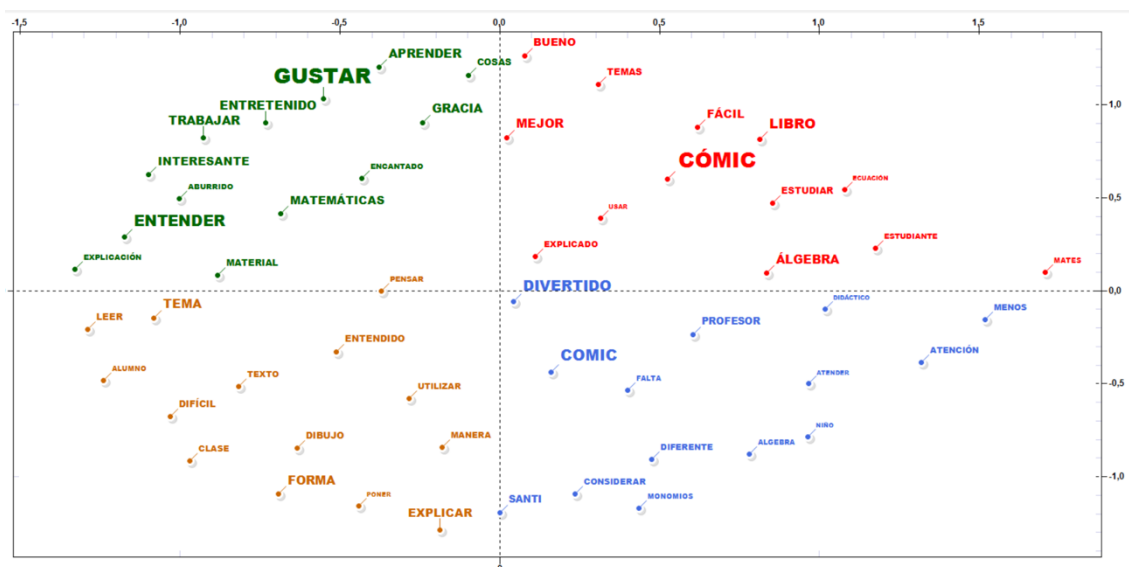
En la imagen, se puede observar la relación de los términos que están más estrechamente relacionado con el cómic, como «mejor», «gustar» «trabajar» y «álgebra». De alguna manera, aplicando el sentido de la lógica, los términos nos llevarían a generar una idea que sería algo así como es mejor trabajar el álgebra con el cómic.

6.8. Análisis de clústeres de respuestas

Las imágenes de clústeres generadas por el programa T-LAB PLUS proporcionan una representación visual de las relaciones entre los términos en un corpus de texto, como el de las respuestas libres de las encuestas. Estas imágenes permiten identificar agrupaciones y patrones semánticos en los datos analizados. Cada clúster de términos se muestra en un color o forma específica, lo que facilita la visualización y comprensión de las asociaciones entre palabras. Estas representaciones gráficas pueden ser útiles para explorar y comunicar de manera efectiva la estructura y el contenido del texto, así como para identificar temas o conceptos dominantes en un corpus textual.

Al examinar las imágenes de clústeres generadas por T-LAB PLUS, se pueden observar relaciones visuales entre los términos que pertenecen a un mismo clúster. Por ello, la proximidad espacial de los términos en la imagen sugiere similitudes semánticas o temas comunes. Asimismo, el tamaño y la densidad de los clústeres proporcionan una indicación de la importancia y la frecuencia de los términos relacionados.

Figura 74. Análisis de clústeres de las respuestas de campo abierto del cuestionario del alumnado



Fuente: elaboración propia.

En la imagen, aparecen cuatro clústeres. El primero de ellos, en color rojo hace alusión a todos los términos que se indicaron en relación con el cómic de «álgebra», como formato, con su «estructura» y de fácil usabilidad; el segundo, en azul, hace relación al uso del cómic por parte del «profesor» como un elemento «divertido»; el tercero, en naranja, se refieren al «texto», a la temática, a los «temas» que se tratan; y el cuarto, en verde, hace relación a la comprensión del cómic por parte del alumnado, con términos muy resaltados como «gustar», «entretenido», e «interesante».

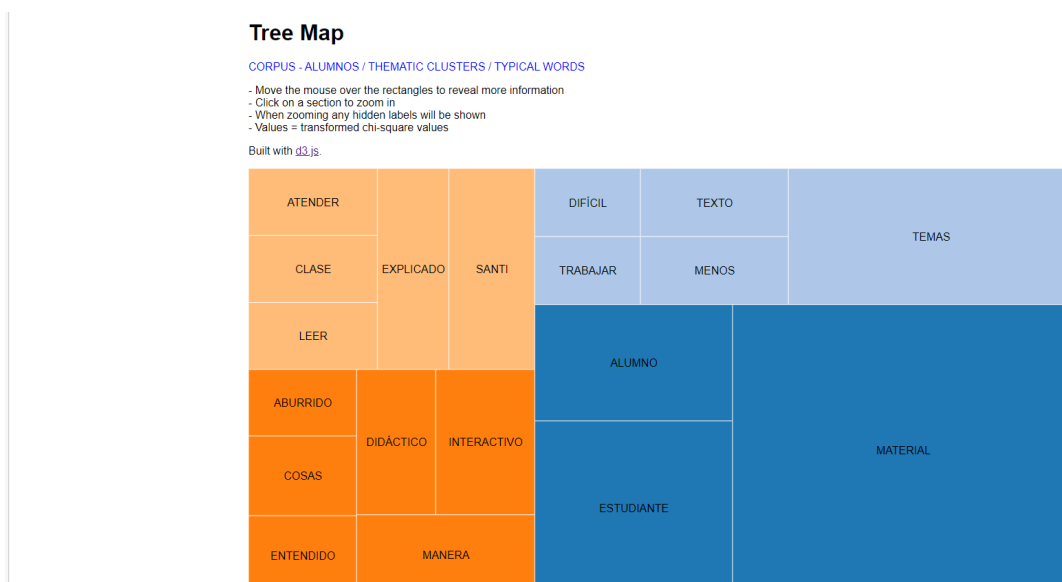
6.9. Mapa de árbol de respuestas

Las imágenes de mapa de árbol de respuestas generadas por el programa T-LAB PLUS ofrecen una representación gráfica de las respuestas y relaciones en un conjunto de datos categóricos. Estas imágenes permiten visualizar de manera clara y concisa las diferentes categorías y subcategorías presentes en los datos analizados. Cada categoría se muestra como un nodo en el árbol, y las subcategorías se ramifican a partir de estos nodos principales. Esto facilita la comprensión de la estructura jerárquica de las respuestas y las relaciones entre ellas.

Al examinar las imágenes de mapa de árbol de respuestas generadas por T-LAB PLUS, se pueden identificar fácilmente las categorías principales y las subcategorías asociadas. La estructura jerárquica del árbol muestra la organización lógica y las conexiones entre las diferentes respuestas. Asimismo, el tamaño de los nodos o las ramas puede indicar la frecuencia o importancia relativa de las categorías en el conjunto de datos. Estas imágenes ayudan a visualizar y comprender de manera intuitiva la distribución y la interrelación de

las respuestas categóricas, lo que es especialmente útil en análisis de datos cualitativos, como las respuestas libres de las preguntas abiertas de los cuestionarios.

Figura 75. Mapa de árbol de las respuestas de campo abierto del cuestionario del alumnado



Fuente: elaboración propia.

En el mapa de respuesta hay cuatro grados de respuestas por parte del alumnado. La más importante, o la más destacada, es la azul marino que representa al material (cómic), junto con la percepción del estudiantado. En segundo lugar, estarían representadas en color naranja fuerte, las implicaciones relacionadas con la didáctica e interactividad del formato; seguidas por las menciones, visibilizadas en color celeste, sobre las posibilidades de tener menos dificultad a la hora de trabajar los temas; y finalmente las alusiones al propio autor de este trabajo sobre las explicaciones y la atención en clase por parte del estudiantado, representadas en color naranja suave.

6.10. Nube de palabras

Las imágenes de nubes de palabras generadas por el programa T-LAB PLUS ofrecen una representación visual atractiva y concisa de las palabras clave más relevantes en un corpus de texto libre, como los que se obtuvieron con las preguntas abiertas de los cuestionarios. Estas imágenes utilizan un diseño en el que las palabras se presentan en diferentes tamaños y colores, donde el tamaño refleja la frecuencia o importancia relativa de las palabras y el color puede representar otras métricas o categorías. Esta representación gráfica facilita la identificación rápida de los términos más relevantes y ayuda a visualizar los temas o conceptos dominantes en el texto analizado.

Al examinar las imágenes de nubes de palabras generadas por T-LAB PLUS, se pueden identificar las palabras clave más prominentes en el corpus. Las palabras más grandes y en colores llamativos capturan la atención visual y resaltan los términos más frecuentes o significativos en el texto. Las imágenes de nubes de palabras son especialmente útiles para resumir visualmente el contenido textual y proporcionar una visión general instantánea de los conceptos clave presentes en el corpus analizado.

Figura 76. Nube de palabras de las respuestas de campo abierto del cuestionario del alumnado



Fuente: elaboración propia.

En esta nube de palabras aparecen destacadas algunas palabras esperadas como «cómico» o «álgebra». Pero también aparecen adjetivos como «divertido», «entendido», «entretenido». La aparición, muy destacada, de verbos tales como «gustar», «entender» o «aprender» también es indicativa de las respuestas abiertas por parte del alumnado. De hecho, es una nube de palabras en las que se hallan la frecuencia de los términos más reiterados, que en general, tal y como se puede observar, son en positivo hacia esta propuesta didáctica.

Capítulo 7. Conclusiones

Tras el arduo trabajo desarrollado y expuesto en los capítulos anteriores de esta tesis doctoral, ha llegado el momento crucial de extraer conclusiones fundamentales. Con el propósito de cumplir con dicho objetivo, resulta imperativo recordar los objetivos planteados en este estudio:

1. Comprobar si un cómic puede funcionar como un recurso material eficaz en la enseñanza de las matemáticas.
2. Crear una unidad didáctica de matemáticas en forma de cómic.
3. Difundir esta unidad didáctica entre profesorado y alumnado.
4. Analizar el uso de la unidad didáctica.
 - 4.1. Analizar el uso de la unidad didáctica entre el profesorado.
 - 4.2. Analizar el uso de la unidad didáctica entre el alumnado.
 - 4.3. Cotejar la valoración del uso de la unidad didáctica entre el profesorado y el alumnado.
 - 4.4. Analizar el uso de la unidad didáctica en distintos sistemas educativos.

Estos objetivos han sido el marco conductor de nuestra investigación, y ahora es el momento de analizar los resultados obtenidos y formular conclusiones que contribuyan al avance de la enseñanza de las matemáticas mediante el uso del cómic como recurso pedagógico innovador.

Objetivo 1. Comprobar si un cómic puede funcionar como un recurso material eficaz en la enseñanza de las matemáticas

Respecto al primer objetivo, los resultados de los cuestionarios analizados en el capítulo anterior de esta tesis muestran sin lugar a dudas que un cómic puede funcionar perfectamente como recurso material en el aula de matemáticas.

Siendo este el primer objetivo de la tesis, era importante que el resultado fuera contundente, y así ha sido. Nada que reseñar, ningún matiz. Los resultados son muy claros en este sentido: tanto el profesorado como el alumnado señalan sin lugar a dudas que el cómic puede funcionar como un recurso material eficaz en la enseñanza de las matemáticas, tan bien como (si no mejor que) el clásico libro de texto.

Objetivo 2. Crear una unidad didáctica de matemáticas en forma de cómic

Este objetivo era más sencillo que el anterior puesto que ya se habían creado previamente materiales similares (como ya comentamos en el capítulo 2); es decir, disponíamos de

referentes del material que deseábamos crear. En realidad, no habíamos encontrado ningún material que respondiera exactamente a las mismas características con las que queríamos dotar a nuestro material, al menos no en su totalidad, aunque sí parcialmente. Existían cómics que enseñaban matemáticas, incluso álgebra (por ejemplo, el famoso The Cartoon Guide to Algebra de Larry Gonick), pero ninguno tan específico ni que siguiera el currículo del nivel de 1.º de Educación Secundaria Obligatoria en el modo en que deseábamos plantearlo nosotros.

Nuestra idea no era hacer un cómic divulgativo, genérico, para enseñar matemáticas. Nuestro propósito era crear una unidad didáctica en forma de cómic que pudiera desarrollar todos los contenidos del álgebra que se deben enseñar 1.º de ESO para después implementarla y ponerla a prueba.

En realidad, la creación y difusión de esta unidad didáctica es la primera parte de un trabajo más extenso que esperamos pueda ser ejecutado ulteriormente: la creación de un libro de texto de matemáticas de algún nivel educativo de la ESO en forma de cómic. Obviamente, para llevar a cabo este proyecto es necesaria una financiación de la que de momento carecemos, pero, en todo caso, resultaba imprescindible demostrar que era posible hacerlo y que podía funcionar perfectamente, y obtener el visto bueno del profesorado y del alumnado. Los resultados de esta tesis dan fe de que, a pesar de lo ambicioso de la empresa, es posible la creación de un libro de texto de matemáticas en forma exclusiva de cómic.

Objetivo 3. Difundir esta unidad didáctica entre profesorado y alumnado

Este objetivo nos parecía a priori de los más complicados porque antes de comenzar el trabajo de la tesis no sabíamos cómo íbamos a poder llevar a cabo esta difusión. Esta dificultad empezó a diluirse cuando nuestra directora de tesis Carolina Moreno nos habló de la OEI (Organización de Estados Iberoamericanos) que, finalmente, devino en la herramienta perfecta de difusión de nuestra unidad didáctica.

Sin embargo, todavía era necesario que a través de la OEI el cómic pudiera llegar a un número importante de profesores y alumnos con el fin de que nuestro estudio estadístico posterior fuera significativo. Para ello, todo tenía importancia: que el texto con el que anunciáramos la existencia del material fuera atractivo; que el material (el cómic de álgebra) también resultara atractivo para el profesorado, el primer grupo de población con el que se iba a testar el cómic; que finalmente los profesores se decidieran a implementar en sus aulas el cómic y que concluyeran el proceso con la entrega de los cuestionarios pertinentes.

Dada la magnitud y el número de respuestas recibidas, estamos más que contentos con el recibimiento del material dentro de la comunidad educativa española e iberoamericana.

Este objetivo, a pesar de la presunta dificultad inicial, podemos considerar que lo hemos logrado con un relativo éxito.

Objetivo 4. Analizar el uso de la unidad didáctica

Este análisis del uso de la unidad didáctica en forma de cómic lo hemos desglosado en partes, como comentamos a continuación en estos objetivos específicos.

Objetivo 4.1. Analizar el uso de la unidad didáctica entre el profesorado

Atendiendo a los resultados de las respuestas emitidas por el profesorado a la encuesta que se les planteó y que analizamos en el capítulo anterior de esta tesis a través de tablas, gráficos, nubes de puntos y parámetros estadísticos, podemos afirmar que el profesorado valida con sus opiniones las bondades que tiene el uso del cómic como herramienta didáctica en el aula de matemáticas. Es interesante destacar también los comentarios que muchos de los profesores hicieron de su experiencia; se pueden encontrar en el apartado de Anexos de esta tesis.

Objetivo 4.2. Analizar el uso de la unidad didáctica entre el alumnado

Al igual que el profesorado ha avalado nuestra propuesta como emana de los resultados de sus cuestionarios, el alumnado ha emitido un juicio similar. Al haber muchos más cuestionarios de alumnos que de profesores, también se da la circunstancia de que hay muchos más comentarios de alumnos sobre la experiencia didáctica vivida. Estos comentarios se pueden leer en los Anexos de esta tesis.

Objetivo 4.3. Cotejar la valoración del uso de la unidad didáctica entre el profesorado y el alumnado

A pesar de que a priori se pudiera pensar que el alumnado iba a mostrar más interés que el profesorado en la propuesta didáctica del cómic, lo cierto es que los resultados de los cuestionarios muestran otra cosa. La valoración del profesorado es ligeramente más alta que la valoración del alumnado.

Objetivo 4.4. Analizar el uso de la unidad didáctica en distintos sistemas educativos

Aunque la hipótesis de que «la aceptación de un cómic como herramienta didáctica en el aula de matemáticas dependería mucho de las características del sistema educativo del país en el que se implante este cómic» inicialmente podría parecer plausible, los

resultados no han dejado lugar a dudas a la hora de mostrar que no hay nada de eso. Parece ser que, tanto los profesores como los alumnos de cualquier sistema educativo de la OEI, están ávidos de este tipo de experiencias educativas innovadoras.

7.1. Líneas de trabajo que se abren tras la tesis doctoral

Obviamente, la primera actuación que podría hacerse (aunque requiere financiación y la implicación de empresas educativas) es la creación de un libro de texto de matemáticas completo en forma de cómic. Es decir, extrapolar la experiencia que hemos realizado aquí con una unidad didáctica a todo un libro de texto. Como comentaban algunos profesores y también algunos alumnos en el capítulo de Anexos, este libro debería ser por supuesto a todo color.

La reciente aparición de congresos universitarios específicos de enseñanza y cómics, como el reciente I International Conference Teaching with Comics de la Universitat de València (realizado entre el 19 y el 21 de octubre de 2022), así como la creación de másteres universitarios dedicados a la enseñanza a través de cómics como el máster propio en Cómic y Educación de la Universitat de València (activo desde el curso 2019-2020) nos habla de la madurez del mercado para la aparición de proyectos como el mencionado en el párrafo anterior.

Después de este primer (hipotético) libro en forma de cómic, el siguiente paso sería la creación de toda una línea de libros de texto de matemáticas en forma de cómic. Con «línea» me refiero a cubrir toda una etapa educativa como la Educación Secundaria Obligatoria o la Educación Primaria; o ambas. El siguiente paso sería llevar este trabajo a más materias científicas más allá de las matemáticas: física y química, biología y geología, economía, ciencias naturales...

Para finalizar, dentro de las posibles perspectivas futuras, se plantearía la opción de realizar la traducción del cómic de Álgebra a otros idiomas, en particular al inglés y al francés, y llevar a cabo un estudio similar al que se ha desarrollado en el contexto de esta tesis doctoral, pero en países de habla inglesa o francesa. En este sentido, sería relevante identificar organizaciones similares a la OEI en dichos mercados para establecer colaboraciones y ampliar el alcance de la investigación. Dicha iniciativa permitiría explorar y comprender la recepción y eficacia del cómic como recurso educativo en entornos culturales y lingüísticos distintos, contribuyendo así al avance de la enseñanza de las matemáticas a nivel internacional.

Bibliografía

- Alonso Abal, M. (2012). El cómic en la clase de ELE: una propuesta didáctica. Marco ELE. Revista de Didáctica Español Lengua Extranjera (14), 2-89.
- Bach, B., Kerracher, N., Hall, K., Carpendale, S., Kennedy, J., & Henry Riche, N. (2016). Telling stories about dynamic networks with graph comics. Proceedings of the 2016 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems, 3670-3682.
- Bender, L., & Lourie, R. (1941). The Effect of Comic Books on the Ideology of Children. American Journal of Orthopsychiatry, XI: 540.
- Cahyono, A., Isnandar, & Usodo, B. (2019). Implementation of mathematical comic on exponent and logarithms with 21st century skills - oriented. Journal of Physics: Conference Series, Volume 1211.
- Chung, B. S., Park, E., Kim, S., Cho, S., & Chung, M. (2016). Comic Strips to Accompany Science Museum Exhibits. Journal of Education and Learning, 5(4), 141-146.
- Clement, J. (1982). Algebra Word Problem Solutions: Thought Processes Underlying a Common Misconception. Journal for Research in Mathematics Education 13(1), 16-30.
- Cressey, P. G. (1938). The Motion Picture Experience as Modified by Social Background and Personality. American Sociological Review.
- Doll, E. A. (1920). The Comparative Intelligence of Prisoners. Journal of Criminal Law and Criminology.
- Donovan, C. (2014). Representations of Health, Embodiment, and Experience in Graphic Memoir. Configurations 22(2), 237-253.
- Fillooy, E., Rojano, T., & Solares, A. (2010). Problems Dealing with Unknown Quantities and Two Different Levels of Representing Unknowns. Journal for Research in Mathematics Education, 52-80.
- Friesen, J., Van Stan, J., & Elleuche, S. (2018). Communicating science through comics: a method. Publications, 6(3).
- García Martínez, I. (2013). El cómic como recurso didáctico en el aula de español como lengua extranjera. Trabajo Fin de Máster. Comillas: Universidad de Cantabria.
- Girault, Y. (1991). La bande dessinée peut-elle être un outil de prévention du sida? Aster.
- Goddard, H. H. (1914). Feeble-mindedness: Its Causes and Consequences. Macmillan.
- Gonick, L. (2015). The Cartoon Guide to Algebra. HarperCollins.

- Goring, C. (1913). *The English Convict*. Londres: Stationary Office.
- Green, M. J. (2013). Teaching with Comics: A Course for Fourth-Year Medical Students. *J Med Humanit* 34, 471-476.
- Greenwald, S. J., & Nestler, A. (2004). Using popular culture in the mathematics and mathematics education classroom. *Primus: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 14:1.
- Herbst, P., Chazan, D., Chen, C., Chieu, V., & Weiss, M. (2011). Using comics-based representations of teaching, and technology, to bring practice to teacher education courses. *ZDM* 43(1), 91-103.
- Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics* 27, 59-78.
- Hutchinson, K. H. (1949). An Experiment in the use of Comics as Instructional Material. *Journal of Educational Sociology* vol. 23 no. 4, 236-245.
- Lazarinis, F., Mazaraki, A., Verykios, V., & Panagiotakopoulos, C. (2015). E-comics in teaching: evaluating and using comic strip creator tools for educational purposes. *The 10th International Conference on Computer Science & Education (ICCSE 2015)*.
- Lin, S.-F., Lin, H.-S., Lee, L., & Yore, L. (2015). Are Science Comics a Good Medium for Science Communication? The Case for Public Learning of Nanotechnology. *International Journal of Science Education, PArt B*, 5:3, 276-294.
- Lombroso, C. (1911). *Crime: Its Causes and Remedies*. Boston: Little, Brown.
- Machemy, J., & Bousquet, B. (2015). Conception of comics dedicated to optics learning. *Education and Training in Optics and Photonics ETOP 2015*.
- Meilantifa, Dewi Soewardini, H., Supratiwi, R., Serin, A., Hoesny, M., Nizarudin Wadji, M., Yulia Christie, C. (2019). Mathematical Comics on Class X Trigonometry Learning. *Journal of Physics: Conference Series* Volume 1175.
- Moreno, R. (2007). *El libro del Álgebra*. Nivola Ediciones.
- Murchinson, C. (1924). American White Criminal Intelligence. *Journal of Criminal Law and Criminology*.
- Muzumdar, J. (2016). An Overview of Comic Books as an Educational Tool and Implications for Pharmacy. *Innovations in pharmacy*.
- Nesmith, S. (2011). Exploring Graphic Novels for Elementary Science and Mathematics. *School Library Media Research* vol. 14.
- Orlaineta Agüero, S., Garcia-Salcedo, R., Sanchez Guzman, D., & Guzman Mendoza, J. (2012). Los cómics en la enseñanza de la Física: Diseño e implementación de una

secuencia didáctica para circuitos eléctricos en bachillerato. *Latin-American Journal of Physics Education* Vol. 6 No. 3.

Pulé, S. (2014). Comic strips for electrical and electronic engineering – a novel genre. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, vol. 12, no. 3.

Roca, P. (2007). Arrugas. Bilbao: Astiberri.

Schneider, E. F. (2014). Quantifying and Visualizing the History of Public Health Comics. *iConference 2014 Proceedings*, 995-997.

Selvi, S., & Zarzo. (2018). *Gauss, el príncipe de los matemáticos*. Barcelona: Bang Ediciones.

Selvi, S., & Zarzo. (2018). *Arquímedes, el mejor matemáticos de la Antigüedad*. Barcelona: Bang Ediciones.

Selvi, S., & Zarzo. (2019). *Emmy Noether, pasión por las matemáticas*. Barcelona: Bang Ediciones.

Selvi, S., & Zarzo. (2021). *Galois, el matemático rebelde*. Barcelona: Bang Ediciones.

Selvi, S., & Zarzo. (2022). *Florence Nightingale, la dama de la lámpara*. Barcelona: Bang Ediciones.

Shaw, C. R., & McKay, H. (1931). Social Factors in Juvenile Delinquency. Washington: Government Printing Office, 261-284.

Slawson, J. (1926). The delinquent Boy. Badger.

Sokoloff, D. R., & Thornton, R. (1997). Using interactive lecture demonstrations to create an active learning environment. *The Physics Teacher*, 340.

Somé Laserna, C. (2013). El cómic como herramienta de trabajo en el ámbito universitario: propuestas de usos didácticos. II Jornadas de Innovación Docente. Prácticas Innovadoras en Docencia Universitaria.

Spiegel, A. N. (2013). Engaging Teenagers with Science Through Comics. *Res Sci Educ*.

Strang, R. (1943). Why children read the comics. *The elementary School Journal*, 336-342.

Thrasher, F. M. (1949). The Comics and Delinquency: Cause or Scapegoat. *The Journal of Educational Sociology*, 23 (4), 195-205.

Toh, T. L. (2009). Use of cartoons and comics to teach algebra in mathematics classrooms. En *Mathematics Of Prime Importance: MAV Yearbook 2009* (págs. 230-239). Melbourne: Martin, D., Fitzpatrick, T., Hunting, R., Itter, D., Lenard, C., Mills, T., Milne, L. (Ed.).

Toh, T. L. (2009). Use of cartoons and comics to teach algebra in mathematics classrooms. En *Mathematics Of Prime Importance: MAV Yearbook 2009* (págs. 230-239). Melbourne: Martin, D., Fitzpatrick, T., Hunting, R., Itter, D., Lenard, C., Mills, T., Milne, L. (Ed.).

Toh, T. L., Lim, Y., Chua, J., & Heng, J. (2007). *Mathematics matters: Textbook for Normal (Technical), Book 1*. Singapore: EPB - Pan-Pacific Publishing.

Tredgold, A. F. (1914). *Mental Deficiency*. William Wood.

Tulchin, S. H. (1939). *Intelligence and Crime*. University of Chicago Press.

Van Amerom, B. A. (2003). Focusing on Informal Strategies When Linking Arithmetic to Early Algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 63-75.

Wales, A. (2013). *Peaceful panels: Using Comics to teach Anti-Bullying to Junior High School Students*. Dissertation submitted to Northcentral University.

Wertham, F. (1948). Are Comic Books Harmful to Children? *Friends Intelligencer*.

Wertham, F. (1948). The Betrayal of Childhood: Comic Books. *Proceeding of the Annual Conference of Correction, American Prison Association*.

Wertham, F. (1948). The comics ... very funny! *Saturday Review of Literature*, 6-7.

Wertham, F. (1948). The Psychopathology of Comic Books, a symposium. *American Journal of Psychotherapy*.

Wertham, F. (1948). What Your Children Think Of You. *This Week*.

Wertham, F. (1949). *The Show of Violence*. New York: Doubleday & Co.

Wertham, F. (1949). What Are Comic Books? (a study course for parents). *National Parent Teacher Magazine*.

Wertham, F. (1953). What Parents Don't Know. *Ladies Home Journal*.

Wertham, F. (1954). *Blueprints to Delinquency*. *Reader's Digest*.

Wertham, F. (1954). *Seduction of the Innocence*. New York: Rinehart & Company.

Anexos

Anexo 1. Respuestas del profesorado a la pregunta abierta del cuestionario sobre el cómic ÁLGEBRA

«He utilizado el cómic en 3eso como repaso del curso anterior. No solo ha sido un éxito, sino que también me han pedido volver a hacer algo parecido. Ciertamente, no todos los alumnos han preferido el cómic, pero de estos han sido una minúscula parte (2-3 personas). ¡Os doy mi enhorabuena por tan fantástico trabajo!! Gracias por compartirlo».

«Me gustaría que estuviera a colores».

«Es interesante el trabajo del cómic. Los estudiantes se sintieron motivados, alternaron sus personajes y hasta le dieron el acento español. Sugiero que se puede incorporar un esquema de resumen por subtemas y plantear ejercicios con tres niveles de dificultad y también algunos más para la actividad en casa. Muchas gracias por compartir su material señor Santi Selvi».

«Las ilustraciones más didácticas, historia más adaptada a la actualidad».

«He utilizado el cómic como PT y ha sido muy satisfactorio. La pena es que los profesores de la materia no han querido usarlo. Es un material muy apropiado para utilizarlo entre dos áreas por ejemplo castellano y matemáticas. Trabajando comprensión lectora».

«Debo decir que el nivel es un poco alto para el nivel de nuestros alumnos. Pero eso es la idiosincrasia de nuestro centro».

«Gracias por el material».

«Me encantarían más temas para mis estudiantes».

«Gracias, Estimado Santi. La localidad donde trabajo es muy pobre, pero la forma en que se presentó atrajo la atención. Creo que tendría más impacto a color. Felicidades por tu trabajo y esfuerzo por la educación matemática».

«El uso de este comic me ha parecido interesante y los dibujos son magníficos. Precisamente por haber sido distinta la presentación de los contenidos los alumnos han puesto mucho interés».

«No creo que un libro de texto deba ser todo con comic porque o tiene mil páginas o sería imposible presentar todos los contenidos y actividades».

«Tengo que indicar que mis alumnos no pueden hacer la evaluación que me pides. En clase no disponemos de ordenadores, pero mi impresión es que ha sido de su agrado y si explicara más unidades de esta forma estarían encantados».

«Muchas gracias por todo». Mercedes De Lucas

«El manejar la información a través de distintos medios audiovisuales y tecnológicos amplía la cantidad de estímulos y la cantidad de respuestas que la mente puede interpretar, además el añadir medios visuales comunicativos al aprendizaje de las matemáticas estimula ambos hemisferios cerebrales».

«Estuve trabajando con chicos de primer semestre de bachillerato y lo vino como un gran cuento usando comic, y ellos lo leyeron, y si tenían deficiencias lo leyeron nuevamente para entender. Algo interesante tu trabajo, y creo que es una forma de atraer el chico hacia las matemáticas. Este comic se reprodujo para 30 estudiantes.... Felicidades Santi».

«Es muy interesante para los alumnos. Analiza contenidos matemáticos a través de animaciones y sugiero emplear colores en futuras publicaciones. Gracias por su aportación a la educación. Éxitos».

«Lo he usado con alumnos de 1.º ESO que se acercan por primera vez al álgebra, así que los ejemplos a veces eran demasiado complicados y escasos y no los entendían. Los polinomios no forman parte del temario de 1.º ESO se queda en monomios y ecuaciones. Creo que sería interesante añadir «fichas» sencillas dentro del comic para que las fueran haciendo los alumnos, explicadas paso a paso por los personajes. Yo lo he organizado como un flipped classroom y ha ido regular, yo luego he tenido que explicarlo otra vez porque no lo entendían. Espero que te haya servido de ayuda. Mis alumnos te enviarán sus formularios en estos días. Saludos».

«El comic se usó para regularizar a estudiantes que inician una licenciatura en Ingeniería, por un periodo de un mes. Paralelamente a ello, se utilizó también tecnología educativa (Cabri y calculadoras TI-92+). Creemos que la dupla de un material en forma de comic más tecnología interactiva promueve el interés en los contenidos y ambienta de forma experimental el álgebra, además de que aumenta la confianza en los resultados que obtiene el estudiante (o lo auxilia a encontrar sus errores bajo un clima agradable de aprendizaje)».

«Me pareció una manera innovadora de enseñar y aprender álgebra».

«Solo se lo he dado al grupo mejor de 2.º de ESO. Los otros no se iban a molestar en leerlo, por tanto era inútil».

«A los que se lo he recomendado les ha gustado bastante. Ten envío también sus comentarios en breve. Gracias».

«Veo muy interesante la idea de utilizar el cómic para explicar álgebra, ya que desde mi punto de vista rompe con la dinámica habitual del libro de texto. Pero de ahí a sustituir el

libro por un cómic no veo viabilidad, ya que el alumnado terminaría acostumbrándose y pasaría a ser monótono».

«No he contestado las preguntas de ecuaciones porque en 2.º de ESO tengo estas dos unidades separadas y trabajé el cómic en la primera parte: monomios, y polinomios. Al principio los alumnos mostraron bastantes dificultades para comprender los contenidos del tema de forma autónoma. Según se fue trabajando en clase y, siempre con ayuda del profesor, pudieron llegar a asumirlos».

«Me ha gustado mucho utilizar el cómic con mis alumnos. Yo lo he utilizado en 1º de ESO, por lo que la parte de polinomios y operaciones con estos no la miramos mucho ya que en el centro en el que trabajo no se ven los polinomios hasta segundo. Sin embargo, nosotros profundizamos más con las ecuaciones. Por otra parte, he visto a los alumnos encantados con el cómic, puesto que cada día que lo hemos utilizado he repartido los personajes a cada uno de ellos (todos querían participar) y me ha servido muchísimo para introducir los conceptos de una manera más sencilla y divertida para ellos».

«A ver si consigo que rellenen la encuesta para el alumno...»

«¡Muchas gracias por vuestro trabajo!»

«Me encanta la idea de dar una clase diferente. Gracias por el aporte».

«Excelentes».

«Solo felicitarlo por el buen trabajo realizado».

«Me gustaría decir que considero este cómic un recurso fantástico para trabajar el tema de álgebra, pero creo que sacar el máximo rendimiento de él depende mucho del grupo de alumnos».

«Actualmente, el centro en el que imparto clases se caracteriza por ser un centro de zona medio baja en la que los alumnos carecen de recursos y presentan en muchas ocasiones problemas familiares, por lo que tienen conductas disruptivas. Por estos motivos creo que este año, estos alumnos, no han sabido valorar demasiado este recurso y no lo han trabajado tanto como esperaba. No muestran interés hacia la lectura ni hacia el aprendizaje en general. Pero si es cierto que el hecho de presentarles el cómic los ha motivado un poco más y el comentario generalizado ha sido que les ha parecido entretenido».

«Como docente, he detectado que quizás el nivel es un poco elevado para este grupo de alumnos. Pero les he animado a leerlo completo, aunque no entendieran ciertas cosas porque creo que les da una visión general y que progresivamente irán adquiriendo los conocimientos».

«Como se lo he dado fotocopiado, espero que lo guarden y que el año que viene cuando vuelvan a ver el tema de álgebra puedan retomarlo y apoyarse en él para seguir aprendiendo».

«Finalmente, comentar que la estética y los dibujos nos han parecido increíbles y muy atractivos».

«¡Felicidades por el gran trabajo realizado! Y espero que sigan realizando más cómics de otros temas».

«Muchas gracias por compartirlo y con total seguridad el año que viene lo utilizaré de nuevo con otros grupos».

«Considero que un libro entero en forma de cómic no, pero algunas partes o algunos temas sí. Creo que hay que utilizar muchas herramientas distintas y combinarlas. Vimos solo la primera parte del cómic porque llegó el confinamiento. No llegamos a ver las ecuaciones».

Anexo 2. Respuestas del alumnado a la pregunta abierta del cuestionario sobre el cómic ÁLGEBRA

«Creo que me faltaron ejercicios».

«Realmente, es sorprendente la motivación, el interés que despierta en los estudiantes; aquí en Perú empieza el año académico 2018, en marzo estamos en vacaciones. Por favor me gustaría que veamos el mejor mecanismo para poder difundir tu material en esta parte de América. ¿Por qué no pensar en sacar las caricaturas en geometría utilizando los dobleces? Le voy mandar algunas fotos que trabaje con mis estudiantes. Muchas gracias, por la invitación, me gustaría estar en contacto permanentemente».

«Excelente material».

«Pienso que las explicaciones del cómic podrían ser mejores».

«Falta un poco mejor explicado».

«Pienso que no se entiende bastante bien».

«Me ha gustado mucho trabajar con un cómic en matemáticas es original y divertido».

«Prefiero la forma tradicional, no me gusta este método».

«Muy bueno, antes no me gustaban las matemáticas y después de leer el cómic me gustan».

«Considero que es más difícil con el comic porque no entiendo como esta explicado».

«Pienso que cambiar la forma de dar matemáticas es algo interesante y positivo, pero en este caso no he entendido muy bien la forma en que se debe operar. Este proyecto de buena forma es una muy buena idea. Gracias».

«Yo creo que trabajar con un cómic es más divertido y entretenido».

«Lo han hecho para alguien que ya sabe álgebra no para un niños de IES».

«Creo que puede ser mucho más motivador que un libro de texto».

«Evidentemente es importante recuperar contextos de lectura en el mundo digital que hoy vivimos por lo cual se hace necesaria la incorporación de trabajos como el que se presentó para el ámbito educativo. Adelante».

«El comic me ha sido de mucha ayuda y es más fácil de entender las cosas, es divertido y práctico».

«Creativo».

«Las matemáticas se facilitan más en forma de cómic, es más divertido estudiarlo».

«ZARZO ES UN MÁQUINA».

«El comic me ha gustado bastante por lo que estoy bastante contento por su contenido, pero no me ha gustado. ;):(».

«Me ha gustado mucho. Me gustaría repetir».

«El cómic me ha servido para aprender también un poco el álgebra. Yo creo que con el comic es muy difícil porque hay gente que solo está pendiente de los dibujitos ya que en el libro se explica mejor».

«Nada».

«Al menos había dibujos y me he centrado más gracias a los dibujos».

«Me ha gustado mucho, porque me parece que es otra forma de enseñar mates, pero tampoco lo haría así siempre porque no con todos los temas se puede hacer un cómic».

«Mis felicitaciones a Santi y a Zarzo por el cómic».

«QUE HAY COSAS QUE NO HE ENTENDIDO Y HAY COSAS QUE SANTI NO SE HA EXPLICADO BIEN, PERO ESTÁ TODO BIEN».

«Lo que yo pienso es que no todo lo he entendido bien ya que el cómic no te explicaba los pasos más explicados, yo lo entiendo mejor si después de leerlo lo enseña el profesor desde el principio».

«Me ha parecido muy entretenido y en clase se ha notado que se ha prestado más atención».

«Me ha gustado mucho y me gustaría trabajar más temas en forma de comic».

«MUCHAS GRACIAS SANTI POR HABER HECHO EL COMIC PENSANDO EN NOSOTROS, UN BESO».

«La verdad, me ha gustado mucho aprender un cómic. Ha sido fácil. Me gustaría que en todos los temas sean con cómic. Gracias Santi y Pepe».

«Me ha gustado, ha sido más interesante que con el libro original. Me lo he pasado muy bien y me gustaría trabajar más temas con un comic como hemos hecho con álgebra».

«Yo creo que el comic explica muy bien lo que es el álgebra, pero no explican mucho como se hace cada operación y pasan rápidamente a la siguiente, pero en general el comic es entretenido y ayuda mucho al lector a entender el álgebra y a hacer operaciones :3».

«Me ha gustado bastante, es más entretenido y se entienden mejor las cosas que en un libro».

«En un libro hay como más contenido y se hace más difícil».

«Me gustaría trabajar más temas en forma de cómic».

«Gracias Santi por haber hecho un cómic para nosotros».

«Es una muy buena forma de estudiar álgebra y me parece muy divertido».

«El comic me ha sido útil para este tema, sobre todo a mí, ya que me cuestan bastante».

«El cómic es muy divertido sobre todo para estudiar :)».

«Que con el comic es una forma más divertida y entretenida de aprender cosas que con el libro que es solo explicar y más aburrido».

«Que es una forma divertida de trabajar con un cómic, que es una forma diferente que con el libro. Además, me ha parecido más fácil con el cómic que con el libro».

«Yo opino que este cómic nos ha servido de mucho para poder estudiar mejor y atender, por el hecho de que nos lo hayan explicado con un libro en forma de cómic y con dibujos muy divertidos, ya que es un tipo de libro que a nuestra edad solemos leer mucho. También creo que deberíamos tener en vez de un libro de texto un libro en forma de cómic porque creo que así la gente atendería mucho más y que la gente que en clase no atiende atenderá mucho más, por eso creo que deberíamos tener un libro en forma de cómic para cada tema».

«Este comic no sirve para nada».

«Me ha gustado, pero no lo repetiría más veces, para probar ha estado bien, pero para hacerlo de seguido no me parece tan interesante. Por supuesto valoro el esfuerzo hecho por las personas encargadas de hacer el comic y lo agradezco porque es algo no

obligatorio y que ha sido un esfuerzo extra para el profesor y para todas las demás personas que han participado en este comic».

«Me ha parecido más divertido y entretenido que un libro :3: v :-), Marcos no aprendió nada».

«Considero que el comic está muy bien explicado y muy entretenido ya que he prestado mucha más atención a las clases y siempre he ido con ganas de que fuese la hora de matemáticas para poder seguir leyéndolo entre todos en clase, y siempre se me han pasado muy rápidas todas ellas, todo esto es sobre todo porque me gustan bastante los comics y leer historias es por eso que creo que me ha gustado tanto».

«Me ha encantado esta experiencia. Jamás pensé que me fuese a gustar tanto un tema de matemáticas quiero agradecerérselo a Santi por haber hecho el comic para nosotros».

«No aprendí nada: v como Marcos».

«Ha sido una experiencia interesante que me ha gustado mucho. Considero que he prestado más atención y que ha sido un buen recurso para estudiar un tema más difícil, yo creo que el cómic ha sido mejor para aprender este tema ya que nos lo explica mejor que el libro que utilizamos habitualmente».

«A mí especialmente los dibujos y los personajes del cómic me han gustado mucho. Me gustaría dar algún otro tema también con el cómic».

«Los polinomios no los hemos dado, así que no se si poner un 1 pero lo pondré, para no dejarlo en blanco ya que ni lo hemos explicado, pero puede que si lo diéramos a lo mejor lo entiendo a la perfección o no, no se sabe».

«Los polinomios no los hemos dado así que he decidido ponerle un 1 por eso».

«Ha sido muy divertido hacer la clase de matemáticas con un cómic».

«Sería interesante usar colores en el cómic».

«Como docente vi un mayor interés en mis estudiantes de 1003, al menos con este texto se logró acercar nuevamente se a la lectura a los estudiantes, y algunos de ellos expresaron que esa manera les parecía más agradable el álgebra. Se hizo un tiempo de desarrollo en el tablero y hubo participación».

«Todo bien».

«Hola, una disculpa de antemano. Por otro lado, comentarles que yo les presenté su material a estudiantes de entre 12 y 14 años, de ellos obtuve algunos comentarios acerca

del material, todos positivos. Sin embargo, les puedo decir que el comic, es muy amplio como para analizarlo en poco tiempo con estudiantes de esta edad. Ellos tienen su primer acercamiento al álgebra y les ha costado entender algunas cosas. Por otro lado, les comento que el comic les despertó el interés, más que el texto que tienen. También comentan que si ya no harán otro material para el aprendizaje de las matemáticas».

«Considero que es un recurso muy interesante que sale de lo convencional. En esto, considero que se basa su éxito en el aula».

«Agregarle el uso de materiales educativos».

«A mí me ha gustado, pero me habría gustado más con un vídeo informativo de Troncho y Poncho, por cierto, "ecuaciones" va con "q": equaciones».

«A mis alumnos les hubiera gustado que tuviera color, en lo personal me gustó mucho, pero a ellos no les llamó tanto la atención. Sin embargo, lo ataño a la falta de color y a que no están acostumbrados a leer comics».

«A mí me ha parecido una gran idea trabajar con un cómic el tema del álgebra, porque para mí este tema como es nuevo me ha resultado más costoso. Algunas cosas que salían en el cómic no las he entendido muy bien pero gracias al profesor ha hecho que las entienda un poco mejor».

«La verdad es que a mí me gustaría continuar haciendo algunos temas con cómics porque es diferente a lo que estamos acostumbrados a hacer y resulta más entretenido».

«Me ha gustado mucho trabajar con un cómic, porque he entendido mejor el álgebra. Espero que trabajemos en más ocasiones con un cómic, ja que ha sido muy divertido».

«Creo, que es mejor porque es más divertido e igualmente se aprende lo mismo».

«Me he sentido bastante bien haciendo el comic, pero me gusta más trabajar como de normal trabajamos con libro y apuntes».

«El tema va ser muy difícil, pero el comic va facilitarlo mucho».

«Me ha parecido más fácil y más divertido para entender las matemáticas».

«Santi creo que es una forma distinta de abordar la temática, el chico le llama la atención y tenemos que seguir en practicar para reafirmar. El material me parece bueno, se lo di a chicos de primer año de bachillerato».

«Desde mi punto de opinión es mejor hacer clase como siempre, del libro».

«Excelente material de apoyo».

«En mi forma de pensar en algunas ocasiones falta un poco de humor...».

«Facilita aprender de un tema ya que es muy entretenido y fácil de entender».

«Me gustó mucho, muy interesante».

«Formas interactivas de aprender».

«MUY BIEN ES MUY INTERESANTE».

«Es más fácil entender los problemas».

«Que es una manera didáctica de aprender».

«Es muy bueno, ya que podemos ver y observar de manera creativa el aprendizaje del álgebra y de la misma matemática».

«Me parece una manera muy didáctica de aprendizaje, ya que uno se concentra y entiende muy bien 😊».

«Es una manera recreativa de entender un tema, cambiando de metodología la explicación común que siempre es el tablero».

«Fue una buena metodología».

«Fue una buena metodología».

«Creo que es más didáctico usar un cómic o un medio de entretenimiento común para una persona, emplearlo para educar sobre las matemáticas como es este caso la historieta. Sigue así, Grande!!!!».

«Fue una buena metodología».

«Es entretenido».

«Quiero que sepas que las matemáticas a mí nunca me han gustado, pero, gracias a ti, me interesan mucho más debido a tu manera interactiva de explicar. MUCHAS GRACIAS :))».

«Pues a mí me gustan las mates pero ningún profesor se había esforzado tanto en hacerlo menos aburrido, interactivo, etc. Gracias por todo».

«Me ha encantado, y ha sido muy entretenido y divertido».

«Me ha gustado bastante el comic. Era muy entretenido pero no me he aclarado mucho con las explicaciones».

«Hace falta una pregunta que es ¿Santi es el mejor profesor del mundo? La respuesta sería un 4 porque eres el mejor profe del mundo».

«Me ha parecido bastante interesante y divertido, pero entiendo mejor las cosas con el libro por costumbre».

«Que a veces era un poco más lioso».

«He sentido que me ha resultado más fácil aprender álgebra por el hecho de que los protagonistas sean niños, ya que representan situaciones reales. Sobre todo, porque a veces me surgen preguntas que los niños del cómic se las plantean. Eso significa que los autores han intentado meterse muy bien en la mentalidad de un niño de nuestra edad».

«Para mí ha sido mucho más entretenido y más divertido, porque de esta forma he entendido las cosas más fáciles de este modo, ha sido muy divertido dar el tema del algebra con un comic. =)».

«Creo que me parece más fácil con el libro».

«Pienso que no siempre se tienen que dar los temas con libros porque a veces es un poco aburrido y nosotros hemos tenido la suerte de tener un profesor que lo explique de otra forma y más divertida».

«¡GRACIAS SANTII!».

«Es interesante, pero complicado de entender, porque, aunque esté chulo, al ser un comic, me entretengo y pues pasa lo que pasa».

«Está bien».

«No había entendido la primera parte del cómic, el de escribir los monomios o algo raro. me ha gustado trabajar con el comic».

«Me gusta mucho el tema de estudiar con un comic, pero me ha costado un poco entenderlo todo porque al ser un comic me distraigo mirando detalles y como yo leo mangas me lio con el orden de las viñetas, pero enhorabuena Santi y Zarzo: ¬)».

«Me ha encantado este comic ojalá que estudiemos más con este tipo de cosas».

«Me ha gustado mucho he trabajado mejor».

«Me ha gustado estudiar con comics, pero no he entendido nada porque me fijaba en los dibujos más que en los resultados».

«Aunque eso no es culpa vuestra pero se podría mejorar algo sobre los dibujos y los diálogos que me parecían un poco pobres».

«Me ha gustado mucho y he trabajado mejor. Gracias Santi».

«Pues gracias Santi por este tema ya que he aprendido más gracias al comic que es más divertido».

«Lo he entendido todo, pero no se me daba bien hacerlo. Me liaba un poco al principio con las imágenes y las explicaciones del cómic, pero luego no».

«Me ha encantado trabajar con un material diferente, y con imágenes. Aunque el tema para mí era difícil lo he entendido bien y me ha gustado hacerlo de una manera diferente».

«Lo recomiendo para utilizarlo otra vez. Justamente el tema del álgebra es un buen tema para un cómic. Me ha encantado».

«Es mucho más didáctica y divertido para los alumnos».

«¡Que me gusta como explica con los dibujos!»

«Muy Bueno».

«Fue interesante y bastante sencillo. No se nos dificultó tanto poder entender los conceptos. Además, pudimos resolver más fácil el planteamiento de ejercicios. Gracias por brindarnos compartiros su cómic».

«¡Estaría bueno que el cómic estuviera con colores y que no fuera tan formal!!».

«Está bueno implementar otra forma de explicar las matemáticas. Me gustó».

«Es mucho más fácil aprender con cómic».

«Me gustó mucho trabajar con comic».

«Para mí es más interesante que un libro de texto».

«En mi opinión, me gustó mucho el cómic y me pareció que es una forma más entretenida de aprender matemáticas. Lo único que utilizaría un vocabulario más universal. Por ejemplo: En Argentina y en otros países no se utiliza la palabra vosotros».

«Hola, me pareció genial para aprender de una forma diferente».

«Hola, a mí me pareció genial la idea de estudiar y aprender de otra forma a la normal, mucho más divertida de lo habitual, aparte los dibujos eran bastantes reales».

«Me gustó usar el cómic para aprender álgebra, ecuaciones, etc. Creo que es una forma muy práctica de utilizar este para poder aprender de una manera diferente, aunque me cueste un poco me gusta porque pude aprender sobre los polinomios y los monomios y como usarlos. Gracias».

«Creo que es una buena forma de abordar un tema que generalmente es tedioso para los alumnos, de esta forma puede que sea más llamativo y entretenido entender los contenidos. No digo que reemplace, pero puede favorecer mucho si es bien utilizado».

«Es una buena propuesta para un nivel inicial y para tratar de motivar a los estudiantes. No obstante, el conocimiento que se puede adquirir de él no es igual al de un libro de texto clásico».

«Hay una parte en los monomios donde indican que no se pueden sumar ni restar y en la siguiente página realizan justamente sumas y restas de monomios».

«Yo sinceramente creo que está muy bien planteado y es mucho más fácil de entender todo, es más entretenido y me queda más claro que en un libro normal de matemáticas, lo demás está muy bien todo».

«Prefiero que me expliquen el álgebra, monomios y ecuaciones un profesor o tener de referencia un libro, el comic me parece aún más lioso».

«Es difícil de entender».

«Es muy interesante y divertido aplicando este formato en cómic, pero a la vez un tanto lioso».

«Gracias».

«Muy chulo todo el sistema educativo mundial debería parecerse a esto».

«Es más divertido que explicarlo de forma “normal” en clase».

«Yo lo considero igual de entender para mí».

«Me he sentido entretenido».

«Es igual que una explicación de un profesor porque yo le presto la misma atención».

«Creo que es una forma más entretenida de aprender y le pones más ganas al no ser algo común a día de hoy».

«Me gusta mucho mas así el contenido porque es más sencillo de entender».

«Considero que la historia debe continuar y así poder explicar más temas de álgebra, al menos para los primeros grados de la secundaria. Gracias por el archivo compartido. Bendiciones».

Anexo 3. Guion del cómic ÁLGEBRA

A continuación mostramos el guion que quien suscribe esta tesis envió al dibujante del cómic ÁLGEBRA para la realización de las páginas de dicho cómic.

Personajes:

- Andrés
- Beni
- Carla
- Damián
- Elías

Andrés es un poco atolondrado y el típico alumno chico que da respuestas un poco locas, sin pensar, a las preguntas que se hacen. No tiene miedo ni vergüenza, aporta posibles soluciones que a menudo no son válidas (por no haber sido reflexionadas) pero a veces acierta.

Beni es una chica muy trabajadora y responsable. No habla de más, pero cuando habla lo hace con seguridad. Es la líder del grupo en el sentido de que su opinión siempre es tomada muy en cuenta. Busca información, contrasta, analiza, piensa...

Carla es imaginativa, intuitiva, es lo que se diría una buena matemática, capaz de tener una “idea feliz” cuando hace falta. Su look tiene que potenciar estas cualidades de Carla. Beni y Carla son una muy buena pareja de trabajo.

Damián es un chico que aporta orden, clasificación. Sería un buen bibliotecario, un buen registrador. Anota los resultados, los ordena y clasifica, etc. Es un elemento clave en el buen funcionamiento del grupo.

Elías es la “mano de obra barata”. No es bueno en matemáticas, no aporta a la construcción del conocimiento, pero aporta y mucho a la unión y cohesión del grupo, se encarga de las tareas duras que nadie quiere hacer.

Página 1. Se presenta a los cinco protagonistas. Están saliendo del colegio y comentan que les han encargado la tarea de explicar el tema del álgebra a la clase. La forma de asumir el encargo nos permite entender cómo son cada uno de ellos.

Viñeta 1. Plano general muy abierto, quizá picado, del edificio del colegio con niños saliendo de él como si fueran hormigas (por la altura de la cámara). Se ve un pequeño grupo de 5 alumnos a los que apuntan los bocadillos.

Andrés: ¿ÁLGEBRA?

Andrés: ¿EN SERIO? ¿TENEMOS QUE EXPLICAR NOSOTROS ÁLGEBRA A LA CLASE?

Viñeta 2. Plano general de los cinco, pero ya a nivel de suelo, a vista de persona (no de pájaro, como antes). Van andando juntos, con las mochilas a la espalda y demás.

Beni: BUENO, PUES NO PASA NADA. ES UN BUEN RETO.

Elías: MI MADRE, QUE ES PROFESORA, DICE QUE PARA PODER EXPLICAR ALGO HAY QUE ENTENDERLO MUY MUY BIEN.

Viñeta 3.

Carla: ENTONCES, CUANDO ACABEMOS LA EXPOSICIÓN SEREMOS CASI UNOS EXPERTOS EN ÁLGEBRA.

Damián: BUENO, PUES DEBERÍAMOS ORGANIZARNOS. ESTA TARDE PODEMOS IR HACIENDO UNA PRIMERA BÚSQUEDA DE INFORMACIÓN...

Viñeta 4. Damián y algún compañero cercano en plano medio.

Damián: ...Y A PARTIR DE MAÑANA LO PONEMOS TODO EN COMÚN Y ORGANIZAMOS EL RESTO DE LA TAREA. ¿OS PARECE BIEN?

Elías: ¡ESTUPENDO!

Página 2. Es el día siguiente, van con diferente ropa (idea: se han hecho camisetas con la letra inicial de su nombre en grande: A, B, C, D, E). Beni comenta que ha encontrado bastante información sobre el origen del álgebra, Damián comenta que va a organizar todo lo que tienen con el fin de triunfar con la exposición del tema.

Viñeta 1. En el patio del colegio. Pueden estar sentados en un banco.

Beni: A VER QUÉ TENEMOS, CHICOS. YO HE ENCONTRADO BASTANTE INFORMACIÓN SOBRE EL ORIGEN DEL ÁLGEBRA.

Viñeta 2.

Elías: MI MADRE ME ESTUVO EXPLICANDO LO DE USAR LETRAS PARA REPRESENTAR CANTIDADES DESCONOCIDAS, YO PODRÍA EXPLICAR ESO.

Viñeta 3.

Andrés: YO HE ENCONTRADO BASTANTES ECUACIONES Y PODRÍA ENCARGARME DE EXPLICAR CÓMO SE RESUELVEN. ME COSTÓ BASTANTE, PERO CREO QUE YA LO HE ENTENDIDO BIEN.

Viñeta 4.

Damián: COMO A MÍ SE ME DA BIEN LO DE LA ORGANIZACIÓN, YO PUEDO IR HACIENDO EN LA PIZARRA LOS ESQUEMAS PARA EXPLICAR TODO LO QUE HAGA FALTA.

Carla: ¡PUES GENIAL!

Viñeta 5. Vemos al profesor (me puedes dibujar a mí en ese rol) pasando cerca del grupo de protagonistas.

Profesor: VAYA, VAYA... SI TENEMOS AQUÍ A LOS EXPERTOS EN ÁLGEBRA.

Carla: PROFE, NO SE RÍA DE NOSOTROS, POR FAVOR...

Viñeta 6.

Profesor: ¡QUÉ VA! PARA NADA. CONFÍO QUE AL HACER ESTE TRABAJO OS CONVIRTÁIS REALMENTE EN EXPERTOS EN ÁLGEBRA.

Profesor: ADEMÁS, FALTA BIEN POCO. TENÉIS LA PRESENTACIÓN...

Página 3. Empieza la exposición.

Viñeta 1. Están en la clase, plano general. Casi todos sentados excepto ellos cinco, de pie junto a la pizarra. Se puede ver al profesor.

Off: ...MAÑANA MISMO.

Profesor: BUENO, PUES HA LLEGADO EL DÍA. HOY TENEMOS LA PRIMERA EXPOSICIÓN GRUPAL DE UN TEMA. SE TRATA DEL TEMA DE ÁLGEBRA Y SERÁ A CARGO DE...

Viñeta 2. El profesor alucina con el nombre del grupo.

Andrés: ...DIOFANTO TEAM. SÍ, ASÍ NOS LLAMAMOS, EL “DIOFANTO TEAM”.

Viñeta 3. Se muestra a Diofanto en un “cuadro” antiguo.

Beni: HEMOS ELEGIDO ESTE NOMBRE PORQUE DIOFANTO ES CONSIDERADO COMO UNO DE LOS CREADORES O DE LOS PADRES DEL ÁLGEBRA.

Viñeta 4. El profesor se repone del “susto” y les da pie a empezar su exposición.

Profesor: MUY BIEN, MUY BIEN. BUENO, TODO VUESTRO. ADELANTE...

Carla: GRACIAS, SANTI.

Página 4. Prosigue la exposición.

Viñeta 1. Carla sigue la exposición.

Carla: BIEN, MUCHOS DE VOSOTROS OS PREGUNTARÉIS QUÉ ES EL ÁLGEBRA. NOSOTROS OS LO VAMOS A EXPLICAR DE UNA MANERA MUY SENCILLA PARA QUE LO ENTENDÁIS.

Viñeta 2. Carla sigue la exposición.

Carla: SABÉIS YA QUE LA **ARITMÉTICA** ES EL ESTUDIO DE LOS **NÚMEROS** Y SUS PROPIEDADES. LA ARITMÉTICA TRABAJA CON NÚMEROS, QUE REPRESENTAN **CANTIDADES CONOCIDAS**.

Viñeta 3.

Carla: PERO, ¿QUÉ OCURRE SI QUEREMOS TRABAJAR CON CANTIDADES **DESCONOCIDAS**? HAY CANTIDADES QUE PUEDE QUE NO CONOZCAMOS, O QUIZÁ SEAN DE CARÁCTER **VARIABLE**, COMO LA VELOCIDAD DE UN COCHE, POR EJEMPLO.

Viñeta 4. Beni sigue con la explicación de Carla.

Beni: GRACIAS, CARLA. BIEN, ¿**CÓMO** PODEMOS **TRABAJAR** CON **CANTIDADES DESCONOCIDAS**? PUES LA MANERA MÁS SENCILLA ES “HACERLAS CONOCIDAS”. ¿Y CÓMO SE HACE ESO? PUES MUY FÁCIL: **PONIÉNDOLES NOMBRE**.

Viñeta 5.

Beni: Y LOS NOMBRES DE LAS COSAS, CUANTO MÁS CORTOS MEJOR. ASÍ QUE EL ÁLGEBRA ASIGNA UNA LETRA A CADA CANTIDAD DESCONOCIDA.

Página 5. Continúa la exposición. En esta página lo que ocurre es que los miembros del grupo van poniendo ejemplos de álgebra básica mientras Damián se ocupa de ir anotándolos todos en la pizarra para que queden reflejados ahí y sus compañeros puedan tomar nota en el cuaderno.

Viñeta 1. Imagino un plano general que muestre a Damián en pizarra comenzando a escribir “un número cualquiera $\rightarrow x$ ”.

Andrés: POR EJEMPLO, ¿CÓMO REPRESENTA EL ÁLGEBRA A UN NÚMERO CUALQUIERA? PUES CON UNA LETRA. ES HABITUAL USAR LA LETRA “n”, AUNQUE SE PUEDE USAR CUALQUIERA.

Andrés: DAMIÁN IRÁ ANOTANDO LOS EJEMPLOS EN LA PIZARRA PARA QUE DESPUÉS DE LA EXPLICACIÓN PODÁIS TOMAR NOTA EN VUESTROS CUADERNOS.

Viñeta 2. Mucho más pequeña. Un primer plano, o medio, del profesor admirado de la exposición de sus alumnos. Viñeta muda.

Viñeta 3. Volvemos a plano general.

Andrés: BIEN. SI “n” REPRESENTA UN NÚMERO CUALQUIERA, ¿CÓMO REPRESENTAMOS EL DOBLE DE UN NÚMERO CUALQUIERA?

Viñeta 4. Una alumna levantando la mano da la respuesta en voz alta.

Alumna random, se llama Paula: ¿SERÍA N POR 2?

Andrés: MUY BIEN, PAULA. PERO HAY QUE TENER CUIDADO: EL ÁLGEBRA ES COMO UN LENGUAJE, LE LLAMAMOS “LENGUAJE ALGEBRAICO”, Y TIENE SUS “NORMAS ORTOGRÁFICAS”.

Viñeta 5.

Andrés: EN LENGUAJE ALGEBRAICO, CUANDO SE MULTIPLICAN UNA LETRA Y UN NÚMERO, EL ORDEN ES SIEMPRE ASÍ: PRIMERO EL NÚMERO Y

LUEGO LA LETRA. ADEMÁS, EL SIGNO DE MULTIPLICACIÓN NO SE PONE EN MEDIO.

Paula: ES UN POCO RARO, ¿NO...?

Viñeta 6.

Andrés: NO CREAS, PAULA. POR EJEMPLO, CUANDO ESCRIBIMOS UN NOMBRE Y UN ADJETIVO EN INGLÉS, ¿EN QUÉ ORDEN LO HACEMOS?

Paula: PRIMERO EL ADJETIVO Y LUEGO EL NOMBRE. SIEMPRE EN ESE ORDEN.

Andrés: BUENO, PUES EL LENGUAJE ALGEBRAICO TIENE UNA NORMA PARECIDA. ¿A QUE NO ES TAN DIFÍCIL?

Paula: LA VERDAD ES QUE NO...

Página 6. Continúa la exposición. La viñeta 3 es una macroviñeta que ocupa dos tercios de la página, con bocadillos enganchados de Damián haciendo preguntas y bocadillos sueltos de alumnos random contestando a ellas.

Viñeta 1. Damián asume el mando de la explicación. Primer plano o plano medio de él. En esta página

Damián: HASTA AQUÍ ESTÁ CLARO, ¿NO? PERFECTO. SEGUIMOS CON MÁS EJEMPLOS. YO OS PREGUNTO UNA EXPRESIÓN Y ME LA VAIS DICIENDO EN LENGUAJE ALGEBRAICO, A VER QUÉ TAL.

Alumnado en general, con varios rabitos de bocadillo apuntando: ¡VALE!

Viñeta 2. Es un plano más abierto, americano por ejemplo, de Damián, aunque podría estar un poco girado de perfil, para que también se vea a algún alumno.

Damián: ¿CÓMO PENSÁIS QUE SE ESCRIBIRÍA EN LENGUAJE ALGEBRAICO “EL TRIPLE DE UN NÚMERO”?

Algún alumno: $3n$

Damián: ¡PERFECTO!

Viñeta 3. Plano general, cenital, muy abierto, que cabe casi toda la clase. Damián tiene un papel importante porque hace todas las preguntas. Le contestan alumnos random, los que te venga bien por proximidad al bocadillo de la pregunta. ¡No sé si me explico!

Damián: EL TRIPLE DE UN NÚMERO MÁS SU MITAD.

Alumno random: $3n + \frac{n}{2}$

Damián: LA SUMA DE DOS NÚMEROS.

Alumno random: $a + b$

Damián: PERFECTO. AQUÍ PODRÍAMOS USAR CUALQUIER PAREJA DE LETRAS DISTINTAS. POR EJEMPLO: $x + y$, $m + n$, $j + q$... LAS LETRAS QUE QUERAMOS, MIENTRAS SEAN DIFERENTES.

DAMIÁN: UN NÚMERO NATURAL POR SU CONSECUTIVO.

Alumno random: $n \cdot m$

Damián: ¡ATENCIÓN AQUÍ! SI PONEMOS $n \cdot m$, NADA INDICA QUE n Y m SON NÚMEROS CONSECUTIVOS. ENTONCES, DEBERÍA SER...

Alumno random: $n \cdot (n + 1)$

Damián: ¡MUY BIEN, PEDRO! ¿Y CÓMO SERÍA EL CUADRADO DE UN NÚMERO MÁS LA MITAD DE SU SIGUIENTE?

Alumno random: $n^2 + \frac{n+1}{2}$

Damián: ¡BRAVO, AITANA! AHORA, LA SUMA DE LOS CUADRADOS DE DOS NÚMEROS CONSECUTIVOS.

Alumno random: ¿SERÍA... $x^2 + (x + 1)^2$?

Damián: ¡ESTUPENDO, ELENA!

Damián: MUY BIEN. COMO PARECE QUE LO TENÉIS CLARO, QUE LO HABÉIS ENTENDIDO, VAMOS A ESCRIBIR UNOS EJERCICIOS EN LA PIZARRA PARA QUE PRACTiquéIS.

Página 7. Se trata de poner ejercicios en la pizarra. Esto va a ocupar casi media página, mostrando claramente todos los ejercicios que el grupo “dicta” (escribiendo en la pizarra) para que los compañeros realicen. A partir de ahí, un par o tres de viñetas de los chicos del grupo paseándose por las mesas de sus compañeros, ayudándoles a realizar los ejercicios y animándoles.

Viñeta 1. Damián terminando de copiar en la pizarra los ejercicios que quieren que hagan los compañeros. Se han de leer los siguientes enunciados:

- El cuadrado de un número menos el cubo de su mitad.
- La suma de los cubos de dos números pares consecutivos.
- El cociente entre un número y su cuadrado.
- La suma de las potencias cuartas de tres números.
- La potencia cuarta de la suma de tres números.

Damián: BUENO, PUES AHÍ TENÉIS LOS EJERCICIOS. TRATAD DE “TRADUCIR” ESTO AL LENGUAJE ALGEBRAICO.

Viñeta 2. Alumnos random de la página anterior tratando de hacer los ejercicios. Beni se pasea a su lado y les va animando.

Beni: MUY BIEN, AARÓN. SIGUE ASÍ, MELANIE...

Viñeta 3. Carla y Elías paseándose también y ayudando a un alumno random.

Alumno random: PERO... ¿PUEDO USAR CUALQUIER LETRA PARA REPRESENTAR A UN NÚMERO DESCONOCIDO?

Carla: POR SUPUESTO. CUALQUIER LETRA ES VÁLIDA.

Elías: HABITUALMENTE USAMOS LETRAS MINÚSCULAS.

Viñeta 4. Andrés paseándose también y ayudando a otro alumno random.

Alumno random: LOS DOS ÚLTIMOS ENUNCIADOS SON MUY PARECIDOS, PERO ¿SON ASÍ, ANDRÉS?

[Se ve en la libreta del alumno la respuesta correcta a ambos enunciados, que te mandaré por whatsapp para que coloques en su libreta con esa magia que utilizas.]

Andrés: ¡CORRECTO, JUAN! ASÍ ES, MUY BIEN. VEO QUE LO ENTIENDES PERFECTAMENTE...

Página 8. Explicamos los monomios. En esta página va a ser un día diferente, ha pasado un día. Podemos usar la idea de las camisetas del grupo con la inicial en grande (A, B, C, D, E). Estructura de viñetas de 2-1-2.

Viñeta 1. Damián puede estar terminando de escribir en la pizarra un rótulo chulo con la palabra “MONOMIOS”.

Off: AL DÍA SIGUIENTE.

Beni: BUENO, PUES HOY VAMOS A APRENDER LO QUE SON Y CÓMO SE OPERA CON LOS MONOMIOS. ANTES DE NADA, ¿QUÉ ES UN MONOMIO?

Viñeta 2. Damián, en segundo plano, puede estar haciendo escribiendo un ejemplo (te envío una foto por whatsapp).

Beni: PUES ES UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA QUE LLEVA UN NÚMERO (AL QUE LLAMAREMOS **COEFICIENTE**) Y UNA O MÁS LETRAS (A LAS QUE LLAMAREMOS **PARTE LITERAL**).

Beni: ¿PODÉIS SUGERIR EJEMPLOS VOSOTROS? A VER...

Viñeta 3. Los alumnos van dando ejemplos. Imagino un plano general. Debe salir alguno del grupo, como por ejemplo Andrés, para corregir fallos de los alumnos.

Alumno 1: $4x$

Alumno 2: $-5abc$

Alumno 3: $15x+3y$

Andrés: NO. EN LOS MONOMIOS NO PUEDE HABER NI SUMAS NI RESTAS. CUIDADO.

Alumno 4: $9m^2$

Alumno 5: $\frac{-2x}{3}$

Alumno 6: $\frac{17a^5}{31}$

Alumno 7: $\frac{29m}{17n}$

Andrés: NO. EN LOS MONOMIOS NO PUEDE HABER LETRAS DIVIDIENDO. CUIDADO TAMBIÉN CON ESTO.

Viñeta 4.

Beni: LLAMAREMOS “**GRADO**” DE UN MONOMIO A LA SUMA DE LOS EXPONENTES DE LAS LETRAS. RECORDAD QUE, SI UNA LETRA NO LLEVA EXPONENTE, LLEVA UN “UNO”.

Beni: BIEN, ENTONCES, ¿QUIÉN SE ATREVE A RESUMIR LO QUE ES UN MONOMIO?

Alumno random: ¡YO, BENI! ¡YO ME ATREVO!

Beni: MUY BIEN, MARÍA. ADELANTE...

Viñeta 5.

Alumna María: UN MONOMIO ES UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA EN LA QUE UN NÚMERO (DE CUALQUIER TIPO, PUEDE SER UNA FRACCIÓN TAMBIÉN) MULTIPLICA A UNA O MÁS LETRAS. PERO NO PUEDE HABER SUMAS NI LETRAS DIVIDIENDO. EL NÚMERO SE LLAMA COEFICIENTE Y LAS LETRAS, PARTE LITERAL.

Beni: ¡PERFECTÍSIMO, MARÍA! ¡BRAVO!

Página 9. Explicamos las operaciones con monomios. Carla y Elías se encargan de ello. Estructura clásica de 2-2-2.

Viñeta 1.

Carla: AHORA, ELÍAS Y YO VAMOS A EXPLICAROS CÓMO SE OPERA CON MONOMIOS. YO ME ENCARGARÉ DE LA SUMA Y LA RESTA; ELÍAS, DE LA MULTIPLICACIÓN.

Carla: PARA SUMAR Y RESTAR MONOMIOS...

Viñeta 2. Carla explica mientras Damián pone ejemplos en la pizarra: $3x^2 + 5x^2$, $-8abc^2 + 14abc^2$, $\frac{4x}{5} - 2x$

Carla: ...ÉSTOS DEBEN SER **SEMEJANTES**. ESTO SIGINIFICA QUE DEBEN TENER LA **MISMA PARTE LITERAL**. EL RESULTADO, POR SUPUESTO, TAMBIÉN ES SEMEJANTE.

Alumno random chico: ENTONCES, ¿NO PODEMOS SUMAR $3x$ CON $5a$?

Carla: BUEN EJEMPLO, ARNOLD. EFECTIVAMENTE, NO SE PUEDEN SUMAR. ES COMO SI QUISIÉRAMOS SUMAR PERAS CON MANZANAS, NO PODEMOS.

Viñeta 3. Los bocadillos que he puesto en fosfi amarillo no los pongas si no te caben. La respuesta final puede valer para todo.

Carla: A VER... ¿CUÁNTO DARÍAN LAS SUMAS PUESTAS EN PIZARRA?

Alumno random: ¿LA PRIMERA DARÍA $8x^2$?

Carla: ¡FANTÁSTICO!

Alumno random 2: ¡LA SEGUNDA DARÍA $6abc^2$!

Carla: ¡BRAVO!

Alumno random 3: ¡Y LA TERCERA DARÍA $\frac{-6x}{5}$!

Carla: ¡GENIAL! YA SABÉIS SUMAR Y RESTAR MONOMIOS.

Viñeta 4. Aquí toma el mando Elías. Podías hacer un plano mostrando al profesor (en primer o segundo plano), vigilante del trabajo que está haciendo el “Diofanto Team”.

Elías: BIEN. PARA MULTIPLICAR MONOMIOS NO HACE FALTA QUE ESTOS SEAN SEMEJANTES. SIMPLEMENTE, SE MULTIPLICAN LOS COEFICIENTES Y SE JUNTAN LAS LETRAS DE LA PARTE LITERAL...

Viñeta 5. Dudas de los alumnos. Vemos la pizarra con unos ejemplos que te enviaré por whatsapp.

Alumno random: ELÍAS, ¿QUÉ PASA SI SON LETRAS DISTINTAS?

Elías: SE YUTXAPONEN. COMO EN EL PRIMER EJEMPLO DE LA PIZARRA. Y SI SE TRATA DE LA MISMA LETRA, SE SUMAN LOS EXPONENTES, COMO EN EL SEGUNDO EJEMPLO.

Viñeta 6. A ver qué ingenias para que esta viñeta tenga sentido.

Elías: A VER, RONDA DE PREGUNTAS RÁPIDAS...

Elías: $5x \cdot (-4x^3)$

Alumno random: $-20x^4$

Elías: $4x^2 \cdot 7x^4$

Alumno megarrandom: $28x^6$

Elías: $-2abc^3 \cdot (-11a^3b^2c)$

Alumno supermegarrandom: $22a^4b^3c^4$

Elías: ¡MUY BIEN, COMPIS!

Página 10. Explicamos los polinomios. De esto se va a ocupar Damián. Vamos a atrevernos con una distribución de 4 viñetas panorámicas, como en la página 3.

Viñeta 1. En la pizarra puede poner “POLINOMIOS”, como en la página 8 con los monomios.

Damián: AHORA YO VOY A EXPLICAROS LOS POLINOMIOS. ¿OS ACORDÁIS DE QUÉ OPERACIÓN NO PODÍA HABER EN UN MONOMIO?

Alumno random again: ¡SUMAS Y RESTAS!

Damián: ¡EXACTO! PUES SI SUMAMOS O RESTAMOS ENTRE SÍ MONOMIOS, TENEMOS UN POLINOMIO.

Viñeta 2. Damián, todo viciado, escribiendo ejemplos de polinomios en la pizarra. Te escribo varios ejemplos para que sean los que Damián escribe en la pizarra:

$$\begin{aligned} &3x^4 - 5x^3 + x^2 - 12 \\ &4ab - a^3b^2 + 11a^2 + 7 \\ &17m - 8 + 6m^5 \\ &4x - 13 \\ &\frac{-13}{5}x^3 + 4x^2 - 3 + 9x \end{aligned}$$

Damián: AQUÍ OS HE ESCRITO VARIOS EJEMPLOS DE POLINOMIOS...

Damián: FIJAOS EN EL SEGUNDO EJEMPLO, ¿VEIS QUE ESE POLINOMIO TIENE DOS LETRAS DISTINTAS? ESO ES POSIBLE, PERO ESTE CURSO SOLO VAMOS A ESTUDIAR LOS POLINOMIOS CON UNA VARIABLE, CON UNA SOLA LETRA, COMO TODOS LOS OTROS EJEMPLOS.

Viñeta 3. Damián ha borrado ese segundo polinomio ($4ab - a^3b^2 + 11a^2 + 7$) porque no entra dentro de esta explicación. Quedan en la pizarra el primero, el tercero, el cuarto y el quinto.

Damián: LLAMAMOS “GRADO” DE UN POLINOMIO AL MAYOR DE LOS GRADOS DE LOS MONOMIOS QUE LO COMPONEN. ¿PODRÍAIS DECIRME CUÁL ES EL GRADO DEL PRIMER POLINOMIO DE LA PIZARRA?

Alumno random 1: 4

Damián: BIEN, ¿Y EL GRADO DEL SEGUNDO?

Alumno random 2: 5

Damián: ¿Y EL TERCERO?

Alumno random 3: ¿1?

Damián: CORRECTO, JUAN. ¿Y EL CUARTO Y ÚLTIMO POLINOMIO?

Alumno random: PUES... 3.

Viñeta 4. Siguen escritos los polinomios en la pizarra. Al lado de cada uno pone su grado, escrito a mano por Damián en la pizarra. Quedaría como así:

$3x^4 - 5x^3 + x^2 - 12$ ---> grado 4

$17m - 8 + 6m^5$ ---> grado 5

$4x - 13$ ---> grado 1

$\frac{-13}{5}x^3 + 4x^2 - 3 + 9x$ ---> grado 3

Damián: ¿OS DAIS CUENTA DE QUE EL PRIMER POLINOMIO, DE GRADO 4, TIENE MONOMIOS DE GRADO 4, 3, 2 Y 1? DECIMOS ENTONCES QUE ES COMPLETO Y ADEMÁS ESTÁ ORDENADO. ¿Y LOS DEMÁS POLINOMIOS?

Alumno random 1: PUES EL SEGUNDO NO ES COMPLETO, LE FALTAN LOS GRADOS 4, 3 Y 2. ADEMÁS, NO ESTÁ ORDENADO.

Damián: MUY BIEN, ARNOLD.

Alumno random 2: EL TERCERO SÍ ES COMPLETO... Y TAMBIÉN ESTÁ ORDENADO.

Damián: ¡PERFECTO, MARÍA!

Alumno random 3: Y EL CUARTO... SÍ ES COMPLETO... PERO NO ESTÁ ORDENADO.

Damián: ¡MUY BIEN, ELENA!

Página 11. Explicamos las operaciones con polinomios.

Viñeta 1. El protagonista del grupo que te apetezca (lo dejo a tu elección) va a explicar las operaciones con polinomios. En la pizarra ya pone “OPERACIONES CON POLINOMIOS”.

Protagonista elegido por Zarzo: CON LOS POLINOMIOS, COMO OBJETOS MATEMÁTICOS QUE SON, TAMBIÉN PODEMOS OPERAR: SUMARLOS, RESTARLOS, MULTIPLICARLOS...

Viñeta 2. En la pizarra ya aparecen dos polinomios escritos:

$$\begin{aligned} &3x^4 - 2x^3 + x^2 - 11x + 9 \\ &x^5 - x^4 + 4x^2 - 5x^3 + 8 + x \end{aligned}$$

Protagonista elegido por Zarzo (puede estar girado hacia la pizarra): PARA SUMARLOS, SE TRATA DE SUMAR LOS MONOMIOS QUE SEAN SEMEJANTES. POR EJEMPLO, CON LOS DOS POLINOMIOS DE LA PIZARRA, LA SUMA DARÍA... $x^5 + 2x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 10x + 17$.

Viñeta 3. Más pequeña, con un primer plano o medio del alumno hablando es suficiente.

Protagonista elegido por Zarzo: PARA RESTARLOS SE HACE IGUAL, PERO TENIENDO EN CUENTA QUE AL SEGUNDO POLINOMIO HEMOS DE CAMBIARLE EL SIGNO A TODOS SUS TÉRMINOS.

Viñeta 4. Se ve a Beni en la pizarra haciendo las siguientes operaciones:

$$\begin{aligned} &3x^4 - 2x^3 + x^2 - 11x + 9 - (x^5 - x^4 + 4x^2 - 5x^3 + 8 + x) = \\ &= 3x^4 - 2x^3 + x^2 - 11x + 9 - x^5 + x^4 - 4x^2 + 5x^3 - 8 - x = \\ &= -x^5 + 4x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 12x + 1 \end{aligned}$$

Protagonista elegido por Zarzo: OS ACONSEJO QUE PRIMERO CAMBIÉIS EL SIGNO Y LUEGO SUMÉIS. COMO ESTÁ HACIENDO BENI EN EL PIZARRA...

Viñeta 5. Se ve a Beni terminando de poner operaciones en la pizarra.

$$P(x) = -4x^2 - 5x^3 - 9x$$

$$Q(x) = 4x^3 - 7x^2 + 11x - 3$$

$$R(x) = -x^4 - x^3 + 8x - 12x^2 - 10$$

TAREAS:

$$P(x)+Q(x) \quad P(x)-Q(x)$$

$$Q(x)-P(x) \quad P(x)+R(x)$$

$$P(x)-R(x) \quad R(x)-P(x)$$

$$Q(x)+R(x) \quad Q(x)-R(x)$$

$$R(x)+Q(x)$$

Protagonista elegido por Zarzo: OS PONEMOS AQUÍ UNOS POLINOMIOS PARA QUE HAGÁIS LAS SUMAS Y LAS RESTAS QUE OS PEDIMOS, ASÍ PRACTICÁIS...

Página 12. Terminamos de explicar las operaciones con polinomios. Elías se va a encargar de explicar las multiplicaciones de monomios.

Viñeta 1. Elías empieza a explicar. Si quieres poner un rótulo en la pizarra como en otros apartados del tema, puedes poner “MULTIPLICACIONES DE POLINOMIOS”.

Elías: MUY BIEN. PUES YA SABÉIS SUMAR Y RESTAR POLINOMIOS. AHORA YO OS VOY A ENSEÑAR A **MULTIPLICAR** POLINOMIOS.

Viñeta 2. Elías sigue explicando. Acaba de escribir en la pizarra un ejemplo, que es el siguiente:

$$(4x^3 - 3x^2 + x - 3) \cdot (2x^2 - 5x + 9)$$

Elías: FIJAOS BIEN EN QUE AL MULTIPLICAR LOS POLINOMIOS SE PONEN ENTRE PARÉNTESIS, INDICANDO ASÍ QUE TODOS LOS MONOMIOS DEL PRIMER POLINOMIO SE MULTIPLICAN POR TODOS LOS MONOMIOS DEL SEGUNDO.

Viñeta 3 (tira horizontal entera). Elías ha redondeado con la tiza el primer monomio de cada polinomio ($4x^3$ en el primero y $2x^2$ en el segundo). Ha unido esos dos círculos con una línea, como en la imagen que te mando por whatsapp.

Elías: POR EJEMPLO, EL PRIMERO POR EL PRIMERO NOS DA $8x^5$.

Viñeta 4. En la pizarra Elías se supone que ha hecho más líneas, como te adjunto en la imagen que te acabo de mandar por whatsapp.

Elías: ¿CUÁNTO DA EL PRIMERO POR EL SEGUNDO?

Alumno random: $-20x^4$

Elías: ¿Y EL PRIMERO POR EL TERCERO?

Alumno random: $36x^3$

Página 13. Sigue la explicación.

Viñeta 1. Elías está escribiendo en la pizarra, debajo de la operación:

$$8x^5 - 20x^4 + 36x^3$$

Elías: ENTONCES, YA TENEMOS $8x^5 - 20x^4 + 36x^3$. PERO AHORA SEGUIMOS HACIENDO LO MISMO CON EL SEGUNDO MONOMIO Y CON EL TERCERO...

Viñeta 2. Elías sigue escribiendo el resultado ya completo en la pizarra:

$$8x^5 - 20x^4 + 36x^3 - 6x^4 + 15x^3 - 27x^2 + 2x^3 - 5x^2 + 9x - 6x^2 + 15x - 27$$

Elías: AL MULTIPLICAR TODOS LOS MONOMIOS DEL PRIMER POLINOMIO POR TODOS LOS MONOMIOS DEL SEGUNDO POLINOMIO NOS QUEDA ESTO QUE ESTOY ESCRIBIENDO...

Viñeta 3. Elías escribe el resultado, ya reducido, en la pizarra. Queda así:

$$8x^5 - 26x^4 + 53x^3 - 38x^2 + 24x - 27$$

Elías: PARA ACABAR, HAY QUE REDUCIR EL POLINOMIO. RECORDAD, SE TRATA DE JUNTAR LOS MONOMIOS SEMEJANTES PARA DEJAR SOLO UNO DE CADA GRADO. NOS QUEDARÁ ASÍ.

Viñeta 4. Elías ha borrado la pizarra y ha escrito varios ejercicios:

$$\begin{aligned} &(-3x^3 + 5x^2 - 11) \cdot (-x^4 + 6x^3 + 9x - 8) \\ &(x^5 - 2x^3 + x^2 - 7x + 4) \cdot (-5x^2 + 6x - 3) \\ &(2x^3 + x - 6) \cdot (4x^2 - 5x + 1) \\ &(x^7 - 4x^3 + 6x - 2) \cdot (x^3 + x^2 - 2x + 11) \end{aligned}$$

Elías: AQUÍ OS DEJO UNOS EJERCICIOS DE MULTIPLICACIONES DE POLINOMIOS PARA QUE PONGÁIS EN PRÁCTICA LO QUE HABÉIS APRENDIDO. ¡SUERTE!

Página 14. Explicamos lo que son las ecuaciones (parte 1). Beni se encarga de esta parte.

Viñeta 1. En la pizarra aparece escrito el lema “ECUACIONES”. Beni está explicando el concepto de ecuación.

Beni: ¿ESTÁIS LISTOS? BIEN. HOY YO VOY A EXPLICAROS LO QUE ES UNA ECUACIÓN.

Alumno random: ¿UNA ECUA... QUÉ?

Beni: UNA ECUACIÓN, MARÍA.

Viñeta 2. Se ve a Damián acercando a la mesa una balanza de las clásicas, con dos platillos uno a cada lado. Ambos tienen piezas de fruta variadas.

Beni: UNA ECUACIÓN ES UNA IGUALDAD ENTRE DOS EXPRESIONES ALGEBRAICAS. PARA QUE LO ENTENDÁIS, ES COMO UNA BALANZA EQUILIBRADA.

Beni: CADA LADO DE LA ECUACIÓN SE LLAMA “MIEMBRO”. TODA ECUACIÓN TIENE UN PRIMER MIEMBRO (A LA IZQUIERDA DEL IGUAL) Y UN SEGUNDO MIEMBRO (A LA DERECHA DEL IGUAL).

Viñeta 3. Andrés añade una mandarina más a un lado de la balanza y ésta se descompensa.

Beni: SI EN UN LADO DE LA BALANZA AÑADIMOS ALGO, LA BALANZA SE DESEQUILIBRA...

Viñeta 4. Andrés añade otra mandarina al otro lado, y la balanza se vuelve a equilibrar.

Beni: ...PERO SI AÑADIMOS LA MISMA CANTIDAD EN EL OTRO LADO, SE VUELVE A EQUILIBRAR.

Alumno random: CLARO, ESO SE ENTIENDE...

Alumno más random todavía: PERO, ¿QUÉ TIENE ESO QUE VER CON LAS ECUACIONES?

Beni: EN UN MOMENTO LO ENTENDERÁS, JUAN.

Viñeta 5. Carla escribe en la pizarra la siguiente ecuación: $3x - 8 = 2x + 5$

Beni: TENEMOS EN LA PIZARRA UN EJEMPLO DE ECUACIÓN. AHORA MISMO NO SABEMOS CUÁL ES EL VALOR DE LA INCÓGNITA, x . AQUEL VALOR DE x QUE VERIFIQUE LA IGUALDAD SE LLAMARÁ “SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN”.

Página 15. Explicamos lo que son las ecuaciones (parte 2). Beni.

Viñeta 1. Carla está escribiendo al final de la ecuación. Ahora mismo se ve en la pizarra:

$$3x - 8 + 8 = 2x + 5 + 8$$

Beni: PARA HALLAR LA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN, HEMOS DE HACER COSAS QUE NO DESEQUILIBREN LA ECUACIÓN. POR EJEMPLO, SUMAR 8 A AMBOS MIEMBROS DE LA ECUACIÓN...

Viñeta 2. Carla ha tachado con la tiza del primer miembro (antes del igual) el “-8” y el “+8”.

Beni: CLARAMENTE, EL “-8” Y EL “+8” DEL PRIMER MIEMBROS SE ANULAN MUTUAMENTE, SE CANCELAN...

Viñeta 3. Carla ha borrado el “-8” y el “+8”. La ecuación queda ahora así:

$$3x = 2x + 5 + 8 \rightarrow 3x = 2x + 13$$

Beni: ...Y NOS QUEDA LA ECUACIÓN ASÍ. HEMOS CONSEGUIDO “QUITAR” EL NÚMERO 8 DEL PRIMER MIEMBRO. ¿A ALGUIEN SE LE OCURRE CÓMO PODRÍAMOS “JUNTAR” LOS DOS MONOMIOS QUE LLEVAN LETRA EN EL MISMO MIEMBRO?

Viñeta 4. Plano medio de un alumno random de la clase, respondiendo a Beni.

Alumno random de la clase: B-BUENO... ¿Y SI RESTAMOS EN AMBOS MIEMBROS “2x”? ASÍ SE CANCELARÍA EL DEL SEGUNDO MIEMBRO, ¿NO...?

Viñeta 5. Beni felicitando al compañero. Detrás, en la pizarra, Carla acaba de escribir (puedes dibujarla terminando de escribirlo, con el borrador en la otra mano, como que está continuamente borrando y escribiendo):

$$3x - 2x = 2x + 13 - 2x$$

Beni: ¡PERFECTO, AARON! ASÍ, LA ECUACIÓN NOS QUEDARÍA COMO ESTÁ ESCRIBIENDO CARLA EN LA PIZARRA. ENTONCES, EN EL SEGUNDO MIEMBRO SE CANCELAN LOS “2x” Y LA ECUACIÓN NOS QUEDA...

Viñeta 6. Carla acaba de escribir lo que te indico:

$$x = 13 \text{ es la solución de la ecuación.}$$

Beni: ...QUE “x” ES IGUAL A 13. ESTA ES LA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN.

Página 16. Resolvemos las ecuaciones más sencillas (parte 1). Andrés explica y Carla va apuntando las cosas en la pizarra. He pensado una estructura clásica de 3 filas y 2 columnas (dejando la viñeta más densa con una tira conjunta), pero haz lo que consideres, que sabes mucho más que yo de esto.

Viñeta 1. Andrés empieza a explicar y Carla está en la pizarra. Puede haber escrito “RESOLUCIÓN DE ECUACIONES”.

Andrés: BENI OS HA ENSEÑADO MUY BIEN LO QUE SON LAS ECUACIONES Y CÓMO SE TRABAJA CON ELLAS. VEAMOS SI LO HABÉIS ENTENDIDO TODO BIEN.

Viñeta 2. Carla escribe una ecuación en la pizarra y Andrés pide voluntarios para resolverla. La ecuación que escribe Carla es:

$$3x - 5 + 8x = 7 - 2x - 11$$

Andrés: FIJAOS EN LA ECUACIÓN QUE HA ESCRITO CARLA EN LA PIZARRA. ¿QUÉ HABRÍA QUE HACER PRIMERO?

Alumna: YO ME HE FIJADO EN QUE ANTES LO QUE OCURRÍA ES QUE SUMANDO O RESTANDO LA MISMA COSA EN LOS DOS MIEMBROS, ES COMO SI ALGO PASARA AL OTRO MIEMBRO HACIENDO LO CONTRARIO QUE HACÍA, ¿NO?

Viñeta 3. Carla ha escrito en la pizarra, debajo de la ecuación que había, dos líneas más, y ha dibujado una flecha desde la primera línea hasta la tercera, para que los alumnos se fijen en lo que ha pasado (en el bocadillo de esta viñeta lo explico mejor):

$$\begin{aligned} 3x - 5 + 8x &= 7 - 2x - 11 \\ 3x - 5 + 8x + 5 &= 7 - 2x - 11 + 5 \\ 3x + 8x &= 7 - 2x - 11 + 5 \end{aligned}$$

Andrés: ¡MUY BIEN, PAULA! SI OS FIJÁIS EN LOS PASOS QUE HEMOS SEGUIDO, CARLA HA SUMADO 5 EN AMBOS MIEMBROS; LUEGO HA

TACHADO EL “-5” Y EL “+5” DEL PRIMER MIEMBRO YA QUE SE CANCELAN MUTUAMENTE.

Andrés: ENTONCES, EFECTIVAMENTE, PAULA, ES COMO SI EL “-5” DEL PRIMER MIEMBRO SE HUBIERA IDO AL SEGUNDO MIEMBRO COMO “+5”.

Viñeta 4. Carla ha escrito en la pizarra, debajo de las tres líneas que había (que siguen estando) una cuarta y una quinta línea. Es como una secuencia de pasos para llegar a la solución:

$$\begin{aligned}3x - 5 + 8x &= 7 - 2x - 11 \\3x - 5 + 8x + 5 &= 7 - 2x - 11 + 5 \\3x + 8x &= 7 - 2x - 11 + 5 \\3x + 8x + 2x &= 7 - 11 + 5 \\13x &= 1\end{aligned}$$

Andrés: AHORA HEMOS “TRAÍDO” EL “-2x” DEL SEGUNDO MIEMBRO AL PRIMER MIEMBRO, CAMBIÁNDOLE EL SIGNO. Y FINALMENTE HEMOS AGRUPADO LO DE CADA MIEMBRO EN UN ÚNICO MONOMIO.

Viñeta 5. Metemos una línea más, justo abajo; es la última:

$$\begin{aligned}3x - 5 + 8x &= 7 - 2x - 11 \\3x - 5 + 8x + 5 &= 7 - 2x - 11 + 5 \\3x + 8x &= 7 - 2x - 11 + 5 \\3x + 8x + 2x &= 7 - 11 + 5 \\13x &= 1 \\x &= \frac{1}{13} \text{ es la solución.}\end{aligned}$$

Andrés: CASI ESTÁ RESUELTA. SÓLO FALTA DESPEJAR.

Alumno: ¿QUÉ ES ESO DE “DESPEJAR”?

Andrés: SÍ... DESPEJAR ES DEJAR LA INCÓGNITA SOLA. EL COEFICIENTE QUE LA ACOMPAÑA, QUE LE ESTÁ MULTIPLICANDO, SE VA AL OTRO MIEMBRO A DIVIDIR. Y ESO NOS DA LA SOLUCIÓN; EN ESTE CASO, $\frac{1}{13}$.

Página 17. Resolvemos las ecuaciones más sencillas (parte 2). Andrés y Carla intercambian roles; Carla explica, habla, mientras que Andrés se va a escribir en la pizarra.

Viñeta 1. Quizá un plano más general de la clase. Carla está en la pizarra y acaba de escribir una ecuación:

$$4 - 2x = 5x + 1$$

Carla: ¡PRACTIQUEMOS! ANDRÉS ACABA DE ESCRIBIR EN PIZARRA UNA ECUACIÓN. ¿QUIÉN SE ATREVE A SALIR A LA PIZARRA A HACERLA...?

Alumno random: ¡YO, YO!

Viñeta 2. Un alumno random, David, sale a la pizarra. ¿Viñeta pequeña?

Carla: ESTUPENDO, DAVID. ADELANTE...

Viñeta 3. David ha hecho como en la página anterior; ir escribiendo pasos debajo de la ecuación.

$$\begin{aligned}4 - 2x &= 5x + 1 \\-2x - 5x &= 1 - 4 \\-7x &= -3 \\x &= \frac{-3}{-7} \\x = \frac{3}{7} &\text{ es la solución}\end{aligned}$$

Carla: ¡MUY BIEN, DAVID! Y HAS RECORDADO TAMBIÉN QUE NO SE ESCRIBEN FRACCIONES CON EL DENOMINADOR NEGATIVO Y HAY QUE CAMBIAR EL SIGNO A LOS DOS ELEMENTOS DE LA FRACCIÓN, BRAVO.

Viñeta 4. Andrés ha escrito otra ecuación en pizarra:

$$-13 + 3x - 7 = 2x - 8 + 5x$$

Carla: ¡AQUÍ TENEMOS OTRA ECUACIÓN! ¿QUIÉN...?

Alumna random: ¡YOOOOO!

Viñeta 5. Esta alumna, María, ha salido a la pizarra y ha escrito los pasos debidos:

$$\begin{aligned}-13 + 3x - 7 &= 2x - 8 + 5x \\3x - 2x - 5x &= -8 + 13 + 7 \\-4x &= 12 \\x &= \frac{12}{-4} \\x = -3 &\text{ es la solución.}\end{aligned}$$

Página 18. Resolvemos las ecuaciones más difíciles, con paréntesis (parte 1). Damián y Elías.

Viñeta 1. Santi, el profe, les pregunta a los cinco chicos.

Santi: HASTA AHORA LO ESTÁIS HACIENDO GENIAL, CHICOS. PERO YO ME PREGUNTO SI VAIS A EXPLICAR LAS ECUACIONES CON PARÉNTESIS...

Viñeta 2. Elías escribe en la pizarra “ECUACIONES CON PARÉNTESIS” mientras Damián da un paso adelante; va a explicarlas él. Elías puede estar haciendo una reverencia a su compañero que lo ha mencionado.

Damián: EFECTIVAMENTE, SANTI. YO ME ENCARGO DE ESA PARTE, CON LA AYUDA DE ELÍAS EN LA PIZARRA ESCRIBIENDO TODO LO NECESARIO.

Viñeta 3. Elías escribe en la pizarra la siguiente ecuación:

$$3x + 2 \cdot (5x - 7) + 1 = 12 + 5x$$

Damián: BUENO, PUES CUANDO LAS ECUACIONES TIENEN PARÉNTESIS, LO QUE TENEMOS QUE HACER ES QUITARLOS. PERO DE MANERA ADECUADA, CLARO.

Viñeta 4. Elías ha redondeado el “+2” del inicio de la ecuación y lo ha unido mediante una línea curva (como en la página 13) con otros monomios redondeados: los de dentro del paréntesis; es decir, “5x” y “-7”.

Damián: ¿VEIS LO QUE HAY ANTES DEL PARÉNTESIS? EL “+2”, ¿VERDAD? ¿Y QUÉ HACE EL “+2” CON EL PARÉNTESIS? MULTIPLICARLO. ENTONCES, EL “+2” DE FUERA MULTIPLICA A TODO LO DE DENTRO DEL PARÉNTESIS.

Viñeta 5. Elías ha escrito debajo de la ecuación un paso más, el que queda cuando quitamos paréntesis. Nos aparece en pizarra:

$$\begin{aligned} 3x + 2 \cdot (5x - 7) + 1 &= 12 + 5x \\ 3x + 10x - 14 + 1 &= 12 + 5x \end{aligned}$$

Damián: NOS QUEDA LO QUE ACABA DE ESCRIBIR ELÍAS. Y AHORA, TRABAJAMOS COMO OS ENSEÑARON ANTES CARLA Y ANDRÉS. ¿ALGUIEN QUIERE SALIR Y ACABAR DE RESOLVER LA ECUACIÓN?

Alumna llamada Paula: ¡YO, POR FAVOR!

Página 19. Resolvemos las ecuaciones más difíciles, con paréntesis (parte 2). Damián y Elías.

Viñeta 1. Sale Paula y acaba de resolver la ecuación. Escribe más líneas en la pizarra, dejándola así:

$$3x + 2 \cdot (5x - 7) + 1 = 12 + 5x$$

$$\begin{aligned}
3x + 10x - 14 + 1 &= 12 + 5x \\
3x + 10x - 5x &= 12 + 14 - 1 \\
8x &= 25 \\
x &= \frac{25}{8} \text{ es la solución}
\end{aligned}$$

Damián: MUY BIEN, PAULA. PERFECTAMENTE RESUELTA.

Viñeta 2. Elías ha borrado la pizarra y ha escrito otra ecuación con paréntesis:

$$5x + 3 = 6x - (2x - 6)$$

Damián: BUENO, A VER QUIÉN QUIERE HACER ESTA ECUACIÓN AHORA...

La propia Paula, la misma chica de antes, pide hacerla.

Paula: ¿PUEDO HACERLA YO MISMA, QUE YA ESTOY EN LA PIZARRA?

Damián: CLARO, POR QUÉ NO...

Viñeta 3. Paula resuelve fácilmente la ecuación, dejando la pizarra así:

$$\begin{aligned}
5x + 3 &= 6x - (2x - 6) \\
5x + 3 &= 6x - 2x + 6 \\
5x - 6x + 2x &= 6 - 3 \\
x &= 3 \text{ es la solución}
\end{aligned}$$

Damián: PUES MUY BIEN OTRA VEZ, PAULA. ESTUPENDO, LO ENTIENDES MUY BIEN.

Paula: ¡GRACIAS!

Viñeta 4. Elías ha escrito tarea para los compañeros. En la pizarra pone:

$$\begin{aligned}
&\text{TAREA} \\
3x - 4 \cdot (5 - x) &= 6 + 9x \\
6 \cdot (3 - 2x) &= 4 + x \\
5 - 7x &= 8 + 3 \cdot (-2x + 5) \\
6x + 5 \cdot (4x - 2) &= 3 - (2x - 1)
\end{aligned}$$

Damián: PUES AQUÍ OS PONEMOS UNOS EJERCICIOS PARA QUE PRACTIQUEIS Y NO SE OS OLVIDE CÓMO SE RESUELVEN LAS ECUACIONES CON PARÉNTESIS. ¡ÁNIMO Y BUENA SUERTE!

Página 20. Hacemos un resumen del tema. Los cinco. Se han puesto las camisetas con sus iniciales como te comenté. Cada uno de ellos resume una parte del tema, aunque Damián está en la pizarra escribiendo cosas relativas a lo que sus compañeros van comentando.

Álgebra y lenguaje algebraico.

Monomios. Operaciones con monomios.

Polinomios. Operaciones con polinomios (suma, resta y producto).

Ecuaciones: concepto, método de resolución, ecuaciones con paréntesis.

Viñeta 1. Van a hacer el resumen de todo lo explicado. Plano general de la clase. Si se ve a los cinco protas, éstos ya llevan las camisetas. Damián en pizarra escribiendo

“ÁLGEBRA
LENGUAJE ALGEBRAICO”.

Andrés explicando.

Andrés (puede estar señalando su camiseta): BUENO, COMPAÑEROS. PUES YA OS HEMOS EXPLICADO EL ÁLGEBRA. HEMOS EMPEZADO HABLANDO DE QUÉ ES Y PARA QUÉ SURGE. OS HEMOS ENSEÑADO LAS “NORMAS ORTOGRÁFICAS” DE ESTE LENGUAJE ALGEBRAICO, Y QUE LAS LETRAS SIRVEN PARA REPRESENTAR CANTIDADES DESCONOCIDAS...

Viñeta 2. Beni toma el control. Damián sigue escribiendo (o ha borrado lo anterior, como consideres más adecuado):

MONOMIOS

SUMA Y RESTA DE MONOMIOS

MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS

Beni: HABÉIS APRENDIDO QUÉ ES UN MONOMIO, SU COEFICIENTE, LA PARTE LITERAL, EL GRADO. TAMBIÉN HABÉIS APRENDIDO A OPERAR CON MONOMIOS: LA SUMA Y LA RESTA, LA MULTIPLICACIÓN.

Viñeta 3. Ahora Carla. Damián sigue escribiendo (o ha borrado lo anterior, como consideres más adecuado):

POLINOMIOS

SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

Carla: HABÉIS APRENDIDO QUÉ ES UN POLINOMIO Y A OPERAR CON POLINOMIOS: SUMA, RESTA, MULTIPLICACIÓN. RECORDAD QUÉ ES EL GRADO DE UN POLINOMIO Y QUE ESTO NOS DICE QUE HAY POLINOMIOS COMPLETOS O NO, ORDENADOS O NO.

Viñeta 4. Elías finaliza. Damián escribe:

ECUACIONES
RESOLUCIÓN DE ECUACIONES
ECUACIONES CON PARÉNTESIS

Elías: TAMBIÉN HEMOS VISTO LO QUE SON LAS ECUACIONES. HABÉIS APRENDIDO A RESOLVER ECUACIONES SENCILLAS Y TAMBIÉN ECUACIONES CON PARÉNTESIS. PRÁCTICAMENTE SOIS EXPERTOS YA EN ÁLGEBRA, PARA TERMINAR DE SERLO, OS PONEMOS UNOS EJERCICIOS FINALES PARA PRACTICAR...

Página 21. Mandamos ejercicios finales del tema. Los cinco. Siguen con las camisetas de letras.

Te planteo los ejercicios que deben estar en la pizarra, o en los bocadillos de los chicos, o en libretas apuntados... ingenia algo chulo para esta página, algo diferente. Por ejemplo, hojas de libreta “arrancadas” y puestas una encima de otra.

Ejercicio 1. Rellena la siguiente tabla sobre monomios:

MONOMIOS	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	GRADO
$-3x^2$			
$\frac{5m^2n^7}{17}$			
$-a$			
$9x$			

Ejercicio 2. Considera los siguientes polinomios:

$$P(x) = 4x^3 - 5x + 8$$

$$Q(x) = -x^3 + 2x^2 - 6x + 11$$

$$R(x) = x^4 - 3x^2 + 9x - 1$$

Calcula:

$$P(x) + Q(x)$$

$$P(x) - Q(x)$$

$$P(x) + R(x)$$

$$P(x) - R(x)$$

$$R(x) + Q(x)$$

$$R(x) - Q(x)$$

$$P(x) \cdot Q(x)$$

$$P(x) \cdot R(x)$$

$$Q(x) \cdot R(x)$$

Ejercicio 3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$3x - 8 = 1$$

$$5x - 2 = -3 - 2x$$

$$7x - 2 + x = 9 - 5x + 4$$

$$6 - 2 \cdot (3x - 5) + 1 = 4x - 9$$

Índice de tablas y figuras

Tablas

Tabla 1. Preguntas, objetivos e hipótesis de investigación; definición de variables.....	12
Tabla 2. Resultados cuestionario informe Hutchinson (1949).....	26
Tabla 3. Evaluación general del cuestionario del informe Hutchinson (1949).....	26
Tabla 4. Títulos y portadas de la colección Mamut Listo en sus diferentes versiones idiomáticas	49
Tabla 5. Contenido sobre álgebra de 1º de la ESO, según las diferentes editoriales	58
Tabla 6. Estructura de la unidad didáctica sobre álgebra de 1º de la ESO, según las diferentes editoriales	59
Tabla 7. Páginas dedicadas en los manuales sobre álgebra de 1º de la ESO, según las diferentes editoriales	60
Tabla 8. País de procedencia de las peticiones.....	88
Tabla 9. Cantidad de solicitudes del material por provincias	89
Tabla 10. Desglose de respuestas del profesorado por países.....	90
Tabla 11. Desglose de respuestas del profesorado por países, ciudades y centros educativos.....	90
Tabla 12. Desglose de respuestas del alumnado por países	92
Tabla 13. Desglose de respuestas del alumnado por países, ciudades y centros educativos	92
Tabla 14. Resultados cuestionario profesorado.....	93
Tabla 15. Resultados cuestionario alumnado	102
Tabla 16. Respuestas cuestionario profesorado por países	110
Tabla 17. Respuestas cuestionario alumnado por países.....	111

Tabla 18. Comparación entre respuestas del profesorado y del alumnado	113
Tabla 19. Comparación entre respuestas del profesorado y del alumnado de España..	119
Tabla 20. Comparación entre respuestas del profesorado y del alumnado de México .	123
Tabla 21. Comparación entre respuestas del profesor y del alumno del colegio Hispano de Chillán, en Chile.....	127
Tabla 22. Comparación entre respuestas del profesor y del alumno del colegio María Inmaculada de San Marcos, en Colombia.....	128
Tabla 23. Comparación entre respuestas del profesor y del alumno del colegio Santa Ana de Orotina, en Costa Rica.....	129
Tabla 24. Comparación entre respuestas de los profesores y de los alumnos del colegio IEBO 17 San Pedro el Alto de Oaxaca, en México	129
Tabla 25. Comparación entre respuestas del profesor y del alumno del colegio Doctor Maximiliano Ruiz Castañeda de San José del Rincón, en México	130
Tabla 26. Comparación entre respuestas del profesor y de los alumnos del colegio Sant Francesc de Guadassuar, Valencia (España).....	131
Tabla 27. Comparación entre respuestas del profesor y de los alumnos del colegio Luz Casanova, de Valencia (España)	132
Tabla 28. Valores de los coeficientes de correlación entre las respuestas del alumnado de los países con mayor número de respuestas del alumnado	134

Figuras

Figura 1. Página de Arrugas (Roca, 2007), con los bocadillos vacíos.....	33
Figura 2. Página de Arrugas (Roca, 2007)	34
Figura 3. Ejemplo de cómic con grafos ilustrando eventos históricos previos a la Primera Guerra Mundial, dirigido a una audiencia general.....	35

Figura 4. Cómic desarrollado con ToonDoo para la enseñanza del inglés (Lazarinis, F. et al., 2015).....	38
Figura 5. Modelo de espejismo que incluye una serie de capas de aire con diferente índice de refracción y trazado de rayos que inducen el efecto de espejismo (2016)	42
Figura 6. Tiras extraídas del libro Toh, Lim, Chua & Heng, 2007a, p253-254.....	44
Figura 7. Página 38 del álbum Florence Nightingale, la dama de la lámpara (Selvi y Zarzo, 2022).....	50
Figura 8. Página 39 del álbum Florence Nightingale, la dama de la lámpara (Selvi y Zarzo, 2022).....	50
Figura 9. Página 54 del álbum Arquímedes, el mejor matemático de la Antigüedad (Selvi y Zarzo, 2018)	51
Figura 10. Página 52 del álbum Emmy Noether, pasión por las matemáticas (Selvi y Zarzo, 2020)	51
Figura 11. Página 59 del álbum Arquímedes, el mejor matemático de la Antigüedad (Selvi y Zarzo, 2018)	52
Figura 12. Página 54 del álbum Gauss, el príncipe de los matemáticos (Selvi y Zarzo, 2018).....	52
Figura 13. Personajes del cómic Álgebra.....	62
Figura 14. Portada del cómic Álgebra.....	64
Figura 15. Página 01 del cómic Álgebra	65
Figura 16. Página 02 del cómic Álgebra	66
Figura 17. Página 03 del cómic Álgebra	67
Figura 18. Página 04 del cómic Álgebra	68
Figura 19. Página 05 del cómic Álgebra	69
Figura 20. Página 06 del cómic Álgebra	70

Figura 21. Página 07 del cómic Álgebra	71
Figura 22. Página 08 del cómic Álgebra	72
Figura 23. Página 09 del cómic Álgebra	73
Figura 24. Página 10 del cómic Álgebra	74
Figura 25. Página 11 del cómic Álgebra	75
Figura 26. Página 12 del cómic Álgebra	76
Figura 27. Página 13 del cómic Álgebra	77
Figura 28. Página 14 del cómic Álgebra	78
Figura 29. Página 15 del cómic Álgebra	79
Figura 30. Página 16 del cómic Álgebra	80
Figura 31. Página 17 del cómic Álgebra	81
Figura 32. Página 18 del cómic Álgebra	82
Figura 33. Página 19 del cómic Álgebra	83
Figura 34. Página 20 del cómic Álgebra	84
Figura 35. Página 21 del cómic Álgebra	85
Figura 36. Países de procedencia de las peticiones	87
Figura 37. Provincias españolas de procedencia de las peticiones	88
Figura 38. Respuestas del profesorado a la pregunta 1: «Me ha gustado explicar un tema de matemáticas en forma de cómic»	94
Figura 39. Respuestas del profesorado a la pregunta 2: «Me ha gustado el dibujo del cómic»	95
Figura 40. Respuestas del profesorado a la pregunta 3: «Mis alumnos han entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve».....	95
Figura 41. Respuestas del profesorado a la pregunta 4: «Mis alumnos han entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado»	96

Figura 42. Respuestas del profesorado a la pregunta 5: «Mis alumnos han entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican»	96
Figura 43. Respuestas del profesorado a la pregunta 6: «Mis alumnos han entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio»	97
Figura 44. Respuestas del profesorado a la pregunta 7: «Mis alumnos han entendido bien cómo se suman, restan y multiplican monomios».....	97
Figura 45. Respuestas del profesorado a la pregunta 8: «Mis alumnos han entendido bien lo que son las ecuaciones»	98
Figura 46. Respuestas del profesorado a la pregunta 9: «Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis»	98
Figura 47. Respuestas del profesorado a la pregunta 10: «Mis alumnos han entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis»	99
Figura 48. Respuestas del profesorado a la pregunta 11: «Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic»	99
Figura 49. Respuestas del profesorado a la pregunta 12: «Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre»	100
Figura 50. Respuestas del profesorado a la pregunta 13: «Considero que mis alumnos han prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic»	100
Figura 51. Respuestas del profesorado a la pregunta 14: «Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de textos clásico»	101
Figura 52. Respuestas del alumnado a la pregunta 1: «Me ha gustado estudiar un tema de matemáticas en forma de cómic»	103

Figura 53. Respuestas del alumnado a la pregunta 2: «Me ha gustado el dibujo del cómic»	103
Figura 54. Respuestas del alumnado a la pregunta 3: «He entendido bien lo que es el álgebra y para qué sirve».....	104
Figura 55. Respuestas del alumnado a la pregunta 4: «He entendido bien lo que son los monomios y sus elementos: coeficiente, parte literal, grado».....	104
Figura 56. Respuestas del alumnado a la pregunta 5: «He entendido bien cómo se opera con monomios: cómo se suman y se restan, cómo se multiplican»	105
Figura 57. Respuestas del alumnado a la pregunta 6: «He entendido bien qué son los polinomios y la diferencia entre polinomio y monomio»	105
Figura 58. Respuestas del alumnado a la pregunta 7: «He entendido bien cómo se suman, restan y multiplican monomios»	106
Figura 59. Respuestas del alumnado a la pregunta 8: «He entendido bien lo que son las ecuaciones»	106
Figura 60. Respuestas del alumnado a la pregunta 9: «He entendido bien cómo se resuelven ecuaciones sencillas, sin paréntesis».....	107
Figura 61. Respuestas del alumnado a la pregunta 10: «He entendido bien cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis»	107
Figura 62. Respuestas del alumnado a la pregunta 11: «Considero que sería interesante trabajar las matemáticas con un libro hecho en forma de cómic»	108
Figura 63. Respuestas del alumnado a la pregunta 12: «Trabajar un tema de matemáticas en forma de cómic me ha parecido más divertido, más entretenido, que como siempre»	108
Figura 64. Respuestas del alumnado a la pregunta 13: «Considero que he prestado más atención a este tema por el hecho de que estaba explicado en forma de cómic»	109

Figura 65. Respuestas del alumnado a la pregunta 14: «Considero que un cómic nunca podrá igualar en calidad de contenidos y en rigor a un libro de textos clásico»	109
Figura 66. Nube de puntos para hallar la correlación entre los resultados del profesorado y del alumnado	115
Figura 67. Gráfico comparativo de respuestas de profesorado y alumnado	118
Figura 68. Nube de puntos para hallar la correlación entre los resultados del profesorado español y del alumnado español.....	120
Figura 69. Gráfico comparativo de respuestas de profesorado español y alumnado español	122
Figura 70. Nube de puntos para hallar la correlación entre los resultados del profesorado mexicano y del alumnado mexicano	124
Figura 71. Gráfico comparativo de respuestas de profesorado mexicano y alumnado mexicano	126
Figura 72. Nube de puntos correspondiente a las respuestas del profesorado español (x) y del profesorado mexicano (y).....	133
Figura 73. Mapa de asociaciones de términos de las respuestas de campo abierto del cuestionario del alumnado.....	135
Figura 74. Análisis de clústeres de las respuestas de campo abierto del cuestionario del alumnado	136
Figura 75. Mapa de árbol de las respuestas de campo abierto del cuestionario del alumnado	137
Figura 76. Nube de palabras de las respuestas de campo abierto del cuestionario del alumnado	138